

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) (a) Determina a matriz X sabendo que $X^{-1} \cdot B^t = A + B$, sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, B^t a matriz trasposta de B e X^{-1} a matriz inversa de X .

(b) Dada $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, calcula, se o hai, algún valor de "a" para o que se verifique que A^2 sexa a matriz identidade.

2) A cantidade de auga (en centos de litros) que chega a unha depuradora para o seu procesado ao longo de certo día, vén estimada pola función $C(t) = -2t^3 + 75t^2 - 600t + 2000$, $0 \leq t \leq 24$, onde t é o tempo en horas transcorrido a partir das 0:00 horas.

- Determina en que períodos se produce un aumento e unha diminución da cantidade de auga.
- Calcula a cantidade máxima e mínima de auga.
- Calcula o punto de inflexión e representa a gráfica da función $C(t)$, $0 \leq t \leq 24$.

3) Sábese que en certa poboación de persoas de 18 ou máis anos, o 60% está en contra da eutanasia.

- Realízase unha enquisa a unha mostra aleatoria de 150 persoas desa poboación, ¿cal é a probabilidade de que máis da metade se manifeste en contra da eutanasia?
- Se nesa poboación o 68% son maiores de 65 anos e o 75% deles está en contra da eutanasia, ¿que porcentaxe dos que teñen entre 18 e 65 anos está en contra da eutanasia?

4) O tempo de espera para a realización de certa proba médica nun hospital segue unha distribución normal con desviación típica de 5 días. A xerencia afirma que "o tempo medio de espera para a realización da devandita proba é como máximo de 20 días". Para contrastar esa afirmación tomouse unha mostra aleatoria de 100 pacientes que precisaban facerse a proba, resultando que o tempo medio de espera foi de 21 días.

- Formula un test para contrastar a hipótese que afirma a xerencia fronte a que o tempo medio foi superior. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%? ¿Chegaríase á mesma conclusión cun nivel de significación do 1%?
- Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.

OPCIÓN B

1) Considérase a función $f(x, y) = x + 2y$ suxeita ás restricións: $x + y \leq 9$; $y - x \leq 5$; $2y \geq 4 - x$; $0 \leq x \leq 6$; $y \geq 0$

- Representa a rexión R do plano determinada polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.
- Calcula os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo. Calcula eses valores.
- Responde ao apartado anterior se se elimina a restrición $y \geq 0$ do anterior conxunto de restricións.

2) Nunha empresa a relación entre a produción x (expresada en miles de toneladas) e o custo medio de fabricación

$C(x)$ (expresado en miles de euros) é do tipo $C(x) = 2 + x + \frac{9}{x}$, $1 \leq x \leq 10$.

- Calcula a cantidade de produción que minimiza o custo medio de fabricación e o custo medio mínimo.
- Calcula a cantidade de produción que maximiza o custo medio de fabricación e o custo medio máximo.
- Se non desexan superar os 12 mil euros de custo medio de fabricación ¿entre que valores deberá estar comprendida a produción?

3) A probabilidade de obter rendibilidade positiva no prazo dun ano cun fondo de investimento recentemente constituído é 0'4. Se no primeiro ano se obtivo rendibilidade positiva, a probabilidade de obtela no segundo ano é 0'6. A probabilidade de non obter rendibilidade positiva nin no primeiro nin no segundo ano é 0'48.

- ¿Que probabilidade hai de obter rendibilidade positiva no segundo ano?
- Calcula a probabilidade de obter rendibilidade positiva nalgún dos dous anos.

4) (a) Quérese estimar a porcentaxe de españois que, tendo dereito a voto, non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. ¿Cal debe ser o tamaño da mostra para garantir unha marxe de erro non superior ao 2'5% cun nivel do 95% de confianza?

(b) Selecciónase unha mostra aleatoria de 1540 españois con dereito a voto e deles 693 aseguran que non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a porcentaxe de españois con dereito a voto que non votarán nas citadas eleccións. ¿Que erro máximo se está a cometer nesta estimación?