1 Fuerza magnética sobre una partícula cargada

Página 99

1 **Un protón se mueve a 5000 m/s perpendicularmente a un campo magnético de 0,6 T. Determina el módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón y la aceleración que le provocará.**

Datos: q_p = 1,6 · 10^{-19} C; m_p = 1,67 · 10^{-27} kg.

Los datos que nos proporcionan, que están expresados en el SI de unidades, son:

$$q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \quad ; \quad m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \quad ; \quad v = 5\,000\ \text{m/s} \quad ; \quad B = 0{,}6\ \text{T}$$

Según la ley de Lorentz, la fuerza magnética que actuará sobre el protón de carga q_p, que se mueve a una velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$ es:

$$\vec{F}_m = q_p \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

cuyo módulo es:

$$F_m = q_p \cdot v \cdot B \cdot sen\,\theta$$

donde θ es el ángulo que forma la velocidad con el campo magnético.

Por consiguiente:

$$F_m = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5\,000 \cdot 0{,}6 \cdot sen\,90° = 4{,}8 \cdot 10^{-16}\ \text{N}$$

Como vemos, es una fuerza extremadamente pequeña, pero como actúa sobre un protón, cuya masa es del orden de 10^{-27} kg, produce una enorme aceleración:

$$F_m = m_p \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F_m}{m_p} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-16}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 2{,}9 \cdot 10^{11}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2 **Determina la expresión de la fuerza magnética, $\vec{F}_m$, que actúa sobre una partícula cargada con q = –10^{-5} C en un instante en el que la partícula se mueve a una velocidad $\vec{v}$ = 10^4 · $\vec{i}$ m/s en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ = 2 · $\vec{j}$ T.**

Los datos son:

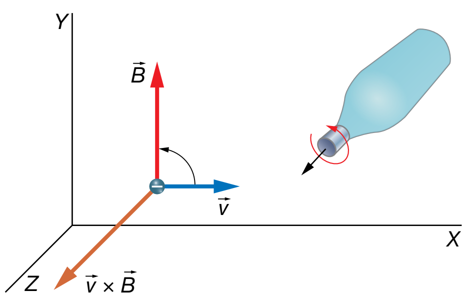
$$\vec{v} = 10^4 \cdot \vec{i}\ \text{m/s} \quad ; \quad \vec{B} = 2 \cdot \vec{j}\ \text{T} \quad ; \quad q = -10^{-5}\ \text{C}$$

que se encuentran expresados en el SI.

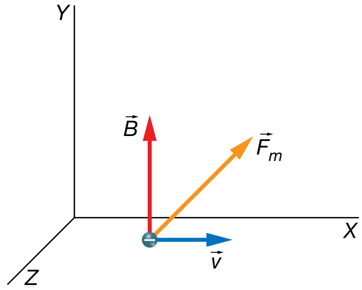
Aplicamos la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Estudiemos la dirección y sentido que tendrá el vector $\vec{v} \times \vec{B}$. Según la regla del producto vectorial, el vector $\vec{v} \times \vec{B}$ tiene la dirección y sentido del eje Z:



Y puesto que hay que multiplicarlo por una carga eléctrica negativa, obtenemos una fuerza magnética en el sentido contrario al eje *Z*:



Ahora nos queda determinar el módulo de la fuerza magnética:

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot sen\,\theta = 10^{-5} \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot sen\,90° = 0{,}2\ \text{N}$$

Página 100

3 Determina la fuerza magnética que actúa sobre una partícula de –5 nC al desplazarse a $2 \cdot 10^4$ m/s a lo largo del eje *Z* en una región en la que existe un campo $\vec{B} = (2 \cdot \vec{i} - \vec{j} + 5 \cdot \vec{k}) \cdot 10^{-3}$ T.

Los datos del ejercicio son:

$$q = -5\ \text{nC} = -5 \cdot 10^9\ \text{C} \quad ; \quad \vec{v} = 2 \cdot 10^4 \cdot \vec{k}\ \text{m/s} \ ; \quad \vec{B} = \left(2 \cdot \vec{i} - \vec{j} + 5 \cdot \vec{k}\right) \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

Determinaremos la fuerza magnética que actúa sobre la partícula aplicando la ley de Lorentz, pero ahora lo vamos a calcular utilizando el determinante para encontrar el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$, que será más fácil, puesto que el campo magnético tiene componentes en los tres ejes de coordenadas:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \cdot 10^4 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} \cdot 10^3 = (20 \cdot \vec{i} + 40 \cdot \vec{j})\ \text{T} \cdot \text{m/s}$$

La fuerza magnética la podemos determinar ya directamente:

$$\vec{F}_m = -5 \cdot 10^{-9} \cdot (20 \cdot \vec{i} + 40 \cdot \vec{j}) = -(\vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \cdot 10^{-7}\ \text{N}$$

4 Una partícula de carga *q* se mueve a una velocidad $\vec{v} = (10 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j}) \cdot 10^3$ m/s en un campo magnético $\vec{B} = (-2 \cdot \vec{i} - \vec{j})$ T.

Determina la expresión de $\vec{F}_m$. ¿Por qué crees que se obtiene este resultado?

Los datos del ejercicio son:

$$\vec{v} = (10 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j}) \cdot 10^3\ \text{m/s} \quad ; \quad \vec{B} = (-2 \cdot \vec{i} - \vec{j})\ \text{T}$$

Debemos aplicar la ley de Lorentz.

Utilizamos la expresión del determinante para calcular $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10 & 5 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Se obtiene cero porque los vectores velocidad y campo magnético son paralelos con sentidos opuestos, es decir, forman un ángulo de 180°.

Entonces, la ley de Lorentz nos da una fuerza igual a cero sobre la partícula:

$$\vec{F}_m = q \cdot 0 = 0$$

La partícula no se ve afectada por la presencia del campo magnético.

5 **Una partícula de 2 μC se mueve en la dirección y sentido del eje *X* estando inmersa en el campo magnético $\vec{B} = (10^{-6} \cdot \vec{i} + 3 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k})$ T. Determina la velocidad de la partícula si la fuerza magnética que actúa sobre ella es $\vec{F}_m = -3 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j}$ N.**

Los datos proporcionados son:

$$q = 2 \cdot \mu C = 2 \cdot 10^{6}\ C \quad ; \quad \vec{B} = (10^{-6} \cdot \vec{i} + 3 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k})\ T \quad ; \quad \vec{F}_m = -3 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j}\ N$$

Además, sabemos que la expresión vectorial de la velocidad de la partícula es:

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i}$$

Utilicemos la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 2 \cdot 10^{6} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \cdot 10^{-6} = (-6 \cdot 10^{-12} \cdot v_x \cdot \vec{j})\ N$$

Comparando esta expresión con el valor de la fuerza, dado en el enunciado, podemos escribir:

$$-6 \cdot 10^{-12} \cdot v_x \cdot \vec{j} = -3 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j} \quad \rightarrow \quad v_x = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-12}} = 5 \cdot 10^{7}\ m/s$$

Página 101

6 **Determina la fuerza total que actúa sobre una partícula con carga 2 mC que se mueve con una velocidad de $\vec{v} = 5\,000 \cdot \vec{k}$ m/s bajo la acción de un campo magnético $\vec{B} = 0{,}3 \cdot \vec{j}$ T y un campo eléctrico de $\vec{E} = 1\,000 \cdot \vec{j}$ V/m.**

Los datos son:

$$q = 2\ mC = 2 \cdot 10^{3}\ C \quad ; \quad \vec{v} = 5\,000 \cdot \vec{k}\ m/s \quad ; \quad \vec{B} = 0{,}3 \cdot \vec{j}\ T \quad ; \quad \vec{E} = 1000 \cdot \vec{j}\ V/m$$

Utilizamos la versión completa de la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Calculamos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ y sustituimos en la expresión de la fuerza:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 5\,000 \\ 0 & 0{,}3 & 0 \end{vmatrix} = -1500 \cdot \vec{i}\ Tm/s$$

$$\vec{F} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot (1000 \cdot \vec{j} - 1500 \cdot \vec{i}) = (-3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j})\ N$$

7 **Determina la fuerza neta que será ejercida sobre una carga eléctrica de $-5 \cdot 10^{4}$ C que se mueve en la dirección y sentido del eje *X* a una velocidad de 10 000 m/s, sometida a un campo magnético de 0,5 T paralelo al plano *XY* formando un ángulo de 30° con el eje *X*, con componente *x* negativa e *y* positiva. Además, hay un campo eléctrico uniforme y estacionario, en la dirección y sentido del eje *Y*, de 4 000 V/m.**

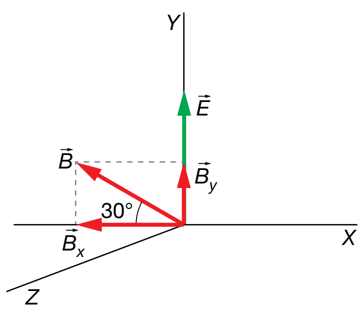
Los datos del ejercicio son los siguientes:

$$q = -5 \cdot 10^{-4}\ C$$

$$\vec{v} = 10\,000 \cdot \vec{i}\ m/s$$

$$\vec{B} = 0{,}5\ T$$

$$\vec{E} = 4\,000 \cdot \vec{j}\ V/m$$



Escribimos el campo magnético de manera vectorial calculando sus componentes en los ejes:

$$B_x = -B \cdot sen\ \theta = -0,5 \cdot sen\ 30° = -0,25\ \text{T}$$

$$B_y = B \cdot cos\ \theta = 0,5 \cdot cos\ 30° = 0,43\ \text{T}$$

Por tanto:

$$\vec{B} = (-0,25 \cdot \vec{i} + 0,43 \cdot \vec{k})\ \text{T}$$

Aplicamos la ley de Lorentz, pero primero calcularemos el producto $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10^4 & 0 & 0 \\ -0,25 & 0,43 & 0 \end{vmatrix} = 4\,300 \cdot \vec{k}\ \text{T} \cdot \text{m/s}$$

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = -5 \cdot 10^{-4} \cdot (4\,000 \cdot \vec{j} + 4\,300 \cdot \vec{k}) = -(2,0 \cdot \vec{j} + 2,2 \cdot \vec{k})\ \text{N}$$

8 **En un determinado instante, una partícula cargada con 1 mC se mueve en la dirección y sentido del eje *Z* a una velocidad de 1 000 m/s, siendo la fuerza magnética igual a $\vec{F}_m = (-\vec{i} + 3 \cdot \vec{j})$ N. Determina la expresión vectorial del campo magnético que existe en esa región.**

Los datos del ejercicio son:

$$q = 1\ \text{mC} = 10^{-3}\ \text{C} \quad ; \quad \vec{v} = 1000 \cdot \vec{k}\ \text{m/s} \quad ; \quad \vec{F}_m = (-\vec{i} + 3 \cdot \vec{j})\ \text{N}$$

El campo magnético tendrá una expresión del tipo:

$$\vec{B} = B_x \cdot \vec{i} + B_y \cdot \vec{j} + B_z \cdot \vec{k}$$

Utilizamos la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad \rightarrow \quad \frac{\vec{F}_m}{q} = \frac{-\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}}{10^{-3}} = (-\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \cdot 10^3 = \vec{v} \times \vec{B}$$

Escribimos la expresión del producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ y la igualamos al resultado anterior:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1000 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (-B_x \cdot \vec{i} + B_y \cdot \vec{j}) \cdot 10^3$$

Igualando:

$$(-B_x \cdot \vec{i} + B_y \cdot \vec{j}) \cdot 10^3 = (-\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \cdot 10^3 \quad \rightarrow \quad B_x = 3\ \text{T} \quad ; \quad B_y = 1\ \text{T}$$

Por tanto:

$$\vec{B} = (3 \cdot \vec{i} + \vec{j} + B_z \cdot \vec{k})\ \text{T}$$

donde B_z puede tomar cualquier valor (no influye en la fuerza porque esta componente del campo magnético es paralela a la velocidad).

Página 103

9 **Un electrón describe circunferencias de 228 μm de diámetro en un campo magnético de 5 G perpendicular al plano de estas. Determina la velocidad a la que se desplaza.**

Datos: m_e = 9,1 · 10⁻³¹ kg; q_e = –1,6 · 10⁻¹⁹ C.

Los datos del ejercicio son:

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \quad ; \quad q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \quad ; \quad D = 228\ \mu\text{m} = 2,28 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \quad ; \quad B = 5\ \text{G} = 5 \cdot 10^4\ \text{T}$$

El radio de la circunferencia es:

$$R = \frac{D}{2} = \frac{2,28 \cdot 10^{-4}}{2} = 1,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Cuando el electrón describe un movimiento circular uniforme en el campo magnético, se verifica que la fuerza magnética está actuando como una fuerza centrípeta:

$$F_m = F_c \rightarrow |q_e| \cdot v \cdot B = m_e \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m_e \cdot v}{|q_e| \cdot B}$$

Y se obtiene la expresión que permite calcular el radio de la circunferencia. Pero en este ejercicio, tenemos que calcular la velocidad, así que la despejamos y sustituimos valores:

$$v = \frac{R \cdot |q_e| \cdot B}{m_e} = \frac{1,14 \cdot 10^{-4} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 10\,022 \text{ m/s}$$

10 **Determina el período y la frecuencia del movimiento de la partícula anterior.**

El período de un movimiento circular uniforme, T, se obtiene fácilmente teniendo en cuenta que:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi}{v} \cdot R = \frac{2 \cdot \pi}{v} \cdot \frac{m_e \cdot v}{|q_e| \cdot B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m_e}{|q_e| \cdot B}$$

Por tanto:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m_e}{|q_e| \cdot B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 7,1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Y la frecuencia es simplemente el valor inverso al período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{7,1 \cdot 10^{-8}} = 1,4 \cdot 10^{7} \text{ Hz}$$

11 **Un protón y un electrón entran a la misma velocidad en un campo magnético perpendicular de 10 G.**

¿Qué relación habrá entre los radios de las circunferencias que describen?

Datos: m_p = 1,67 · 10^{-27} kg; m_e = 9,1 · 10^{-31} kg.

Los datos del ejercicio son:

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \; ; \; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

El radio de giro para el electrón viene descrito por:

$$R_e = \frac{m_e \cdot v}{|q_e| \cdot B}$$

Y para el protón:

$$R_p = \frac{m_p \cdot v}{q_p \cdot B}$$

La carga eléctrica del electrón en valor absoluto es igual a la del protón:

$$|q_e| = q_p$$

Que representaremos por q.

Para ver cuántas veces es mayor el radio de la circunferencia descrita por el protón con respecto a la del electrón, dividimos sus dos expresiones:

$$\frac{R_p}{R_e}=\frac{\dfrac{m_p\cdot v}{q\cdot B}}{\dfrac{m_e\cdot v}{q\cdot B}}=\frac{m_p}{m_e}=\frac{1{,}67\cdot 10^{-27}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}=1835$$

Lógicamente, puesto que el protón tiene aproximadamente 1835 veces más inercia que el electrón, la circunferencia que recorre tiene un radio 1835 veces mayor. Por otro lado, puesto que estas dos partículas tienen carga eléctrica de distinto signo, recorren cada una su circunferencia en distinto sentido.

12 Un protón de 900 eV entra en una región del espacio donde existe un campo magnético de 0,65 T que forma un ángulo de 80° con el vector velocidad del protón. Determina el radio de las circunferencias que describe, la frecuencia a la que lo hace y la velocidad a la que se desplaza el plano de las circunferencias.

Un protón de 1 eV (electrón-voltios) es aquel que se ha acelerado con una diferencia de potencial de 1 V. Por tanto, tenía una energía potencial de $E_p = q_p \cdot V = e \cdot V$ julios, donde e representa el valor absoluto de la carga del electrón, o lo que es lo mismo, la carga de un protón; $e=|q_e|=q_p$. Al acelerar, el protón transforma íntegramente esa energía potencial en energía cinética. Es decir, la energía cinética del protón es:

$$E_c=e\cdot V=1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 1=1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Entonces:

$$1\ \text{eV}=1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

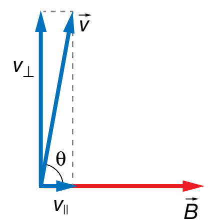
Los datos son:

$$m_p=1{,}67\cdot 10^{-27}\ \text{kg}\ ;\ B=0{,}65\ \text{T}\ ;\ E_c=900\ \text{eV}\cdot\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}=9{,}0\cdot 10^{-17}\ \text{J}\ ;\ \theta=80°$$

Con la expresión de la energía del protón, podemos determinar su velocidad.

$$E_c=\frac{1}{2}\cdot m_p\cdot v^2\ \rightarrow\ v=\sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m_p}}=\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}0\cdot 10^{-17}}{1{,}6\cdot 10^{-27}}}=3{,}3\cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Esta velocidad la vamos a descomponer en una componente perpendicular al campo, $v_\perp$, y otra paralela, $v_\parallel$. Sabemos que la componente perpendicular de la velocidad va a mantenerse describiendo una circunferencia en un plano perpendicular al campo magnético. Y que la componente paralela de la velocidad no se verá afectada por el campo magnético, y nos dará la velocidad a la que se mueve el plano que contiene la circunferencia, en la dirección del campo magnético.



Por tanto:

$$v_\parallel=v\cdot \cos\theta=3{,}3\cdot 10^5\cdot \cos 80°=5{,}7\cdot 10^4\ \text{m/s}$$

Luego, el plano de la circunferencia se mueve a aproximadamente $5{,}7 \cdot 10^4$ m/s en la dirección y sentido del campo magnético.

Por otro lado:

$$v_{\perp} = v \cdot sen\ \theta = 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot sen\ 80° = 3{,}2 \cdot 10^5 \ \text{m/s}$$

El radio de la circunferencia es:

$$R_p = \frac{m_p \cdot v}{q_p \cdot B} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 3{,}2 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}65} = 5{,}1 \cdot 10^{-3} \ \text{m} = 5{,}1 \ \text{mm}$$

La frecuencia a la que se describen las circunferencias es:

$$f = \frac{q_p \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m_p} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}65}{2 \cdot \pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 9{,}9 \cdot 10^6 \ \text{Hz}$$

2 Magnetismo en la tecnología

Página 104

13 **Una carga eléctrica *q* se mueve a una velocidad constante $\vec{v}$ = 20 000 · $\vec{i}$ m/s a pesar de estar dentro de un campo magnético $\vec{B}$ = 10 · $\vec{j}$ T. ¿Existe además un campo eléctrico? Determínalo.**

Los datos son:

$$\vec{v} = 20\,000 \cdot \vec{i} \ \text{m/s} \quad ; \quad \vec{B} = 10 \cdot \vec{j} \ \text{T}$$

Si la velocidad de la partícula fuese paralela al campo magnético, es decir, si ambos vectores formasen 0° o 180°, entonces la fuerza magnética sería cero y la velocidad de la partícula permanecería constante. Pero, como vemos, no estamos en ese caso. Por consiguiente, debe existir un campo magnético que haga que la fuerza de Lorentz total sea cero.

Entonces:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \ \rightarrow \ \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0 \ \rightarrow \ \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

Determinemos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 20\,000 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 10^5 \cdot \vec{k} \ \text{T} \cdot \text{m/s}$$

En consecuencia:

$$\vec{E} = -2 \cdot 10^5 \cdot \vec{k} \ \text{N/C}$$

14 **Un selector de velocidades consta de los siguientes campos:**

$$\vec{B} = 500 \cdot \vec{i} \ \text{G} \quad ; \quad \vec{E} = -10^4 \cdot \vec{j} \ \text{V/m}$$

Obtén la velocidad de las cargas seleccionadas.

Los datos del enunciado son:

$$\vec{B} = 500 \cdot \vec{i} \ \text{G} = 500 \cdot \vec{i} \ \text{G} \cdot \frac{1 \ \text{T}}{10^4 \ \text{G}} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \vec{i} \ \text{T} \quad ; \quad \vec{E} = -10^4 \cdot \vec{j} \ \text{V/m}$$

Existe una velocidad de las partículas para la cual la fuerza de Lorentz es cero.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \ \rightarrow \ \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0 \ \rightarrow \ \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

Si representamos la velocidad de la partícula por sus componentes:

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k}$$

Entonces:

$$\vec{v}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ v_x & v_y & v_z\\ 5\cdot 10^{-2} & 0 & 0\end{vmatrix}=5\cdot 10^{-2}\cdot(v_z\cdot\vec{j}-v_y\cdot\vec{k})$$

Este resultado es igual al campo eléctrico:

$$\vec{E}=-10^4\cdot\vec{j}=-5\cdot 10^{-2}\cdot(v_z\cdot\vec{j}-v_y\cdot\vec{k})\ \rightarrow\ v_y=0\ ;\ v_z=\frac{10^4}{5\cdot 10^{-2}}=2\cdot 10^5\ \text{m/s}$$

Por tanto, la expresión de la velocidad es:

$$\vec{v}=(v_x\cdot\vec{i}+2\cdot 10^5\cdot\vec{k})\ \text{m/s}$$

donde v_x puede tomar cualquier valor.

15 Un selector de velocidades se prepara para que seleccione a los protones de 1 500 m/s. ¿Qué les ocurrirá a los de 1 600 m/s? ¿Y a los de 1 400 m/s? ¿Y si fuesen electrones?

En un selector de velocidades, la fuerza de Lorentz se anula para la velocidad que se ha seleccionado:

$$\vec{F}=q\cdot(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})=0\ \rightarrow\ \vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}=0$$

La ecuación anterior quiere decir que $\vec{E}$ y $\vec{v}\times\vec{B}$ son vectores opuestos cuando la velocidad es v = 1 500 m/s.

Si la velocidad es mayor de este valor, el módulo de $\vec{v}\times\vec{B}$ se hace también mayor y los vectores dejan de sumar cero. Luego, ahora existirá una fuerza neta en la dirección y sentido de $\vec{v}\times\vec{B}$, la partícula se desviará en esa dirección y sentido, es decir, la dirección del campo eléctrico pero en sentido contrario.

Contrariamente ocurre cuando la velocidad es menor; en este caso, $\vec{v}\times\vec{B}$ se hace menor y se rompe el equilibrio, predominando el vector $\vec{E}$. Luego la partícula se desvía en la dirección y sentido del campo eléctrico.

Si la partícula fuese un electrón, se desviaría en sentido contrario al que lo hace el protón puesto que al tener una carga negativa, la fuerza de Lorentz cambia de sentido con respecto a la del protón.

Página 105

16 El isótopo que describe una circunferencia mayor en un espectrógrafo de masas, ¿es el de mayor masa o el de menor?

La expresión que proporciona el radio de la circunferencia es:

$$R=\frac{m\cdot v}{q\cdot B}$$

En un espectrógrafo de masas, todos los isótopos entran con la misma velocidad, puesto que pasan por un selector de velocidades. Además, todos ellos tienen la misma carga eléctrica por tratarse del mismo elemento químico. En lo único que se diferencian es en la masa. Por este motivo, podemos decir que el radio es directamente proporcional a la masa.

$$R=\frac{v}{q\cdot B}\cdot m=k\cdot m$$

donde k es una constante igual a $v/(q\cdot B)$.

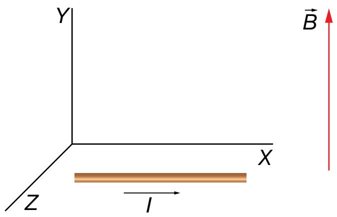
En consecuencia, cuanto mayor sea la masa del isótopo, mayor será el radio de la circunferencia que describe.

3 Fuerza magnética sobre distintos elementos de corriente

Página 107

17 **En el polo sur terrestre, las líneas del campo magnético salen perpendiculares al suelo y con un valor de unos 0,5 G. Halla la fuerza que experimenta un cable de 2 m, paralelo al suelo, por el que circulan 10 A.**

Para poder utilizar expresiones vectoriales, vamos a dibujar un sistema de ejes de coordenadas y colocaremos en él el hilo de corriente y el campo magnético, lo que nos permitirá escribir sus valores en forma vectorial:



Así, el campo magnético es:

$$\vec{B} = 0,5 \cdot \vec{j} \cdot G = 0,5 \cdot \vec{j} \cdot G \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} \cdot \vec{j} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot \vec{j}\ \text{T}$$

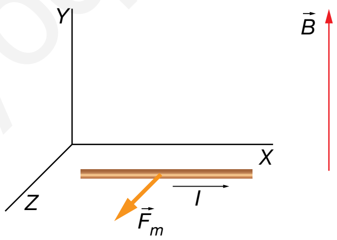
El vector $\vec{l}$ es:

$$\vec{l} = 2 \cdot \vec{i}\ \text{m}$$

La fuerza magnética que actúa sobre el hilo de corriente es:

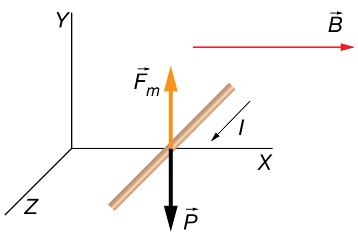
$$\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) = 10 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 \cdot 10^{-5} & 0 \end{vmatrix} = 10 \cdot (10^{-4} \cdot \vec{k}) = 10^{-3} \cdot \vec{k}\ \text{N}$$

Luego, la fuerza es de 10^{-3} N y está dirigida horizontalmente, tal y como se muestra en la imagen:



18 **En el interior de un campo magnético horizontal, colocamos un hilo de corriente perpendicular al campo magnético y horizontal por el que van a circular 8 A. La densidad lineal del hilo es de 10 g/m. ¿Qué valor deberá tomar el campo magnético para que el cable levite? Realiza un esquema de los distintos elementos en el que representes la dirección y el sentido de todas las fuerzas que actúan sobre el hilo.**

Para que el hilo levite, tiene que cumplirse que el peso del hilo sea neutralizado por la fuerza magnética. Así, la fuerza magnética tiene que ser hacia arriba; para ello, la intensidad de corriente debe tener el sentido dibujado en la imagen.



Luego, la ecuación que debe cumplirse es:

$$F_m = P \;\rightarrow\; I \cdot l \cdot B = m \cdot g \;\rightarrow\; I \cdot l \cdot B = \rho \cdot l \cdot g \;\rightarrow\; I \cdot B = \rho \cdot g \;\rightarrow\; B = \frac{\rho \cdot g}{I}$$

Debemos expresar la densidad lineal del hilo en unidades del SI.

$$\rho = 10\ \frac{\text{g}}{\text{m}} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{10^3\ \text{g}} = 10^{-2}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Ahora sustituimos:

$$B = \frac{\rho \cdot g}{I} = \frac{10^{-2} \cdot 9{,}8}{8} = 0{,}01225\ \text{T} = 0{,}01225\ \text{T} \cdot \frac{10^4\ \text{G}}{1\ \text{T}} = 122{,}5\ \text{G}$$

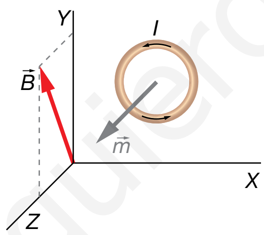
Página 110

19 Una espira circular de radio 2 cm está en el plano *XY* en *Z* = 0. Es recorrida por una corriente de intensidad 0,5 A en sentido antihorario visto desde coordenadas *z* positivas. Determina su momento debido a la interacción con un campo magnético constante $\vec{B} = (0{,}2 \cdot \vec{j} + 0{,}8 \cdot \vec{k})$ T. Realiza un dibujo de la situación, indicando hacia dónde gira la espira.

Los datos son:

$$R = 2\ \text{cm} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \;\; ; \;\; I = 0{,}5\ \text{A} \;\; ; \;\; \vec{B} = (0{,}2 \cdot \vec{j} + 0{,}8 \cdot \vec{k})\ \text{T}$$

La disposición de los distintos elementos del ejercicio es:



La expresión del vector superficie es:

$$\vec{S} = \pi \cdot R^2 \cdot \vec{k}$$

Y el momento dipolar magnético es:

$$\vec{m} = I \cdot \vec{S} = \pi \cdot R^2 \cdot I \cdot \vec{k} = \pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 0{,}5 \cdot \vec{k} = 6{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k}\ \text{A} \cdot \text{m}^2$$

El momento que experimenta la espira lo podemos calcular mediante la expresión:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 6{,}3 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}8 \end{vmatrix} = -1{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{i}\ \text{N} \cdot \text{m}$$

La espira girará con un eje paralelo al eje *X*. Si miramos la espira desde la parte positiva del eje *X*, la veremos girar en sentido horario hasta que el vector momento dipolar magnético se oriente con el campo magnético.

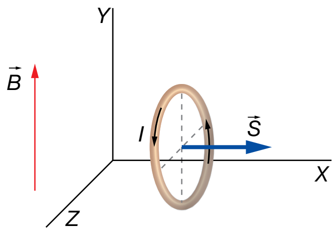
20 ¿Qué puedes decir de una espira por la que circula una intensidad de corriente de 0,2 A si su vector superficie es $\vec{S} = 0{,}02 \cdot \vec{i}$ m²?

¿Hacia dónde girará si $\vec{B} = 0{,}4 \cdot \vec{j}$ T? ¿Cuánto vale el momento?

Los datos son:

$$I = 0{,}2\ \text{A} \;\; ; \;\; \vec{S} = 0{,}02 \cdot \vec{i}\ \text{m}^2 \;\; ; \;\; \vec{B} = 0{,}4 \cdot \vec{j}\ \text{T}$$

Si el vector superficie de la espira es $\vec{S} = 0{,}02 \cdot \vec{i}\ \text{m}^2$, quiere decir que la superficie delimitada por la espira es paralela al plano *YZ*, tal y como se muestra en la imagen:



El vector momento dipolar magnético es paralelo y con el mismo sentido que el vector superficie, puesto que es:

$$\vec{m} = I \cdot \vec{S} = 0{,}2 \cdot 0{,}002 \cdot \vec{i} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \vec{i}\ \text{A} \cdot \text{m}^2$$

La espira girará hasta que su vector momento dipolar magnético se oriente con la misma dirección y sentido que el vector del campo magnético. Así, el eje de giro es un diámetro paralelo al eje *Z*, y girará en sentido antihorario si miramos desde el eje *Z* positivo.

El momento que hace girar la espira en la posición inicial es:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}4 & 0 \end{vmatrix} = 1{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot \vec{k}\ \text{N} \cdot \text{m}$$

Si con el dedo pulgar de la mano derecha señalamos en la dirección y sentido del momento, el resto de los dedos nos indica el sentido de giro. Vemos que es compatible con el sentido de giro que se ha especificado anteriormente.

21 **Un imán tiene un momento dipolar magnético *m* = 0,08 A · m². ¿Cuántas espiras cuadradas de 2 cm de lado, por las que circulan 0,2 A, son necesarias para simular el comportamiento del imán?**

Los datos son:

$$m = 0{,}08\ \text{A} \cdot \text{m}^2 \quad ; \quad a = 2\ \text{cm} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad ; \quad I = 0{,}2\ \text{A}$$

La superficie de una espira es:

$$S = a^2 = (2 \cdot 10^{-2})^2 = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

El momento dipolar magnético de las *N* espiras es:

$$m = N \cdot I \cdot S$$

Si queremos que el valor de su momento dipolar magnético sea igual al del imán, igualamos y despejamos *N:*

$$N = \frac{m}{I \cdot S} = \frac{0{,}08}{0{,}2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1000$$

4 Creación del campo magnético

Página 112

22 **¿Cuáles son las fuentes y los sumideros del campo eléctrico? ¿Y del gravitatorio?**

Las fuentes del campo eléctrico son las cargas positivas, y los sumideros, las negativas. En el campo magnético, en cambio, no existen fuentes ni sumideros del campo.

23 **Por un hilo muy largo circula una corriente de 400 mA. Determina el módulo del campo magnético a 1 cm de él.**

Los datos del ejercicio son:

$$I = 400\ \text{mA} = 0{,}4\ \text{A} \quad ; \quad a = 1\ \text{cm} = 10^{-2}\ \text{m}$$

Debemos aplicar la expresión del módulo del campo magnético creado por un hilo de corriente muy largo:

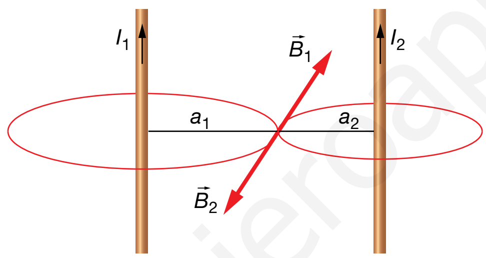
$$B = 2 \cdot K' \cdot \frac{I}{a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0{,}4}{10^{-2}} = 8 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

24 **Colocamos dos hilos de corriente paralelos a 1 m de distancia, con intensidades de 2 A y 1,5 A en el mismo sentido. ¿En qué puntos se anula el campo magnético?**

Los datos son:

$$d = 1\ \text{m} \quad ; \quad I_1 = 2\ \text{A} \quad ; \quad I_2 = 1{,}5\ \text{A}$$

Para que el campo magnético sea cero, debe anularse el vector campo magnético de un hilo con el del otro. Es decir, los campos magnéticos deben ser opuestos. Esto solamente puede ocurrir en un punto perteneciente al segmento que une los dos hilos.



Deberemos igualar las expresiones de los módulos de los campos magnéticos de cada hilo en el punto donde se cumple que el campo total es cero:

$$B_1 = B_2 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1}{a_1} = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_2}{a_2} \quad \rightarrow \quad I_1 \cdot a_2 = I_2 \cdot a_1 = 1{,}5 \cdot a_1$$

Además, sabemos que:

$$d = a_1 + a_2 \quad \rightarrow \quad a_2 = d - a_1 = 1 - a_1$$

Sustituyendo a_2 en la expresión que relaciona las intensidades de cada hilo con las distancias al punto buscado, podemos determinar a_1:

$$2 \cdot a_2 = 1{,}5 \cdot a_1 \ \rightarrow \ 2 \cdot (1 - a_1) = 1{,}5 \cdot a_1 \ \rightarrow \ 2 - 2 \cdot a_1 = 1{,}5 \cdot a_1 \ \rightarrow \ a_1 = \frac{2}{2 + 1{,}5} = 0{,}57\ \text{m} = 57\ \text{cm}$$

El punto buscado está a unos 57 centímetros del primer hilo.

Página 113

25 **Calcula el campo magnético que crea un hilo de corriente rectilíneo a 2 cm de distancia, y compáralo con el que crea una espira circular de 2 cm de radio en su centro. La intensidad de corriente en ambos casos es 200 mA.**

Los datos son:

$$a_h = 2\ \text{cm} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad ; \quad a_e = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad ; \quad I_h = 200\ \text{mA} = 0{,}2\ \text{A} \quad ; \quad I_e = 200\ \text{mA} = 0{,}2\ \text{A}$$

La expresión matemática que nos da el módulo del campo magnético de un hilo de corriente es:

$$B_h = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_h}{a_h} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0{,}2}{2 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

La expresión que nos da el módulo del campo magnético de una espira circular en su centro es:

$$B_e = 2 \cdot \pi \cdot K' \cdot \frac{I_e}{a_e} = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0{,}2}{2 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \pi = 6{,}3 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

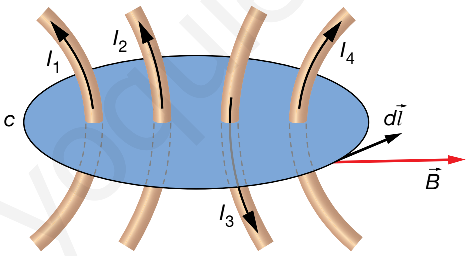
Luego el campo magnético creado por la espira es un factor π mayor al campo creado por el hilo.

$$\frac{B_e}{B_h} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot \pi}{2 \cdot 10^{-6}} = \pi$$

5 Ley de Ampère

Página 114

26 Determina la circulación a lo largo del circuito de la figura si las intensidades son I_1 = 50 mA, I_2 = 60 mA, I_3 = 100 mA y I_4 = 10 mA.



Los datos son:

$$I_1 = 50\ \text{Am} = 5 \cdot 10^{-2}\ \text{A}\ ;\ I_2 = 60\ \text{mA} = 6 \cdot 10^{-2}\ \text{A}\ ;\ I_3 = 100\ \text{mA} = 0{,}1\ \text{A}\ ;\ I_4 = 10\ \text{mA} = 10^{-2}\ \text{A}$$

Si calculamos la circulación en el sentido indicado en la imagen, las intensidades de corriente hacia arriba son positivas, y las que van hacia abajo, son negativas, según la regla de la mano derecha.

Aplicando la ley de Ampère:

$$c = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$

Donde para el caso de que haya varios hilos de corriente, I es la suma de todas las intensidades de corriente que atraviesan la superficie de la espira, cada una con su signo:

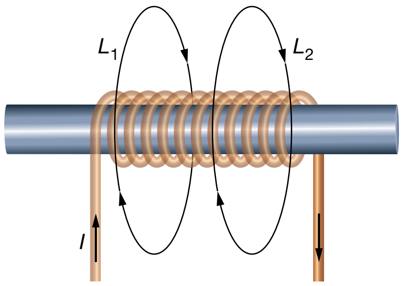
$$I = I_1 + I_2 - I_3 + I_4$$

Por consiguiente:

$$c = \mu_0 \cdot (I_1 + I_2 - I_3 + I_4) = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot (5 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-2} - 0{,}1 + 10^{-2}) = 2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{T} \cdot \text{m}$$

Actividades de los epígrafes

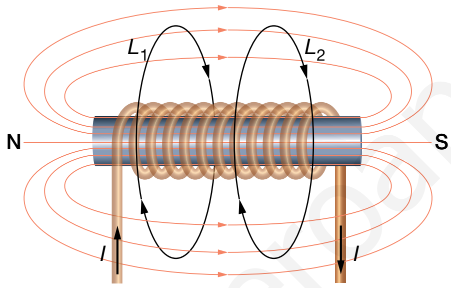
27 En la figura se muestra una bobina por la que circula una corriente eléctrica de 1 A. Determina la circulación a lo largo de los recorridos L_1 y L_2.



El único dato es:

$$I = 1 \text{ A}$$

Y además la imagen que muestra la disposición de los distintos elementos.



Para calcular la circulación del campo magnético en ambos casos, aplicamos la ley de Ampère:

$$c = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$

Para el recorrido L_1, la superficie delimitada por esta espira es cortado por una única intensidad eléctrica, que es precisamente la que circula por la bobina. En la imagen se ve que según el sentido en el que se va a recorrer la espira, la intensidad de corriente atraviesa la espira en sentido negativo al definido por la regla de la mano derecha. Por tanto:

$$c = \mu_0 \cdot I = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot (-1) = -1,3 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m}$$

Para el recorrido L_2, la circulación es cero puesto que la superficie delimitada por la espira no es atravesada por ninguna intensidad de corriente.

Página 116

28 Una bobina de espiras apretadas tiene una longitud de 5 cm, y es atravesada por una intensidad I = 0,5 A que produce en su interior un campo magnético B = 1,9 · 10⁻³ T. ¿Cuántas espiras forman la bobina?

Los datos de la bobina son:

$$l = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad ; \quad I = 0,5 \text{ A} \quad ; \quad B = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

La expresión del campo magnético para una bobina es:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I$$

donde hemos utilizado que el número de espiras por unidad de longitud es:

$$n = \frac{N}{l}$$

Simplemente despejamos la incógnita y sustituimos los datos:

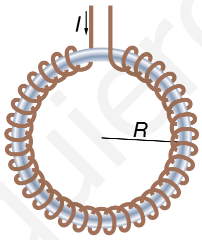
$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \;\rightarrow\; N = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot I} = \frac{1{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}5} = 151$$

Página 117

29 Determina el campo magnético que se crea en un solenoide toroidal con 1 000 espiras, y un radio de 2 cm, cuando es recorrido por 8 mA. Supongamos que tiene un núcleo con una permeabilidad magnética μ = 0,004 N/A².

Los datos del solenoide toroidal son los siguientes:

$$N = 1000 \;\;;\;\; R = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \;\;;\;\; I = 8 \text{ mA} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ A} \;\;;\;\; \mu = 0{,}004 \text{ N/A}^2$$



La expresión del campo magnético de cualquier bobina, sea toroidal o no es:

$$B = \mu \cdot n \cdot I = \mu \cdot \frac{N}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot I = 0{,}004 \cdot \frac{1000}{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 0{,}25 \text{ T}$$

donde hemos utilizado que el número de espiras por unidad de longitud es:

$$n = \frac{N}{l} = \frac{N}{2 \cdot \pi \cdot R}$$

6 Fuerzas entre elementos de corriente

Página 119

30 ¿Qué fuerza por unidad de longitud experimentarán dos cables paralelos, separados 10 cm, cuyas intensidades son 0,5 A en el mismo sentido?

Los datos son:

$$a = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m} \;\;;\;\; I_1 = I_2 = 0{,}5 \text{ A}$$

Dos hilos de corriente paralelos con sus intensidades eléctricas en el mismo sentido se atraen con una fuerza por unidad de longitud que viene dada por la expresión:

$$\frac{F}{l} = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,1} = 0,5 \cdot 10^{-6} \ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

31 **Un hilo de corriente de 10 m de longitud por el que circulan 2 A es repelido por otro hilo, paralelo a él, con una fuerza de 0,08 N cuando están a 1 mm de separación. ¿Qué intensidad de corriente eléctrica circula por el otro hilo? ¿Cuál es su sentido?**

Los datos del ejercicio son:

$$l_1 = 10 \text{ m} \ ; \ I_1 = 2 \text{ A} \ ; \ F_1 = 0,08 \text{ N} \ ; \ a = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

La expresión que nos da la fuerza por unidad de longitud entre dos hilos es:

$$\frac{F_1}{l_1} = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{a}$$

Despejamos nuestra incógnita:

$$I_2 = \frac{a \cdot F_1}{2 \cdot K' \cdot l_1 \cdot I_2} = \frac{10^{-3} \cdot 0,08}{2 \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 2} = 20 \text{ A}$$

Como la fuerza entre los hilos de corriente es repulsiva, las corrientes deben circular en sentidos opuestos.

Página 126

Fuerza sobre una partícula

1 **Un electrón se mueve con una energía cinética de 20 eV cuando entra en un campo magnético de 900 G perpendicular a su velocidad. Determina la aceleración centrípeta que le produce.**

Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Los datos que nos proporcionan, en unidades del SI, son:

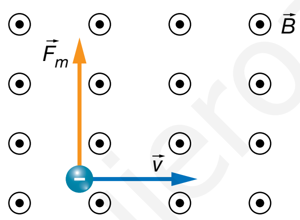
$$E_c = 20\ \text{eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 3,2 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$B = 900\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 9 \cdot 10^{-2}\ \text{T}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$$

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Un esquema de la situación planteada en el problema es el siguiente:



Para dibujar la fuerza magnética, hemos tenido en cuenta la expresión de la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q_e \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

y la dirección y el sentido que tendrá el vector fuerza magnética, $\vec{F}_m$, atendiendo a la regla del producto vectorial de $\vec{v} \times \vec{B}$, y a la inversión del sentido al multiplicar por la carga negativa del electrón.

Ahora, solo nos preocuparemos de calcular el módulo de la fuerza magnética:

$$F_m = |q_e| \cdot v \cdot B$$

Pero antes, debemos determinar la velocidad de la partícula utilizando el valor conocido de su energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \ \rightarrow\ v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_e}}$$

Sustituimos:

$$F_m = |q_e| \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_e}} \cdot B = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-18}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \cdot 9 \cdot 10^{-2} = 3,8 \cdot 10^{-14}\ \text{N}$$

Puesto que la fuerza magnética es siempre perpendicular a la trayectoria, actúa como fuerza centrípeta o normal. En consecuencia:

$$F_m = F_C = m_e \cdot a_c \ \rightarrow\ a_c = \frac{F_m}{m_e} = \frac{3,8 \cdot 10^{-4}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 4,2 \cdot 10^{16}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2 **Determina la fuerza magnética que actúa sobre una partícula de carga –0,4 mC en un campo magnético $\vec{B}$ = (100 · $\vec{i}$ – 200 · $\vec{j}$) G cuando se desplaza a 500000 m/s en la dirección y sentido del eje *Z*.**

Los datos, en el SI, son:

$$q = -0{,}4\ \text{mC} = -0{,}4\ \text{mC} \cdot \frac{1\ \text{C}}{10^3\ \text{mC}} = -0{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{C} = -4 \cdot 10^{-4}\ \text{C}$$

$$\vec{B} = (100 \cdot \vec{i} - 200 \cdot \vec{j})\ \text{G} = (100 \cdot \vec{i} - 200 \cdot \vec{j})\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = (\vec{i} - 2 \cdot \vec{j}) \cdot 10^{-2}\ \text{T}$$

$$\vec{v} = 5 \cdot 10^5 \cdot \vec{k}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tenemos que aplicar la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q_e \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Si tenemos las expresiones vectoriales de los vectores, no es necesario que los dibujemos en el espacio; simplemente, aplicamos la ley de Lorentz realizando el producto vectorial con el determinante:

$$\vec{F}_m = q_e \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -4 \cdot 10^{-4} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 5 \cdot 10^5 \\ 10^{-2} & -2 \cdot 10^{-2} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \cdot 10^{-4} \cdot (10^4 \cdot \vec{i} + 5 \cdot 10^3 \cdot \vec{j}) = (-4 \cdot \vec{i} - 2 \cdot \vec{j})\ \text{N}$$

3 **¿Con qué ángulo se moverá un protón de 30 eV con respecto a un campo magnético de 1 T si la fuerza magnética que experimenta es de 6 · 10^{-15} N?**

Datos: m_p = 1,67 · 10^{-27} kg; q_p = 1,6 · 10^{-19} C.

Los datos son los siguientes:

$$B = 1\ \text{T} \ ;\ q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \ ;\ m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \ ;\ F_m = 6 \cdot 10^{15}\ \text{N}$$

$$E_c = 30\ \text{eV} = 30\ \text{eV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 4{,}8 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Utilizaremos la expresión del módulo de la fuerza magnética de la ley de Lorentz:

$$F_m = q_p \cdot v \cdot B \cdot sen\,\theta \ \rightarrow\ \theta = arcsen \frac{F_m}{q_p \cdot v \cdot B}$$

Con la expresión de la energía cinética del protón, podemos despejar su velocidad:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v^2 \ \rightarrow\ v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_p}}$$

Si ahora sustituimos, encontramos una expresión para el ángulo en función de los datos:

$$\theta = arcsen \frac{F_m}{q_p \cdot v \cdot B} = arcsen \frac{F_m}{q_p \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_p}} \cdot B} = arcsen \frac{6 \cdot 10^{-15}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-18}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}}} \cdot 1} = 29{,}6°$$

4 **Un electrón penetra con velocidad $\vec{v}$ en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme, $\vec{B}$. ¿Bajo qué condiciones el campo magnético no influye en su movimiento?**

Cuando una carga eléctrica penetra en el interior de un campo magnético, el campo ejerce una fuerza sobre ella.

Esta fuerza, llamada fuerza de Lorentz, viene definida por la siguiente ecuación vectorial:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

El módulo de la fuerza es:

$$F = q \cdot \left|\vec{v}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot sen\,(\vec{v}, \vec{B})$$

Su dirección es perpendicular al plano que forman $\vec{v}$ y $\vec{B}$, y su sentido, el de avance del tornillo cuando va de $\vec{v}$ a $\vec{B}$ por el camino más corto si la carga es positiva, y el contrario cuando es negativa.

Cuando la velocidad, $\vec{v}$, y el campo, $\vec{B}$, son paralelos, tienen la misma dirección, el ángulo que forman es 0° o 180° y, por tanto, el módulo de la fuerza es cero:

$$\vec{F} = q \cdot \left|\vec{v}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot sen\,0° = 0$$

$$F = q \cdot \left|\vec{v}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot sen\,180° = 0$$

5 Determina la fuerza de Lorentz sobre una partícula de 3 nC que se desplaza a $\vec{v}$ = 800 000 · $\vec{k}$ m/s en un campo eléctrico $\vec{E}$ = (2 · $\vec{i}$ + 3 · $\vec{j}$ + $\vec{k}$) · 10⁴ V/m y un campo magnético $\vec{B}$ = 150 · $\vec{j}$ G.

Los datos son:

$$q = 3\ \text{nC} = 3\ \text{nC} \cdot \frac{1\ \text{C}}{10^9\ \text{nC}} = 3 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \quad ; \quad \vec{v} = 800\,000 \cdot \vec{k}\ \text{m/s} \quad ; \quad \vec{E} = (2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} + \vec{k}) \cdot 10^4\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{B} = 150 \cdot \vec{j}\ \text{G} = 150 \cdot \vec{j}\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot \vec{j}\ \text{T}$$

Aplicamos la ley completa de Lorentz, en la que aparece el campo eléctrico también:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 3 \cdot 10^{-9} \cdot \left((2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} + \vec{k}) \cdot 10^4 + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 8 \cdot 10^5 \\ 0 & 1{,}5 \cdot 10^{-2} & 0 \end{vmatrix} \right) =$$

$$= 3 \cdot 10^{-9} \cdot \left[(2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} + \vec{k}) \cdot 10^4 - 1{,}2 \cdot 10^4 \cdot \vec{i} \right] = 3 \cdot 10^{-9} \cdot (0{,}8 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} + \vec{k}) \cdot 10^4 =$$

$$= (2{,}4 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j} + 3 \cdot \vec{k}) \cdot 10^{-5}\ \text{N}$$

6 Una carga de –4 μC se desplaza a una cierta velocidad a lo largo del eje X, donde existe un campo eléctrico $\vec{E}$ = 100 · $\vec{j}$ V/m y un campo magnético $\vec{B}$ = (0,1 · $\vec{i}$ – 0,2 · $\vec{j}$ + + 0,1 · $\vec{k}$) T. Encuentra la expresión vectorial de la velocidad si la partícula experimenta una fuerza de $\vec{F}$ = 8 · 10⁻⁴ · $\vec{k}$ N.

Los datos proporcionados son:

$$q = -4\ \mu\text{C} = -4\ \mu\text{C} \cdot \frac{1\ \text{C}}{10^6\ \text{nC}} = -4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \quad ; \quad \vec{E} = 100 \cdot \vec{j}\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{B} = (0{,}1 \cdot \vec{i} - 0{,}2 \cdot \vec{j} + 0{,}1 \cdot \vec{k})\ \text{T} \quad ; \quad \vec{F} = 8 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k}\ \text{N}$$

También sabemos que la velocidad solamente tiene coordenada *x:*

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i}$$

Escribiremos la ley de Lorentz, y desarrollamos:

$$\vec{F}_m = q\cdot(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) = -4\cdot 10^{-6}\cdot\left(100\cdot\vec{j}+\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ v_x & 0 & 0\\ 0,1 & -0,2 & 0,1\end{vmatrix}\right)=$$

$$= -4\cdot 10^{-6}\cdot\left[100\cdot\vec{j}+(-0,1\cdot v_x\cdot\vec{j}-0,2\cdot v_x\cdot\vec{k})\right] = -4\cdot 10^{-6}\cdot\left[(100-0,1\cdot v_x)\cdot\vec{j}-0,2\cdot v_x\cdot\vec{k}\right]=$$

$$= -4\cdot 10^{-6}\cdot(100-0,1\cdot v_x)\cdot\vec{j}+8\cdot v_x\cdot 10^{-7}\cdot\vec{k}$$

Ahora igualamos nuestro resultado con el valor de la fuerza magnética que nos proporciona el enunciado, de donde podremos despejar la incógnita, v_x.

$$\vec{F}_m = -4\cdot 10^{-6}\cdot(100-0,1\cdot\vec{v}_x)\cdot\vec{j}+8\cdot\vec{v}_x\cdot 10^{-7}\cdot\vec{k} = 8\cdot 10^{-4}\cdot\vec{k}$$

Para que se cumpla la igualdad, debe cumplirse que la coordenada en el eje Y se anule:

$$100-0,1\cdot\vec{v}_x = 0 \;\rightarrow\; \vec{v}_x = 1000\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Podemos comprobar, que la coordenada en el eje Z coincide al poner este valor de la velocidad encontrado:

$$\vec{F}_m = 8\cdot\vec{v}_x\cdot 10^{-7}\cdot\vec{k} = 8\cdot 1000\cdot 10^{-7}\cdot\vec{k} = 8\cdot 10^{-4}\cdot\vec{k}\ \text{N}$$

7 Un electrón es acelerado con 500 V; seguidamente, entra en un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad de 1 000 G. Determina qué campo eléctrico hay que superponer al magnético para que la partícula continúe en línea recta.

Si el electrón es acelerado con 500 V, entonces su energía cinética es de 500 eV.

Los datos proporcionados por el ejercicio son los siguientes:

$$B = 1000\ \text{G} = 1000\ \text{G}\cdot\frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 0,1\ \text{T} \;\;;\;\; m_e = 9,1\cdot 10^{-31}\ \text{kg} \;\;;\;\; q_e = -1,6\cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

$$E_c = 500\ \text{eV}\cdot\frac{1,6\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 8\cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Vamos a determinar la velocidad del electrón utilizando el dato de su energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2 \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8\cdot 10^{-17}}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 1,3\cdot 10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para que el electrón se mueva en línea recta, la fuerza total que actúa sobre la partícula debe ser cero. Es decir, la fuerza de la ley de Lorentz tiene que ser cero:

$$\vec{F}_m = q\cdot(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) = 0 \;\rightarrow\; \vec{E}+\vec{v}\times\vec{B} = 0 \;\rightarrow\; \vec{E} = -\vec{v}\times\vec{B}$$

Para poder trabajar con vectores, elegimos un sistema de referencia en el que la partícula se mueve a lo largo del eje X, y en el que el campo magnético tiene la dirección y el sentido del eje Y. Entonces:

$$\vec{v} = 1,3\cdot 10^{7}\cdot\vec{i}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \;\;;\;\; \vec{B} = 0,1\cdot\vec{j}\ \text{T}$$

Realicemos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1,3 \cdot 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \end{vmatrix} = 1,3 \cdot 10^6 \cdot \vec{k} \ \mathrm{T \cdot m/s}$$

Por tanto:

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -1,3 \cdot 10^6 \cdot \vec{k} \ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Si no asignamos direcciones a los vectores, diremos que la solución es:

$$E = 1,3 \cdot 10^6 \ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \text{ en el sentido contrario a } \vec{v} \times \vec{B}$$

8 **Una partícula alfa ($q = 2 \cdot q_p$) se desplaza a $c/4$ en la dirección y sentido del eje X, donde hay un campo magnético $\vec{B} = 0,6 \cdot \vec{k}$ T. Indica cómo colocarías dos placas paralelas separadas 10 cm, y a qué voltaje, para que la partícula no se desvíe.**

Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Los datos del ejercicio son:

$$q = 2 \cdot q_p = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \ \mathrm{C} = 3,2 \cdot 10^{-19} \ \mathrm{C} \ ; \ \vec{v} = \frac{c}{4} \cdot \vec{i} = \frac{3 \cdot 10^8}{4} \cdot \vec{i} \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 7,5 \cdot 10^7 \cdot \vec{i} \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\vec{B} = 0,6 \cdot \vec{k} \ \mathrm{T} \ ; \ d = 10 \ \mathrm{cm} = 0,1 \ \mathrm{m}$$

Vamos a determinar qué campo eléctrico es necesario para que la partícula no se desvíe, es decir, para que la fuerza de la ley de Lorentz se anule:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \ \rightarrow \ \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0 \ \rightarrow \ \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

Realicemos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

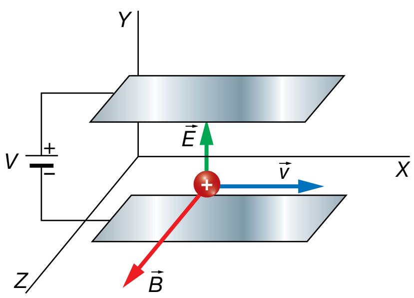
$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7,5 \cdot 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,6 \end{vmatrix} = -4,5 \cdot 10^7 \cdot \vec{j} \ \mathrm{T \cdot m/s}$$

Por tanto:

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = 4,5 \cdot 10^7 \cdot \vec{j} \ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Para conseguir este campo eléctrico mediante dos placas paralelas cargadas, debemos colocarlas como se muestra en la imagen, y la diferencia de potencial entre ellas debe ser:

$$V = E \cdot d = 4,5 \cdot 10^7 \cdot 0,1 = 4,5 \cdot 10^6 \ \mathrm{V}$$



Trayectoria en un campo magnético

9 Un protón se mueve perpendicularmente a un campo magnético de 0,4 T describiendo circunferencias de radio 20 cm. Calcula su velocidad.

Los datos del ejercicio son:

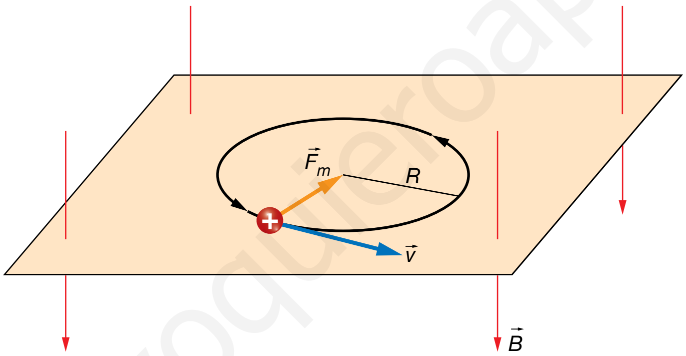
$$B=0{,}4\ \text{T}\ \ ;\ \ R=20\ \text{cm}=0{,}2\ \text{m}\ \ ;\ \ q_p=1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}\ \ ;\ \ m_p=1{,}67\cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

Sabemos que una partícula cargada que se mueva perpendicularmente a un campo magnético uniforme y estacionario, va a describir una circunferencia, cuyo radio es:

$$R=\frac{m_p\cdot v}{|q_p|\cdot B}$$

Podemos fácilmente despejar la velocidad de esta expresión:

$$v=\frac{R\cdot |q_p|\cdot B}{m_p}=\frac{0{,}2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}4}{1{,}67\cdot 10^{-27}}=7{,}7\cdot 10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



10 Describe el movimiento de una partícula de 10^{-14} kg y de 1 nC que entra a $\vec{v}$ = (100 · $\vec{i}$ + 50 · $\vec{j}$) m/s en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ = 0,1 · $\vec{j}$ T.

Los datos del ejercicio son:

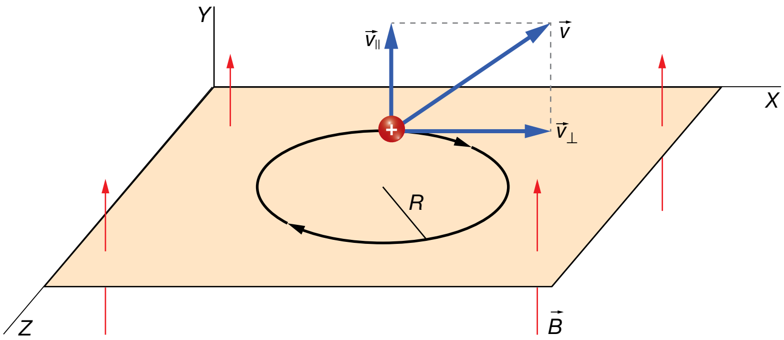
$$m=10^{-14}\ \text{kg}\ \ ;\ \ q=1\ \text{nC}=10^{-9}\ \text{C}\ \ ;\ \ \vec{v}=(100\cdot\vec{i}+50\cdot\vec{j})\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \ ;\ \ \vec{B}=0{,}1\cdot\vec{j}\ \text{T}$$

La velocidad de la partícula no es perpendicular al campo magnético, luego su movimiento será helicoidal. Debido a la componente de la velocidad perpendicular al campo ($\vec{v}_\perp=100\cdot\vec{i}$ m/s), la partícula describirá circunferencias en un plano perpendicular al campo. Y debido a la velocidad tangencial al campo ($\vec{v}_\parallel=50\cdot\vec{j}$ m/s), el plano que contiene las circunferencias se irá desplazando en la dirección del campo y con el sentido especificado por la velocidad tangencial.

Veamos el radio de las circunferencias:

$$R=\frac{m\cdot v_\perp}{|q|\cdot B}=\frac{10^{-14}\cdot 100}{10^{-9}\cdot 0{,}1}=10^{-2}\ \text{m}=1\ \text{cm}$$

La partícula describirá circunferencias en el plano mostrado en el dibujo, mientras que este plano se va desplazando a 50 m/s a lo largo del eje *Y*:



11 **Determina la frecuencia a la que gira un electrón que describe circunferencias en un campo magnético de 250 G.**

Tenemos los siguientes datos:

$$B = 250\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{T} \ ; \ m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \ ; \ q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Simplemente utilizamos la expresión matemática que nos permite calcular la frecuencia de una partícula cargada cuando describe circunferencias en un campo magnético:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q_e| \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m_e} \ \rightarrow \ f = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot \pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 7{,}0 \cdot 10^8\ \text{Hz}$$

12 **Un protón con una energía cinética de 20 eV se mueve en una órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T:**

a) Calcula el radio de la órbita.

b) Calcula la frecuencia del movimiento.

c) Justifica por qué no se transfiere energía en este movimiento.

El enunciado nos proporciona los siguientes datos:

$$E_c = 20\ \text{eV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 3{,}2 \cdot 10^{-18}\ \text{J} \ ; \ B = 1\ \text{T}$$

Como el protón se mueve en una órbita perpendicular al campo magnético, actúa sobre él una fuerza magnética que es la responsable del movimiento circular (es una fuerza centrípeta).

a) Para hallar el radio de la órbita necesitamos conocer el valor de la velocidad del protón, para lo que utilizamos el dato de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v \ \rightarrow \ v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-18}}{16{,}7 \cdot 10^{-27}}} = 6{,}19 \cdot 10^4\ \text{m/s}$$

El radio de la órbita resulta:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 6{,}19 \cdot 10^4}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1} = 6{,}46 \cdot 10^{-4}\ \text{m}$$

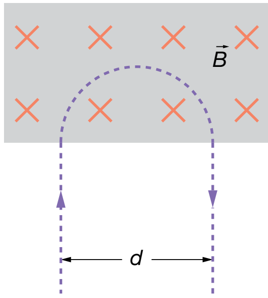
b) La frecuencia del movimiento es:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \ \rightarrow \ f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{q \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{2 \cdot \pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 1{,}52 \cdot 10^7\ \text{Hz}$$

c) No se consume energía porque el trabajo que hace el campo magnético sobre el protón es cero (la fuerza magnética es siempre perpendicular al desplazamiento).

13 **Una partícula de masa $2 \cdot 10^{-26}$ kg entra en una región donde hay un campo magnético de 600 G perpendicular a su velocidad. La partícula sale de esta región como se muestra en la figura, en $2 \cdot 10^{-6}$ s, y con d = 2 cm.**

Determina la carga de la partícula y su velocidad.



Los datos son:

$$m = 2 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}\ ;\ B = 600\ \text{G} = 600\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 6 \cdot 10^{-2}\ \text{T}$$

$$t = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{s}\ ;\ d = 2\ \text{cm} = 0{,}02\ \text{s}$$

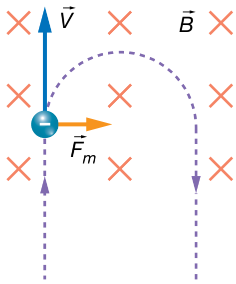
Si la partícula efectuara la circunferencia completa, su período sería:

$$T = 2 \cdot t = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{s}$$

Con la expresión del período del movimiento circular uniforme que describe una partícula cargada en un campo magnético, podemos calcular el valor absoluto de la carga eléctrica. Para ello, no es necesario conocer la velocidad a la que se mueve la partícula:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{|q| \cdot B} \rightarrow |q| = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{T \cdot B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-26}}{4 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-2}} = 5{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Para que la fuerza magnética sea tal y como aparece en el dibujo, la carga eléctrica debe ser negativa:



Por tanto:

$$q = -4{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

La velocidad la determinamos mediante la expresión del radio de la circunferencia.

$$R = \frac{d}{2} = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

$$v = \frac{d \cdot |q| \cdot B}{2 \cdot m} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 5{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-26}} = 15\,600\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Página 127

Fuerza sobre elementos de corriente

14 **Por un hilo rectilíneo de 2 m de longitud circula una corriente eléctrica de 0,5 A. ¿Qué fuerza actuará sobre él si lo introducimos en una región donde hay un campo magnético uniforme de 400 G formando 30° con el hilo?**

Los datos del problema son los siguientes:

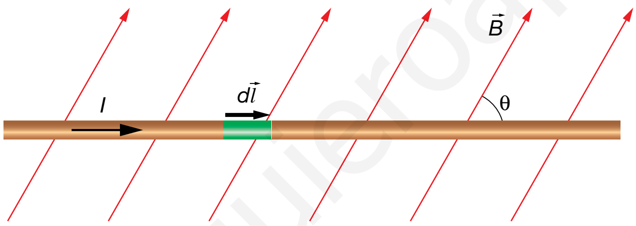
$$l = 2\ \text{m} \ ;\ I = 0{,}5\ \text{A} \ ;\ B = 400\ \text{G} = 400\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{T} \ ;\ \theta = 30°$$

La fuerza magnética que actúa sobre un hilo recto de corriente en el seno de un campo magnético viene dada por la expresión:

$$\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

que es una generalización de la ley de Lorentz para el caso de un hilo de corriente.

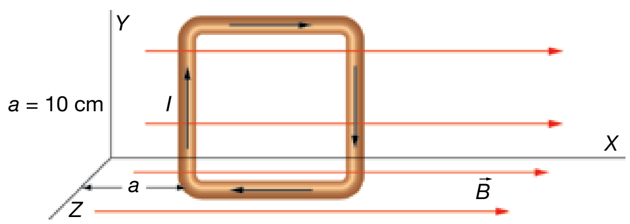
La siguiente figura representa la orientación de los vectores que intervienen en la expresión anterior:



Según la regla del producto vectorial, la fuerza magnética es perpendicular al papel y hacia afuera. Solamente nos queda por determinar el módulo:

$$F_m = I \cdot l \cdot B \cdot sen\,\theta = 0{,}5 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot sen\,30° = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{N}$$

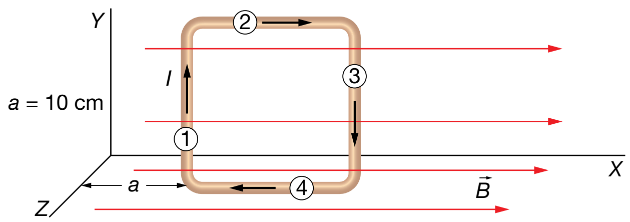
15 **En una región del espacio hay un campo magnético dirigido en la dirección y sentido del eje *X*. Su módulo es función de *x* (en metros) de la siguiente manera: *B* = 0,1 · *x* T. Determina la fuerza neta que actuará en una espira cuadrada de 12 cm colocada como se indica en la imagen, cuando es recorrida por 100 mA. ¿Hay algún momento?**



Los datos del problema son los siguientes:

$$\vec{B}(x) = 0{,}1 \cdot x \cdot \vec{i}\ \text{T} \ ;\ l = 12\ \text{cm} = 0{,}12\ \text{m} \ ;\ a = 10\ \text{cm} = 0{,}1\ \text{m} \ ;\ I = 100\ \text{mA} = 0{,}1\ \text{A}$$

Numeramos los lados del cuadrado para calcular la fuerza magnética que actúa sobre cada uno de ellos.



La expresión que tenemos que utilizar para cada lado es:

$$\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

La fuerza magnética sobre el lado (2) es cero, puesto que $\vec{l}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares. Igualmente ocurre con el lado (4).

Para el lado (1), hay que tener en cuenta que:

$$\vec{l}_1 = 0,12 \cdot \vec{j} \text{ m} \quad ; \quad \vec{B}(a) = \vec{B}(0,1) = 0,1 \cdot 0,1 \cdot \vec{i} \text{ T} = 0,01 \cdot \vec{i} \text{ T}$$

Por tanto, la fuerza magnética sobre el lado (1) es:

$$\vec{F}_{m_1} = I \cdot \left[\vec{l}_1 \times \vec{B}(a)\right] = 0,1 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0,12 & 0 \\ 0,01 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1,2 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k} \text{ N}$$

Para el lado (3), tendremos en cuenta que:

$$\vec{l}_3 = -0,12 \cdot \vec{j} \text{ m} \quad ; \quad \vec{B}(a+l) = \vec{B}(0,22) = 0,1 \cdot 0,22 \cdot \vec{i} \text{ T} = 0,022 \cdot \vec{i} \text{ T}$$

Por tanto, la fuerza magnética sobre el lado (3) es:

$$\vec{F}_{m_4} = I \cdot \left[\vec{l}_3 \times \vec{B}(a+l)\right] = 0,1 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -0,12 & 0 \\ 0,022 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2,6 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k} \text{ N}$$

Luego, la fuerza total es:

$$\vec{F} = \vec{F}_{m_1} + \vec{F}_{m_3} = -1,2 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k} + 2,6 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k} = 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k} \text{ N}$$

El vector dipolar magnético de la espira tiene la dirección del eje *Z* y sentido contrario; es decir, es:

$$\vec{m} = -m \cdot \vec{k}$$

Como sabemos, aparece un momento sobre la espira que va a hacer que la espira gire hasta que oriente su vector dipolar magnético en la misma dirección y sentido que el campo magnético. Es decir, terminará apuntando hacia el sentido positivo del eje *X*.

No hay que olvidar, que puesto que la fuerza neta no se anula, la espira girará como se ha mencionado mientras acelera en la dirección y sentido del eje *Z*.

16 **Un hilo recto de 1 m experimenta una fuerza magnética de 10^{-3} N al introducirse en un campo magnético uniforme de 1 T perpendicular al hilo. ¿Qué intensidad de corriente lo recorre?**

Los datos son:

$$B = 1 \text{ T} \quad ; \quad l = 1 \text{ m} \quad ; \quad F_m = 10^{-3} \text{ N} \quad ; \quad \theta = 0°$$

De la expresión del módulo de la fuerza magnética sobre un hilo recto de corriente, despejamos la intensidad de corriente.

$$F_m = I \cdot l \cdot B \cdot sen\,\theta \;\rightarrow\; I = \frac{F_m}{l \cdot B \cdot sen\,\theta} = \frac{10^{-3}}{1 \cdot 1 \cdot 1} = 10^{-3}\ \text{A} = 1\ \text{mA}$$

17 **El momento de una espira circular recorrida por 0,2 A cuando se coloca en un campo magnético uniforme de 5 000 G es 3,14 · 10⁻⁵ N · m. Las líneas de fuerza del campo son tangentes a la superficie definida por la espira. ¿Qué radio tiene la espira?**

Los datos del enunciado son:

$$I = 0{,}2\ \text{A} \;\;;\;\; B = 5\,000\ \text{G} = 5\,000\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 0{,}5\ \text{T} \;\;;\;\; M = 3{,}14 \cdot 10^{-5}\ \text{N} \cdot \text{m} \;\;;\;\; \theta = 90°$$

El momento de una espira en un campo magnético se puede calcular mediante la expresión:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

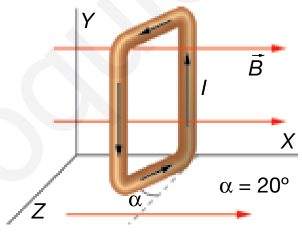
De la expresión de su módulo, podemos despejar la superficie de la espira:

$$M = m \cdot B \cdot sen\,\theta = I \cdot S \cdot B \cdot sen\,\theta \rightarrow S = \frac{M}{I \cdot B \cdot sen\,\theta} = \frac{3{,}14 \cdot 10^{-5}}{0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot sen\,90°} = 3{,}14 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

En consecuencia, su radio es:

$$S = \pi \cdot r^2 \;\rightarrow\; r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{3{,}14 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 10^{-2}\ \text{m}$$

18 **Una espira cuadrada de 5 cm de lado está colocada como se muestra en la imagen. Determina el momento que tenderá a hacer girar la espira.**



Datos: *I* = 200 mA, *B* = 0,15 T.

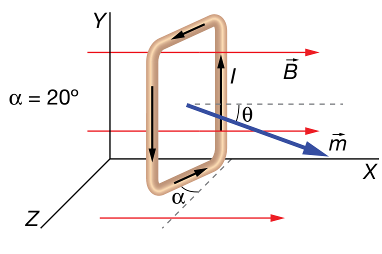
Los datos de que disponemos son:

$$\vec{B} = 0{,}15 \cdot \vec{i}\ \text{T} \;\;;\;\; a = 5\ \text{cm} = 0{,}05\ \text{m} \;\;;\;\; \alpha = 20° \;\;;\;\; I = 200\ \text{mA} = 0{,}2\ \text{A}$$

El momento sobre una espira de corriente en un campo magnético lo podemos calcular mediante la ecuación:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Para ello, necesitamos determinar el momento dipolar magnético de la espira, que aparece dibujado en la siguiente imagen. Se puede comprobar que el ángulo θ es igual al α.



Escribimos el momento dipolar magnético en forma vectorial:

$$\vec{m} = m \cdot \cos\theta \cdot \vec{i} + m \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{k} = m \cdot (\cos\theta \cdot \vec{i} + \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{k}) = I \cdot S \cdot (\cos\theta \cdot \vec{i} + \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{k})$$

$$\vec{m} = 0{,}2 \cdot 0{,}05^2 \cdot (\cos 20° \cdot \vec{i} + \operatorname{sen} 20° \cdot \vec{k}) = 4{,}7 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{i} + 1{,}7 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k}$$

Ya podemos realizar el producto vectorial:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4{,}7 \cdot 10^{-4} & 0 & 1{,}7 \cdot 10^{-4} \\ 0{,}15 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot \vec{j} \ \text{N} \cdot \text{m}$$

Este momento indica que la espira tiene tendencia a girar en sentido antihorario si miramos desde la parte positiva del eje Y. Es decir, tiende a alinear $\vec{m}$ con $\vec{B}$.

Campo creado por una partícula cargada

19 **Un electrón es acelerado con 1 000 V. Determina el campo magnético que crea a 1 cm de distancia en las siguientes situaciones: a) por delante de él; b) en una dirección que forma 30° con la velocidad; c) perpendicular a su velocidad.**

Si un electrón es acelerado con 1 000 V, su energía cinética es de 1 000 eV.

Los datos son los siguientes:

$$E_c = 1000 \text{ eV} = 1000 \text{ eV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1{,}6 \cdot 10^{-16} \text{ J} \ ; \ m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \ ; \ q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$r = 1 \text{ cm} = 0{,}01 \text{ m} \quad ; \quad \varphi = 30°$$

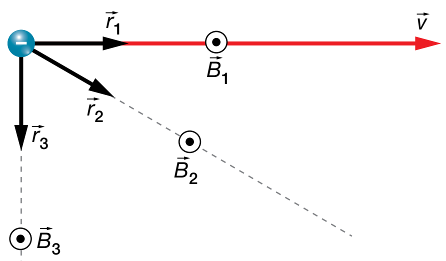
El campo que crea una partícula cargada en movimiento viene dado por la expresión:

$$\vec{B} = K' \cdot \frac{q \cdot (\vec{v} \times \vec{u}_r)}{r^2}$$

Como vamos a necesitar la velocidad del electrón, utilizamos la expresión de la energía cinética del electrón para determinar su valor:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \ \rightarrow \ v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-16}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}88 \cdot 10^7 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En la figura se representan las tres situaciones planteadas:



a) Cálculo de $\vec{B}_1$.

Se ha representado el vector unitario en este caso por $\vec{r}_1$. Se ve que $\vec{v} \times \vec{r}_1 = 0$ puesto que los dos vectores son paralelos. En consecuencia:

$$\vec{B}_1 = 0$$

b) Cálculo de $\vec{B}_2$.

Se ha representado el vector unitario en este caso por $\vec{r}_2$. El producto vectorial $\vec{v} \times \vec{r}_2$ nos da un vector perpendicular al papel y hacia adentro, pero puesto que hay que multiplicarlo por la carga negativa del electrón, el campo magnético será perpendicular al papel y hacia afuera.

Ahora, que conocemos la dirección y sentido de $\vec{B}_2$, nos preocupamos solamente de calcular su módulo:

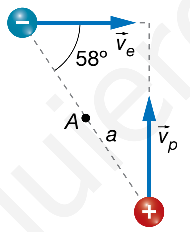
$$B_2 = K' \cdot \frac{|q_e| \cdot (v \cdot \text{sen}\ \varphi)}{r^2} = 10^{-7} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (1{,}88 \cdot 10^7 \cdot \text{sen}\ 30°)}{0{,}01^2} = 1{,}5 \cdot 10^{-15}\ \text{T}$$

c) Cálculo de $\vec{B}_3$.

Se ha representado el vector unitario en este caso por $\vec{r}_3$. El producto vectorial $\vec{v} \times \vec{r}_3$ nos da también un vector perpendicular al papel y hacia adentro, que al multiplicarlo por la carga negativa del electrón da un campo magnético perpendicular al papel y hacia afuera. Nos queda encontrar su módulo:

$$B_3 = K' \cdot \frac{|q_e| \cdot v}{r^2} = 10^{-7} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}88 \cdot 10^7}{0{,}01^2} = 3{,}0 \cdot 10^{-15}\ \text{T}$$

20 **Un electrón y un protón viajan a 1 000 m/s siguiendo trayectorias rectilíneas perpendiculares, según se muesta en la figura. Determina el campo neto que crean las dos partículas en el punto *A* a mitad de camino cuando la distancia entre ellos es *a* = 4 cm.**



Los datos son:

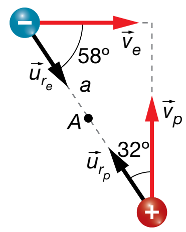
$$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \ ; \ q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \ ; \ v = 1000\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \ ; \ a = 4\ \text{cm} = 0{,}04\ \text{m} \ ; \ \varphi = 58°$$

La expresión para calcular el campo magnético que crea una partícula cargada en movimiento es:

$$\vec{B} = K' \cdot \frac{q \cdot (\vec{v} \times \vec{u}_r)}{r^2}$$

donde:

$$r = \frac{a}{2} = \frac{0{,}04}{2} = 0{,}02\ \text{m}$$



• Veamos el campo creado por el electrón en el punto *A*:

$$\vec{B}_e = K' \cdot \frac{q_e \cdot (\vec{v}_e \times \vec{u}_{re})}{r^2}$$

Estudiando el producto vectorial para el electrón, se obtiene en el punto *A* un vector perpendicular al papel y hacia adentro, pero al multiplicar por la carga negativa del electrón, se obtiene que el campo creado por el electrón en el punto *A* es hacia afuera del papel. Solamente nos queda por determinar su módulo:

$$B_e = K' \cdot \frac{|q_e| \cdot v \cdot \text{sen}\ \varphi}{r^2} = 10^{-7} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 \cdot \text{sen}\ 58°}{0{,}02^2} = 3{,}4 \cdot 10^{-20}\ \text{T}$$

- Ahora veremos el campo que crea el protón en el punto *A*:

$$\vec{B}_p = K' \cdot \frac{q_p \cdot (\vec{v}_p \times \vec{u}_{rp})}{r^2}$$

El producto de $\vec{v}_p \times \vec{u}_{rp}$ nos da un vector perpendicular al plano y hacia afuera. Luego el campo magnético debido al protón es también hacia afuera del papel. Veamos su módulo:

$$B_p = K' \cdot \frac{q_p \cdot v_p \cdot sen\,(90° - \varphi)}{r^2} = 10^{-7} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 \cdot sen\,(90° - 58°)}{0,02^2} = 2,1 \cdot 10^{-20}\ \text{T}$$

Luego el campo magnético total en el punto *A* es un vector perpendicular al papel con su sentido hacia afuera, y cuyo módulo es:

$$B = B_e + B_p = 3,4 \cdot 10^{-20} + 2,1 \cdot 10^{-20} = 5,5 \cdot 10^{-20}\ \text{T}$$

Campo creado por un hilo de corriente

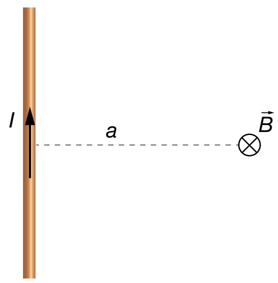
21 Determina la intensidad de corriente que circula por un hilo de corriente si a 2 cm el campo magnético es de 1 μT.

Los datos del ejercicio son:

$$a = 2\ \text{cm} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad ; \quad B = 1\ \mu\text{T} = 10^{-6}\ \text{T}$$

La expresión para calcular el módulo del campo magnético que crea un hilo de corriente es:

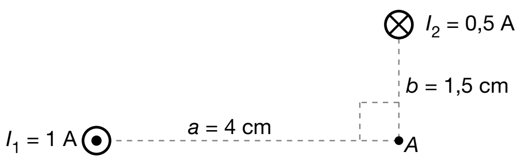
$$B = 2 \cdot K' \cdot \frac{I}{a}$$



Despejamos la intensidad de la corriente eléctrica en la ecuación anterior:

$$I = \frac{B \cdot a}{2 \cdot K'} = \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-7}} = 0,1\ \text{A}$$

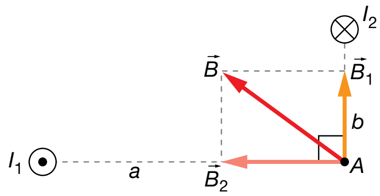
22 Determina el módulo del campo magnético total creado por los dos hilos de corriente de la imagen en el punto *A*. Realiza un dibujo en el que aparezca el vector campo magnético.



Los datos proporcionados son:

$$a = 4\ \text{cm} = 4 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad ; \quad b = 1,5\ \text{cm} = 1,5 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad ; \quad I_1 = 1\ \text{A} \quad ; \quad I_2 = 0,5\ \text{A}$$

La dirección y el sentido de los dos campos magnéticos creados en el punto *A*, se averiguan utilizando la regla de la mano derecha, y se indican en el siguiente dibujo:



Utilizamos la ecuación del campo magnético creado por un hilo de corriente para cada hilo:

$$B_1 = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1}{a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

$$B_2 = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_2}{b} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0,5}{1,5 \cdot 10^{-2}} = 6,7 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

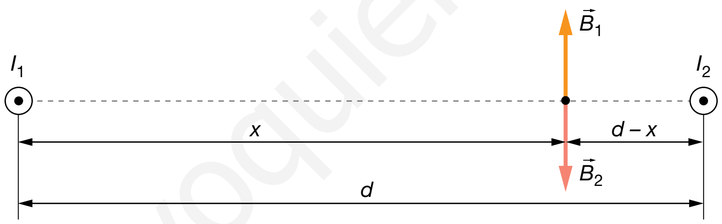
Aplicamos el teorema de Pitágoras para encontrar el módulo del campo magnético total.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(5 \cdot 10^{-6})^2 + (6,7 \cdot 10^{-6})^2} = 8,4 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

23 **Dos hilos de corriente paralelos están recorridos por una intensidad de 200 mA y 50 mA en el mismo sentido, separados 10 cm. Encuentra un punto donde se anule el campo total.**

Los datos del ejercicio son:

$$I_1 = 200\ \text{mA} = 0,2\ \text{A} \quad ; \quad I_2 = 50\ \text{mA} = 0,05\ \text{A} \quad ; \quad d = 10\ \text{cm} = 0,1\ \text{m}$$



Para que el campo magnético total se anule, tiene que cumplirse:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \ \rightarrow\ B = B_1 - B_2 = 0 \ \rightarrow\ 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1}{x} - 2 \cdot K' \cdot \frac{I_2}{d - x} = 0 \ \rightarrow\ (d - x) \cdot I_1 = x \cdot I_2 \ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ d \cdot I_1 = x \cdot (I_1 + I_2) \ \rightarrow\ x = \frac{d \cdot I_1}{I_1 + I_2} = \frac{0,1 \cdot 0,2}{0,2 + 0,05} = 0,08\ \text{m} = 8\ \text{cm}$$

24 **Si los dos hilos del ejercicio anterior tuvieran sus intensidades en sentidos opuestos, ¿dónde se anularía el campo?**

Los datos del ejercicio son:

$$I_1 = 200\ \text{mA} = 0,2\ \text{A} \quad ; \quad I_2 = 50\ \text{mA} = 0,05\ \text{A} \quad ; \quad d = 10\ \text{cm} = 0,1\ \text{m}$$

Para que el campo se anule, tiene que cumplirse que:

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2=0 \;\rightarrow\; B=B_1-B_2=0 \;\rightarrow\; 2\cdot K'\cdot\frac{I_1}{d+x}-2\cdot K'\cdot\frac{I_2}{x}=0 \;\rightarrow\; x\cdot I_1=(d+x)\cdot I_2 \;\rightarrow$$

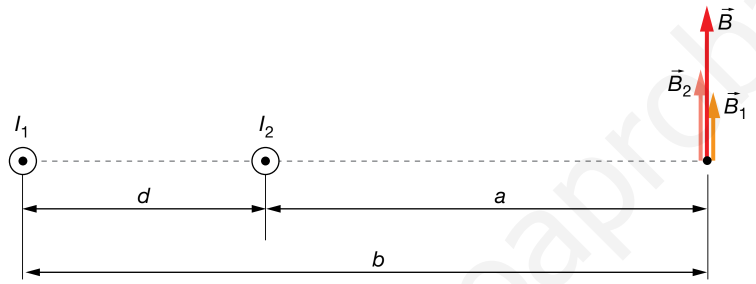
$$\rightarrow\; d\cdot I_2=x\cdot(I_1-I_2) \;\rightarrow\; x=\frac{d\cdot I_2}{I_1-I_2}=\frac{0{,}1\cdot 0{,}2}{0{,}2-0{,}05}=3{,}3\cdot 10^{-2}\ \text{m}=3{,}3\ \text{cm}$$

Página 128

25 **Disponemos de dos hilos de corriente rectos paralelos separados 4 cm cuyas intensidades son 0,8 A y 1,4 A en el mismo sentido. Encuentra el campo total en el punto de la recta que los une, situado a 5 cm del segundo hilo y 9 del primero.**

Los datos son los siguientes:

$$d=4\ \text{cm}=4\cdot 10^{-2}\ \text{m}\ ;\ a=5\ \text{cm}=5\cdot 10^{-2}\ \text{m}\ ;\ b=9\ \text{cm}=9\cdot 10^{-2}\ \text{m}\ ;\ I_1=0{,}8\ \text{A}\ ;\ I_2=1{,}4\ \text{A}$$



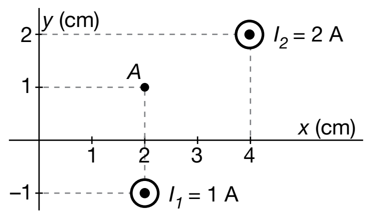
El campo total será:

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$$

Puesto que los campos tienen la misma dirección y sentido en el punto indicado, solo nos vamos a preocupar del módulo:

$$B=B_1+B_2=2\cdot K'\cdot\frac{I_1}{b}-2\cdot K'\cdot\frac{I_2}{a}=2\cdot 10^{-7}\cdot\frac{0{,}8}{9\cdot 10^{-2}}+2\cdot 10^{-7}\cdot\frac{1{,}4}{5\cdot 10^{-2}}=7{,}4\cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

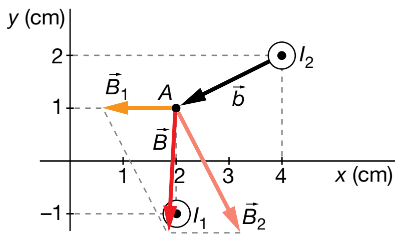
26 **Determina el campo magnético total de los dos hilos de corriente de la imagen en el punto *A*.**



Los datos son:

$$I_1=1\ \text{A}\ ;\ I_2=2\ \text{A}$$

La figura representa gráficamente la solución de una forma aproximada:



El campo magnético que crea el primer hilo en el punto *A* es fácil de calcular. Su módulo es:

$$B_1 = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1}{a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{2 \cdot 10^{-2}} = 10^{-5}\ \text{T}$$

Escrito en forma vectorial es:

$$\vec{B}_1 = -10^{-5} \cdot \vec{i}\ \text{T}$$

La distancia a la que está el segundo hilo del punto *A* es:

$$b = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}\ \text{cm} = \sqrt{5} \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

El módulo del campo magnético creado por el segundo hilo en dicho punto es:

$$B_2 = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_2}{b} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2}{\sqrt{5} \cdot 10^{-2}} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

Este módulo lo tenemos que multiplicar por un vector unitario en la misma dirección y sentido que $\vec{B}_2$, que como vemos, es perpendicular a $\vec{b} = (-2, -1)$. Lo llamamos $\vec{u}_2 = (x, y)$.

Para que sean perpendiculares, tiene que cumplirse:

$$\vec{u}_2 \cdot \vec{b} = (x, y) \cdot (-2, -1) = -2 \cdot x - y = 0 \ \rightarrow \ y = -2 \cdot x$$

Además, al tratarse de un vector unitario se debe cumplir que:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Sustituyendo en esta última ecuación la condición anterior:

$$x^2 + (-2 \cdot x)^2 = 1 \ \rightarrow \ 5 \cdot x^2 = 1$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{5}} \ \rightarrow \ y = -2 \cdot x = \frac{-2}{\sqrt{5}}$$

El vector unitario que buscamos es:

$$\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot (1, -2)$$

Entonces:

$$\vec{B}_2 = B_2 \cdot \vec{u}_2 = 1{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot (1, -2) = (8 \cdot 10^{-6}, -16 \cdot 10^{-6}) = (8 \cdot \vec{i} - 16 \cdot \vec{j}) \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

Una vez que tenemos los campos magnéticos escritos de manera vectorial, podemos sumarlos fácilmente para buscar el campo magnético total:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -10^{-5} \cdot \vec{i} + 8 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{i} - 16 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{j} = (2 \cdot \vec{i} - 16 \cdot \vec{j}) \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

27 **Dos conductores rectilíneos paralelos de longitud ilimitada y separados 10 cm, transportan las corrientes I_1 = 4 A e I_2 en el mismo sentido. Si el módulo del campo magnético en un punto situado entre ambos conductores a una distancia R_1 = 2,5 cm del conductor I_1 es igual a cero:**

a) Calcula el valor de la corriente I_2.

b) Calcula la fuerza ejercida sobre 1 m de longitud del conductor I_2 por la corriente que circula por el conductor I_1. ¿Es atractiva o repulsiva?

c) Si las dos corrientes fuesen de sentidos contrarios, ¿tendría el campo magnético el valor cero en algún punto situado entre ambos conductores? Explícalo (no hacen falta cálculos).

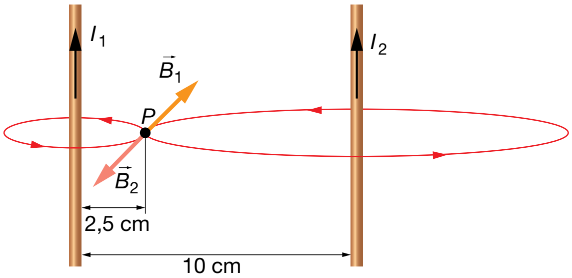
Dato: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ N/A².

Los datos del ejercicio son los siguientes:

$$I_1 = 4 \text{ A} \quad ; \quad R_1 = 2{,}5 \text{ cm} = 0{,}025 \text{ m} \quad ; \quad d = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}$$

$$R_2 = d - R_1 = 0{,}075 \text{ m} \quad ; \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

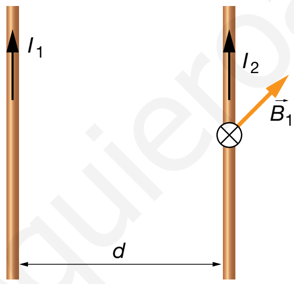
a) Para que el campo magnético se anule en el punto indicado, P, el campo $\vec{B}_2$ creado por la corriente I_2 en P debe tener igual módulo y dirección que $\vec{B}_1$, y sentido opuesto:



Para que $\vec{B}_2$ tenga igual módulo que $\vec{B}_1$, el valor de I_2 debe ser:

$$\left|\vec{B}_1\right| = \left|\vec{B}_2\right| \rightarrow \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot R_1} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot R_2} \rightarrow \frac{I_1}{R_1} = \frac{I_2}{R_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4}{2{,}5 \cdot 10^{-2}} = \frac{I_2}{7{,}5 \cdot 10^{-2}} \rightarrow I_2 = 12 \text{ A}$$



b) Ambos conductores ejercen fuerzas del mismo valor y dirección pero en sentidos opuestos. El módulo de esta fuerza, por unidad de longitud, es directamente proporcional al producto de las intensidades e inversamente proporcional a la distancia entre ellos:

$$\frac{F}{l} = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{a}$$

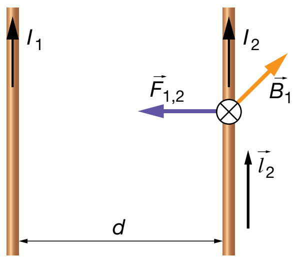
Sustituyendo valores:

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{4 \cdot 12}{0{,}1} \cdot 1 = 9{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

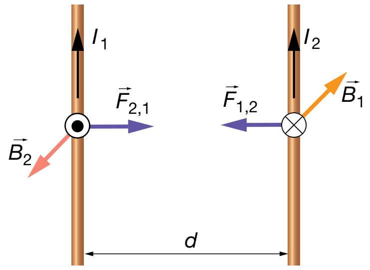
La dirección y el sentido de esta fuerza quedan definidos al aplicar la ley de Laplace a los dos hilos. La fuerza que actúa sobre el segundo conductor es:

$$\vec{F}_2 = I_1 \cdot (\vec{l}_2 \times \vec{B}_1)$$

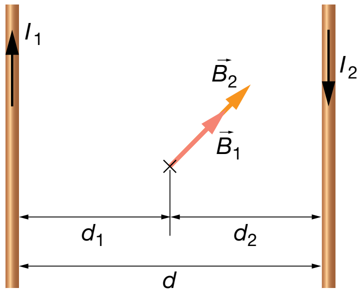
Aplicando la regla del producto vectorial, vemos que la fuerza está dirigida hacia el primer conductor:



Del mismo modo, la fuerza que actúa sobre el primero debida al campo magnético que crea el segundo está dirigida hacia este último, por lo que concluimos que la fuerza es atractiva:



c) En ese caso, los campos magnéticos creados por las corrientes 1 y 2, en cualquier punto situado entre ambos conductores, tendrían la misma dirección y sentido. El campo magnético resultante nunca sería nulo en esos puntos:



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1} \cdot (-\vec{i}) + \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d_2} \cdot (-\vec{i})$$

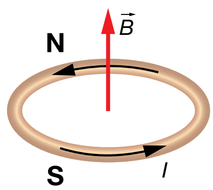
Campo creado por una espira circular

28 Por una espira circular de 5 cm de diámetro circula una intensidad de corriente de 250 mA. Realiza un dibujo donde se muestren su cara norte y sur, y el valor del campo magnético en su centro.

Los datos son los siguientes:

$$D = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad ; \quad I = 250 \text{ mA} = 0{,}250 \text{ A}$$

La figura siguiente muestra la situación del problema e identifica las caras norte y sur de la espira:



Para determinar el módulo del campo magnético en el centro de la espira, tenemos que aplicar la expresión:

$$B = 2 \cdot \pi \cdot K' \cdot \frac{I}{a} = 2 \cdot \pi \cdot K' \cdot \frac{I}{\frac{D}{2}} = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0{,}250}{\frac{5 \cdot 10^{-2}}{2}} = 6{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

29 En el centro de una espira circular de 7 cm de radio hay un campo magnético de 1,5 μT. ¿Qué intensidad recorre la espira?

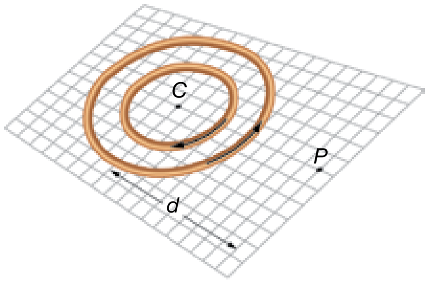
Los datos del ejercicio son:

$$a = 7 \text{ cm} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad ; \quad B = 1{,}8 \ \mu\text{T} = 1{,}8 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Tenemos que utilizar la ecuación del campo magnético que crea una espira circular:

$$B = 2 \cdot \pi \cdot K' \cdot \frac{I}{a} \quad \rightarrow \quad I = \frac{a \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot K'} = \frac{7 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 0{,}167 \text{ A} = 167 \text{ mA}$$

30 **La figura representa dos espiras de 3 mm y 5 mm de radio, respectivamente, contenidas en un plano, por las que circulan corrientes eléctricas de 3 A en el sentido de las flechas.**



a) Determina el valor del campo magnético en el centro de las espiras (punto *C*).

b) Haz un esquema en el que se muestre cómo habría que colocar un hilo conductor recto de longitud indefinida que pase por el punto *P* a 9 mm de *C* y el sentido de la corriente que debe circular por él para que anule el campo magnético total en el punto *C*.

c) ¿Qué intensidad de corriente debería atravesar el hilo del apartado anterior para que el campo magnético total en el punto *C* sea cero?

En este problema, los datos de que disponemos son:

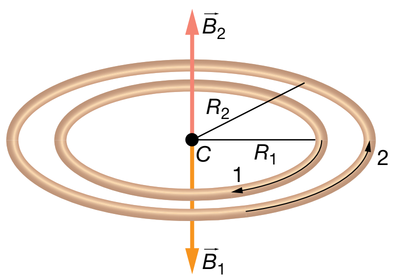
$$I_1 = I_2 = 3 \text{ A} \quad ; \quad R_1 = 3 \text{ mm} \quad ; \quad R_2 = 5 \text{ mm}$$

a) El valor del campo magnético creado por cada espira en su centro es:

$$\left|\vec{B}_1\right| = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}$$

$$\left|\vec{B}_1\right| = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

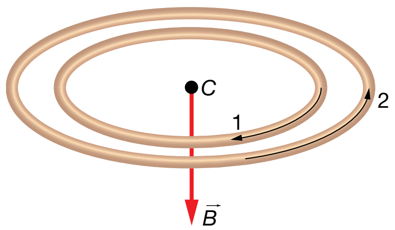
$$\left|\vec{B}_2\right| = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}2 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$$



El campo magnético total creado por la dos espiras será, entonces:

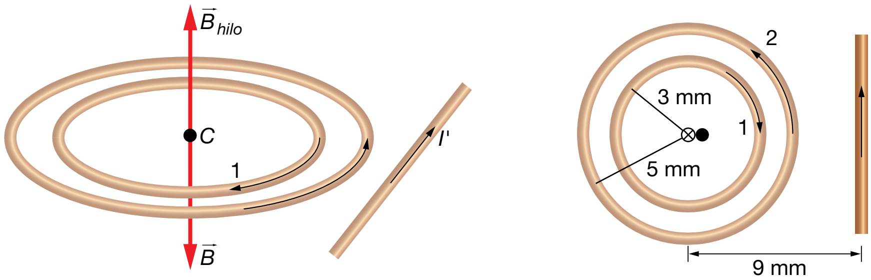
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad \rightarrow \quad \left|\vec{B}\right| = \left|\vec{B}_1\right| - \left|\vec{B}_2\right|$$

$$\left|\vec{B}\right| = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-4} - 1{,}2 \cdot \pi \cdot 10^{-4} = 8 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \text{ T}$$



El campo magnético total está dirigido hacia abajo.

b) Habría que colocar el hilo como se muestra en las figuras:



El campo magnético $\vec{B}$ creado por las dos espiras está dirigido hacia abajo; por tanto, el campo que cree el conductor recto ha de estar dirigido hacia arriba. El hilo ha de estar colocado en el mismo plano que las espiras, y la corriente I' debe tener el sentido indicado en el figura anterior.

c) Para hallar la intensidad I' que circula por el conductor recto, se igualan los módulos del campo creado por las espiras y del campo creado por el conductor recto:

$$\vec{B} = \vec{B}_{hilo}$$

$$8 \cdot \pi \cdot 10^{-5} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot I'}{2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{-3}} \rightarrow I' = \frac{8 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} =$$

$$= 36 \cdot \pi \cdot 10^{-1} = 3{,}6 \cdot \pi \ \text{A} = 11{,}3 \ \text{A}$$

Ley de Ampère

31 **Al calcular la circulación del campo magnético a lo largo de un determinado recorrido cerrado, se obtiene 10^{-7} T · m. ¿Qué conclusión extraemos?**

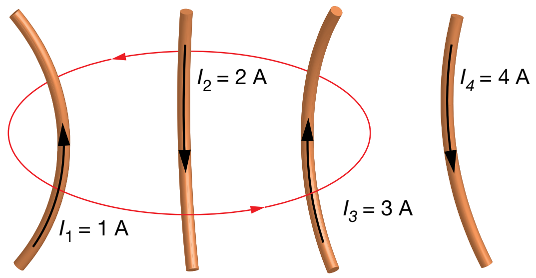
Podemos asegurar que la superficie definida por la espira es cortada por, al menos, una corriente eléctrica, de valor:

$$c = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I = 10^{-7} \rightarrow I = \frac{10^{-7}}{\mu_0} = \frac{10^{-7}}{4 \cdot \pi \cdot K'} = 80 \cdot 10^{-3} \ \text{A} = 80 \ \text{mA}$$

Si solamente hay una corriente eléctrica, su intensidad es de 80 mA en el sentido positivo dado por la regla de la mano derecha.

Si hay más corrientes, podemos asegurar que la suma de todas ellas, teniendo en cuenta su signo, da como resultado 80 mA.

32 **Determina la circulación del campo magnético por el camino indicado en la figura.**



Las intensidades son:

$$I_1 = 1 \ \text{A} \ ; \ I_2 = 2 \ \text{A} \ ; \ I_3 = 3 \ \text{A} \ \ \text{y} \ \ I_4 = 4 \ \text{A}$$

Según el sentido de giro, I_1 es positiva, al igual que I_3, e I_2 es negativa; sin embargo, I_4 no va a influir puesto que no corta la superficie definida por la línea.

Luego, a pesar de que I_4 crea su propio campo magnético, no influye en la circulación, cuyo valor es:

$$c = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot (I_1 - I_2 + I_3) = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot (1 - 2 + 3) = 2{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}$$

Página 129

Campo creado por un solenoide

33 **Determina el campo magnético en el interior de un solenoide de 10 cm de largo y 100 espiras cuando es atravesado por 280 mA. ¿Y si tuviera un núcleo de hierro con μ = 2000 · μ_0?**

Los datos del solenoide son:

$$N = 100 \ \ ; \ \ l = 10 \text{ cm} = 0{,}10 \text{ m} \ \ ; \ \ I = 280 \text{ mA} = 0{,}280 \text{ A} \ \ ; \ \ \mu = 2\,000 \cdot \mu_0$$

La expresión matemática para calcular el módulo del campo magnético en el interior de un solenoide es:

$$B = \mu \cdot n \cdot I = \mu \cdot \frac{N}{l} \cdot I$$

Para el primer caso:

$$B_1 = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100}{0{,}10} \cdot 0{,}280 = 3{,}52 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 0{,}352 \text{ mT}$$

Para el segundo caso:

$$B_2 = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I = 2\,000 \cdot \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I = 2\,000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100}{0{,}10} \cdot 0{,}280 = 0{,}704 \text{ T} = 704 \text{ mT}$$

34 **Un solenoide de 60 espiras por centímetro crea en su interior un campo magnético de 0,9 T cuando es recorrido por una corriente de 500 mA. Determina la permeabilidad magnética relativa del material que tiene en su núcleo.**

Los datos del solenoide son:

$$n = 60 \text{ cm}^{-1} = 6\,000 \text{ m}^{-1} \ \ ; \ \ B = 0{,}9 \text{ T} \ \ ; \ \ I = 500 \text{ mA} = 0{,}5 \text{ A}$$

En la expresión matemática para calcular el módulo del campo magnético en el interior de un solenoide, despejamos:

$$B = \mu \cdot n \cdot I \ \ \rightarrow \ \ \mu = \frac{B}{n \cdot I} = \frac{0{,}9}{6\,000 \cdot 0{,}5} = 3 \cdot 10^{-4} \ \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

La permeabilidad magnética relativa resulta:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \ \ \rightarrow \ \ \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 239$$

35 **Determina la intensidad de corriente que recorre una bobina de 12 cm de longitud y 1 000 espiras si crea en su interior un campo *B* = 0,02 T.**

Los datos del solenoide son:

$$N = 1000 \ \ ; \ \ l = 12 \text{ cm} = 0{,}12 \text{ m} \ \ ; \ \ B = 0{,}02 \text{ T}$$

Tenemos que despejar la intensidad eléctrica de la expresión:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I \quad \rightarrow \quad I = \frac{B}{\mu_0 \cdot n} = \frac{B \cdot l}{4 \cdot \pi \cdot K' \cdot N} = \frac{0,02 \cdot 0,12}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000} = 1,9 \text{ A}$$

Fuerzas entre elementos de corriente

36 **¿A qué distancia habrá que colocar dos hilos de corriente paralelos por los que circulan 10 A para que se repelan con una fuerza de 0,1 N/cm?**

Los datos son:

$$I_1 = I_2 = 10 \text{ A} \quad ; \quad \frac{F}{l} = 0,1 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

La fuerza por unidad de longitud con la que interaccionan dos hilos rectos de corriente es:

$$\frac{F}{l} = 2 \cdot K' \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{a}$$

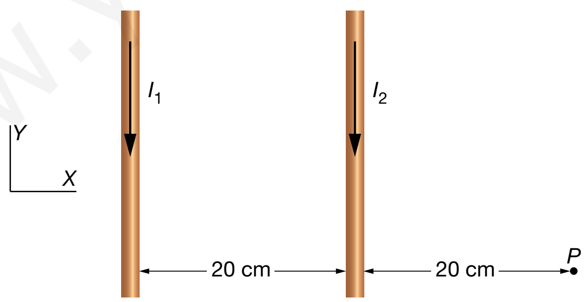
Por tanto, la distancia entre ellos ha de ser:

$$a = \frac{2 \cdot K' \cdot I_1 \cdot I_2}{\frac{F}{l}} = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10}{10} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2 \ \mu\text{m}$$

37 **Dos cables rectos e indefinidos, paralelos entre sí y contenidos en el plano *XY*, transportan corrientes eléctricas I_1 = 2 A e I_2 = 3 A con los sentidos representados en la figura. Determina:**

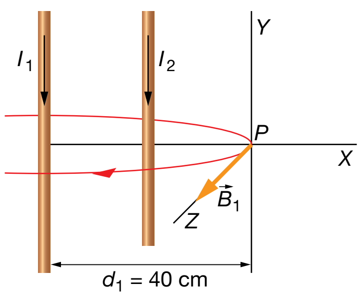
a) El campo magnético total (módulo, dirección y sentido) en el punto *P*.

b) La fuerza (módulo, dirección y sentido) sobre un electrón que pasa por dicho punto *P* con una velocidad $\vec{v} = -10^6 \cdot \vec{i}$ m/s.



a) El campo magnético, $\vec{B}_1$, creado por la corriente I_1 en *P* es un vector de módulo:

$$\left|\vec{B}_{1P}\right| = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot 0,4} = 10^{-6} \text{ T}$$

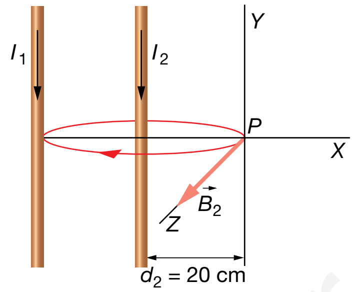


Su dirección y sentido son los que se indican en la figura: perpendicular al plano del papel y hacia fuera. En forma vectorial:

$$\vec{B}_{1P} = 10^{-6} \cdot \vec{k}\ \text{T}$$

El campo magnético, $\vec{B}_2$, creado por la corriente I_2 en P es un vector de módulo:

$$\left|\vec{B}_{2P}\right| = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d_2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}2} = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$



Su dirección y sentido son los que se indican en la figura: perpendicular al plano del papel y hacia fuera. En forma vectorial:

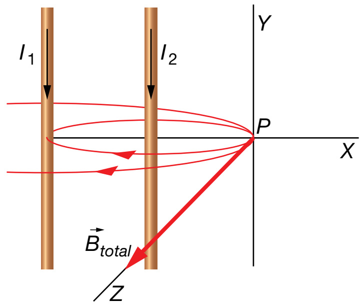
$$\vec{B}_{2P} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k}\ \text{T}$$

El campo magnético total creado por las corrientes eléctricas en el punto P, según el principio de superposición, es igual a la suma vectorial de los campos magnéticos creados por cada una de las corrientes eléctricas en dicho punto:

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_{1P} + \vec{B}_{2P} = 10^{-6} \cdot \vec{k} + 3 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k}\ \text{T}$$

El módulo del campo magnético total es:

$$\left|\vec{B}_{total}\right| = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$



b) Si aplicamos la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \cdot 10^{-6} \end{vmatrix} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-\vec{j}) \cdot \begin{vmatrix} -10^6 & 0 \\ 0 & 4 \cdot 10^{-6} \end{vmatrix} =$$

$$= 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \vec{j} \cdot (-4 - 0) = -6{,}4 \cdot 10^{-19} \cdot \vec{j}\ \text{N}$$

Por tanto, la fuerza magnética está dirigida en el sentido negativo del eje Y y su módulo es:

$$F_m = 6{,}4 \cdot 10^{-19}\ \text{N}$$