

EXAMEN – Proporcionalidad y porcentajes

(RESUELTO)

Ejercicio 1. (1 pto.)

Completa las siguientes tablas de las magnitudes:

a) Directamente proporcionales

Magnitud A	20		4	88	
Magnitud B	2,5	8			40

b) Inversamente proporcionales

Magnitud J	4	0,01	16		
Magnitud K	10			8	0,5

a) Directamente proporcionales

Magnitud A	20	64	4	88	320
Magnitud B	2,5	8	0,5	11	40

Hallar la razón k :

$$k = \frac{\text{Magnitud A}}{\text{Magnitud B}} = \frac{20}{2,5} = 8$$

$$\frac{\text{Mag A}}{\text{Mag B}} = \frac{x}{8} = 8 \Rightarrow x = 8 \cdot 8 = \boxed{64}$$

$$\frac{\text{Mag A}}{\text{Mag B}} = \frac{88}{x} = 8 \Rightarrow x = 88 : 8 = \boxed{11}$$

$$\frac{\text{Mag A}}{\text{Mag B}} = \frac{4}{x} = 8 \Rightarrow x = 4 : 8 = \boxed{0,5}$$

$$\frac{\text{Mag A}}{\text{Mag B}} = \frac{x}{40} = 8 \Rightarrow x = 40 \cdot 8 = \boxed{320}$$

En las magnitudes directamente proporcionales si multiplicas o divides la primera por un número; la segunda queda multiplicada o dividida por el mismo valor. La razón de proporcionalidad k se obtiene mediante el cociente de cualquiera de los valores de una magnitud entre otra.

$$\text{Ejemplo: } k = \frac{20}{2,5} = \frac{64}{8} = \dots = \frac{320}{40}$$

b) Inversamente proporcionales

Magnitud J	4	0,01	16	5	80
Magnitud K	10	4000	2,5	8	0,5

Hallar la razón k:

$$k = \text{Magnitud J} \cdot \text{Magnitud K} = 4 \cdot 10 = 40$$

$$\text{Mag J} \cdot \text{Mag K} = 0,01 \cdot x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{0,01} = \boxed{4000}$$

$$\text{Mag J} \cdot \text{Mag K} = 16 \cdot x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{16} = \boxed{2,5}$$

$$\text{Mag J} \cdot \text{Mag K} = x \cdot 8 = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{8} = \boxed{5}$$

$$\text{Mag J} \cdot \text{Mag K} = x \cdot 0,5 = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{0,5} = \boxed{80}$$

En las magnitudes inversamente proporcionales si multiplicas o divides la primera por un número; la segunda queda dividida o multiplicada por el mismo valor. La razón de proporcionalidad k se obtiene mediante el producto de cualquier par de valores de las magnitudes.

Ejemplo: $k = 4 \cdot 10 = 0,01 \cdot 4000 = \dots = 80 \cdot 0,5$

Ejercicio 2. (1 pto.)

La población de una pequeña ciudad según antiguo censo era de 5670 habitantes. Se ha realizado un nuevo censo y los datos informan de un incremento del 10%. ¿Cuál es la población actual?

Problema de incremento porcentual: $100\% + 10\% = 110\%$

$$\text{El } 110\% \text{ de } 5670 = \frac{5670 \cdot 110}{100} = \mathbf{6237} \Rightarrow \text{población actual}$$

Incrementar una cantidad en un $a\%$ equivale a calcular el $(100 + a)\%$ de dicha cantidad. El tanto por ciento es una razón con denominador 100. Ej:

$$84\% = \frac{84}{100}$$

Ejercicio 3. (2 ptos.)

5 amigos que van de excursión y gastan 850€ en 10 días. ¿Cuánto gastarán 8 personas en 12 días?

Aplicar la regla de tres compuesta para la proporcionalidad directa

1) Ordenar los datos y la incógnita.

personas	euros	días
5	⇔ 850€	⇔ 10
8	⇔ x€	⇔ 12

más personas ; más euros

más días ; más euros

2) Construir la proporción y calcular el término desconocido

$$\frac{5}{8} = \frac{850\text{€}}{x\text{€}} = \frac{10}{12} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 850 \cdot 12}{5 \cdot 10} = 1632\text{€}$$

Recuerda: Para aplicar la regla de tres compuesta para la proporcionalidad directa donde intervienen más de dos magnitudes:

1) Se ordenan los datos y la incógnita.

2) Se construye la proporción con los términos en el orden en que aparecen dejando en la columna central la magnitud con la incógnita, verificando que es directamente proporcional a las dos magnitudes laterales.

3) Se despeja la incógnita de la proporción (ver casillas rojas y amarillas en cruz).

Ejercicio 4. (2 ptos.)

En comedor escolar tiene en almacén reservas para 120 alumnos durante 20 días de 3 raciones diarias. ¿Cuántos días duraría la misma comida para 80 alumnos con 5 raciones diarias?

Aplicar la regla de tres compuesta para la proporcionalidad inversa.

1) Ordenar los datos y la incógnita.

alumnos	días	raciones
120	⇔ 20	⇔ 3
80	⇔ x días	⇔ 5

menos personas ; más días

más raciones ; menos días

2) Construir la proporción y calcular el término desconocido

$$\frac{\boxed{120}}{\boxed{80}} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{x}} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{5}} \Rightarrow \boxed{x} = \frac{\boxed{120 \cdot 20 \cdot 3}}{\boxed{80 \cdot 5}} = \mathbf{18 \text{ días}}$$

Recuerda: Para aplicar la regla de tres compuesta para la proporcionalidad inversa donde intervienen más de dos magnitudes:

1) Se ordenan los datos y la incógnita.

2) Se construye la proporción con los términos en el orden en que aparecen dejando en la columna central la magnitud con la incógnita, verificando que es inversamente proporcional a las dos magnitudes laterales.

3) Se despeja la incógnita de la proporción (ver casillas rojas y amarillas en línea).

Ejercicio 5. (2 ptos.)

Tres amigos ganan una rifa y tienen que repartirse los 1540€ que recibieron de acuerdo a la cantidad de papeletas inicialmente compradas. El primero compró 10 boletos, el segundo 8 boletos y el tercero 4 boletos. ¿Cuánto recibirá cada uno?

Problemas de reparto proporcional directo a los papeletas.

1) Repartir la cantidad $N = 1540€$ entre 3 amigos

$$N = \text{cant } 1^{\text{er}} \text{ amigo} + \text{cant } 2^{\text{do}} \text{ amigo} + \text{cant } 3^{\text{er}} \text{ amigo} = 1540€$$

2) Total de partes a repartir para un reparto directamente proporcional

$$\begin{aligned} n &= \text{partes } 1^{\text{er}} \text{ amigo} + \text{partes } 2^{\text{do}} \text{ amigo} + \text{partes } 3^{\text{er}} \text{ amigo} = \\ &= 10 + 8 + 4 = \mathbf{22 \text{ partes}} \Rightarrow \text{cantidad de partes } n \text{ en que debe repartirse } N \end{aligned}$$

3) Hallar $k = \frac{N}{n}$ cantidad que corresponde a cada parte, para hacer el reparto directamente proporcional.

$$k = \frac{N}{n} = \frac{1540}{22} = 70$$

4) Realizar el reparto proporcional directo, recibe más quien más compró.

$$\left. \begin{aligned} \text{Cant } 1^{\text{er}} \text{ amigo} &\Rightarrow \text{partes } 1^{\text{er}} \text{ amigo} \cdot k = 10 \cdot 70 = \mathbf{700€} \\ \text{Cant } 2^{\text{do}} \text{ amigo} &\Rightarrow \text{partes } 2^{\text{do}} \text{ amigo} \cdot k = 8 \cdot 70 = \mathbf{560€} \\ \text{Cant } 3^{\text{er}} \text{ amigo} &\Rightarrow \text{partes } 3^{\text{er}} \text{ amigo} \cdot k = 4 \cdot 70 = \mathbf{280€} \end{aligned} \right\} 1540 \text{ €}$$

Recuerda para hacer un reparto proporcional directo.

1) saber la cantidad N a repartir, esta es la suma de las cantidades finales repartidas $N = A + B + C + \dots$

2) saber la cantidad de partes en las que se reparte $n = a + b + c + \dots$

3) hallar que cantidad corresponde a cada parte $k = \frac{N}{n}$

4) realizar el reparto multiplicando cada parte a, b, c, \dots por k para obtener A, B, C, \dots que sumadas dan N .

Ejercicio 6. (2 ptos.)

Tres estudiantes participan en un concurso para repartirse el premio de 2400€ de forma inversamente proporcional al número de errores cometidos. El primero alumno cometió 8 errores, el segundo 6 errores y el tercero 3 errores. ¿Cuánto recibirá cada uno?

Problemas de reparto proporcional inverso, recibe más el que menos errores haya cometido.

Repartir la cantidad $N = 2400€$ entre 3 alumnos

$$N = \text{cant } 1^{\text{er}} \text{ alumno} + \text{cant } 2^{\text{do}} \text{ alumno} + \text{cant } 3^{\text{er}} \text{ alumno} = 2400€$$

1) Total de partes a repartir para un reparto inversamente proporcional

$$n = \frac{1}{1^{\text{er}} a} + \frac{1}{2^{\text{do}} a} + \frac{1}{3^{\text{er}} a} = \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{8}{24} = \frac{15}{24} \Rightarrow \text{cantidad de partes } n \text{ en que debe repartirse } N$$

2) Hallar $k = \frac{N}{n}$ cantidad que corresponde a cada parte, para hacer el reparto inversamente proporcional.

$$k = \frac{N}{n} = \frac{2400}{15} = 160$$

3) Realizar el reparto, recibe más quien menos errores cometió.

$$\text{Cant } 1^{\text{er}} \text{ alumno} \Rightarrow \text{partes } 1^{\text{er}} \text{ alumno} \cdot k = 3 \cdot 160 = \mathbf{480€}$$

$$\text{Cant } 2^{\text{do}} \text{ alumno} \Rightarrow \text{partes } 2^{\text{do}} \text{ alumno} \cdot k = 4 \cdot 160 = \mathbf{640€}$$

$$\text{Cant } 3^{\text{er}} \text{ alumno} \Rightarrow \text{partes } 3^{\text{er}} \text{ alumno} \cdot k = 8 \cdot 160 = \mathbf{1240€}$$

} 2400 €

Recuerda que para hacer un reparto proporcional inverso.

1) saber la cantidad N a repartir, esta es la suma de las cantidades finales repartidas $N = A + B + C + \dots$

2) saber la cantidad de partes n en las que se reparte

$$\frac{n}{a \cdot b \cdot c \dots} = \frac{a'}{a} + \frac{b'}{b} + \frac{c'}{c} + \dots$$

3) hallar que cantidad corresponde a cada parte $k = \frac{N}{n}$

4) realizar el reparto multiplicando cada parte $a', b', c' \dots$ por k para obtener A, B, C, \dots que sumadas dan N .