1. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes operaciones con potencias. ***Expresa el resultado, en forma de una única potencia o de producto de potencias de exponente entero***.

$$\text{a) } 3^2 \cdot 9^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 27^{-2} \;\; ; \;\; \text{b) } \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 9^{-1} \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^{4}}{18 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^{3}} \;\; ; \;\; \text{c) } \frac{2^3 \cdot 8^{-3} \cdot 12^{-1} \cdot 3^2}{6^2 \cdot 16^{-2} \cdot 3^{-3}}$$

2. **[1,5 puntos]** ***Simplifica al máximo*** cada expresión con radicales. Si es posible, extrae factores del resultado final.

$$\text{a) } \left(\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{3}\right)^2 \cdot \sqrt{27} \;\; ; \;\; \text{b) } \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}} \;\; ; \;\; \text{c) } 2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50}$$

3. **[2 puntos]** Racionaliza las siguientes expresiones con radicales y simplifica todo lo que se pueda el resultado.

$$\text{a) } \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \;\; ; \;\; \text{b) } \frac{4\left(\sqrt{5} + 2\right)}{\sqrt{5} - 1}$$

4. **[2 puntos]** Opera paso a paso y ***expresa el resultado en notación científica***.
***Nota***. No es válido dar el resultado final utilizando la calculadora. Si lo haces, es sólo para comprobar que el resultado es correcto.

$$\text{a) } \frac{3 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4} + 0,4 \cdot 10^{-3}} \;\; ; \;\; \text{b) } \frac{4,6 \cdot 10^2}{9,2 \cdot 10^{-4}} - \frac{10,8 \cdot 10^{-7}}{3,6 \cdot 10^{-13}}$$

5. **[1,5 puntos]** Calcula el valor final de cada expresión. Para ello, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

$$\text{a) } \log_2 \sqrt{2} \;\; ; \;\; \text{b) } \log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} \;\; ; \;\; \text{c) } \log_5 125 + \log_3 \sqrt{27} - \log_5 5$$

6. **[1,5 puntos]** Halla el valor de $x$ en cada uno de los apartados (***dar valores exactos, no se admiten soluciones con decimales***). Como en el ejercicio anterior, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

$$\text{a) } \log_5 (2x - 1) = 2 \;\; ; \;\; \text{b) } \log_{x+1} 9 = 2 \;\; ; \;\; \text{c) } \log x = 2\log 4 - 3\log 2$$

---

**Nota*: lee bien los enunciados y contesta exactamente a lo que se pide en cada uno de ellos.***

www.yoquieroaprobar.es

## *Soluciones*

1. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes operaciones con potencias. ***Expresa el resultado, en forma de una única potencia o de producto de potencias de exponente entero***.

a) $3^2\cdot 9^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\cdot 27^{-2}=3^2\cdot\left(3^2\right)^3\cdot\left(\frac{3}{1}\right)^4\cdot\left(3^3\right)^{-2}=3^2\cdot 3^6\cdot 3^4\cdot 3^{-6}=3^6$.

b) $$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\cdot 9^{-1}\cdot\left(\frac{8}{3}\right)^4}{18\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{9}{2}\right)^3}=\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot\left(3^2\right)^{-1}\cdot\left(\frac{2^3}{3}\right)^4}{2\cdot 3^2\cdot\left(\frac{2^2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{3^2}{2}\right)^3}=\frac{\frac{3^3\cdot 3^{-2}\cdot 2^{12}}{2^3\cdot 3^4}}{\frac{2\cdot 3^2\cdot 2^4\cdot 3^6}{3^2\cdot 2^3}}=\frac{3^{-3}\cdot 2^9}{2^2\cdot 3^6}=2^7\cdot 3^{-9}.$$

Observa que lo que se ha hecho es operar por separado el numerador y el denominador. El resultado de operar el numerador es $3^{-3}\cdot 2^9$, y el de operar el denominador es $2^2\cdot 3^6$.

c) $$\frac{2^3\cdot 8^{-3}\cdot 12^{-1}\cdot 3^2}{6^2\cdot 16^{-2}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^3\cdot\left(2^3\right)^{-3}\cdot\left(2^2\cdot 3\right)^{-1}\cdot 3^2}{\left(2\cdot 3\right)^2\cdot\left(2^4\right)^{-2}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^3\cdot 2^{-9}\cdot 2^{-2}\cdot 3^{-1}\cdot 3^2}{2^2\cdot 3^2\cdot 2^{-8}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^{-8}\cdot 3^1}{2^{-6}\cdot 3^{-1}}=2^{-2}\cdot 3^2=\frac{3^2}{2^2}=\frac{9}{4}.$$

2. **[1,5 puntos]** ***Simplifica al máximo*** cada expresión con radicales. Si es posible, extrae factores del resultado final.

a) $\left(\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[4]{3}\right)^2\cdot\sqrt{27}=\left(\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt[4]{3}\right)^2\cdot\sqrt{3^3}=\sqrt[3]{3^4}\cdot\sqrt[4]{3^2}\cdot\sqrt{3^3}=\sqrt[12]{3^{16}}\cdot\sqrt[12]{3^6}\cdot\sqrt[12]{3^{18}}=\sqrt[12]{3^{40}}=3^3\cdot\sqrt[12]{3^4}=27\sqrt[3]{3}$.

b) $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{2}}}=\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{\sqrt{2^2\cdot 2}}}=\sqrt{2\cdot\sqrt[6]{2^3}}=\sqrt{\sqrt[6]{2^6\cdot 2^3}}=\sqrt[12]{2^9}=\sqrt[4]{2^3}=\sqrt[4]{8}$.

c) $2\sqrt{8}+5\sqrt{72}-7\sqrt{18}-\sqrt{50}=2\sqrt{2^3}+5\sqrt{2^3\cdot 3^2}-7\sqrt{2\cdot 3^2}-\sqrt{2\cdot 5^2}=$

$2\cdot 2\sqrt{2}+5\cdot 2\cdot 3\sqrt{2}-7\cdot 3\sqrt{2}-5\sqrt{2}=4\sqrt{2}+30\sqrt{2}-21\sqrt{2}-5\sqrt{2}=\left(4+30-21-5\right)\sqrt{2}=8\sqrt{2}$.

3. **[2 puntos]** Racionaliza las siguientes expresiones con radicales y simplifica todo lo que se pueda el resultado.

a) $$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}=\frac{\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{12}-\sqrt{36}}{2\cdot 6}=\frac{\sqrt{2^2\cdot 3}-6}{12}=\frac{2\sqrt{3}-6}{12}=\frac{\sqrt{3}-3}{6}.$$

b) $$\frac{4\left(\sqrt{5}+2\right)}{\sqrt{5}-1}=\frac{4\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}=\frac{4\left(\sqrt{25}+\sqrt{5}+2\sqrt{5}+2\right)}{\sqrt{5}^2-1^2}=\frac{\cancel{4}\left(7+3\sqrt{5}\right)}{\cancel{4}}=7+3\sqrt{5}.$$

4. **[2 puntos]** Opera paso a paso y ***expresa el resultado en notación científica***.
***Nota***. No es válido dar el resultado final utilizando la calculadora. Si lo haces, es sólo para comprobar que el resultado es correcto.

a) $$\frac{3\cdot 10^{-3}}{20\cdot 10^{-4}+0,4\cdot 10^{-3}}=\frac{3\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-3}+0,4\cdot 10^{-3}}=\frac{3\cdot 10^{-3}}{2,4\cdot 10^{-3}}=\frac{3}{2,4}\cdot\frac{10^{-3}}{10^{-3}}=1,25\cdot 10^0=1,25.$$

b) $$\frac{4,6\cdot 10^2}{9,2\cdot 10^{-4}}-\frac{10,8\cdot 10^{-7}}{3,6\cdot 10^{-13}}=0,5\cdot 10^6-3\cdot 10^6=\left(0,5-3\right)\cdot 10^6=-2,5\cdot 10^6.$$

www.yoquieroaprobar.es

5. **[1,5 puntos]** Calcula el valor final de cada expresión. Para ello, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

a) $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_2 2 = \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}$.

b) $\log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} = \log_5 \frac{1}{5\cdot\sqrt[3]{5^2}} = \log_5 \frac{1}{5\cdot 5^{\frac{2}{3}}} = \log_5 \frac{1}{5^{\frac{5}{3}}} = \log_5 5^{-\frac{5}{3}} = -\frac{5}{3}\log_5 5 = -\frac{5}{3}\cdot 1 = -\frac{5}{3}$.

c) $\log_5 125 + \log_3 \sqrt{27} - \log_5 5 = \log_5 5^3 + \log_3 \sqrt{3^3} - \log_5 5 = \log_5 5^3 + \log_3 3^{\frac{3}{2}} - \log_5 5 =$

$= 3\log_5 5 + \frac{3}{2}\log_3 3 - \log_5 5 = 3 + \frac{3}{2} - 1 = \frac{6+3-2}{2} = \frac{7}{2}$.

6. **[1,5 puntos]** Halla el valor de $x$ en cada uno de los apartados. Como en el ejercicio anterior, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

a) $\log_5(2x-1) = 2 \Rightarrow 5^2 = 2x-1 \Rightarrow 25 = 2x-1 \Rightarrow 26 = 2x \Rightarrow x = 13$.

b) $\log_{x+1} 9 = 2 \Rightarrow (x+1)^2 = 9 \Rightarrow (x+1)^2 = 3^2 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$.

c) $\log x = 2\log 4 - 3\log 2 \Rightarrow \log x = \log 4^2 - \log 2^3 \Rightarrow \log x = \log 16 - \log 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \log x = \log\frac{16}{8} \Rightarrow \log x = \log 2 \Rightarrow x = 2$.

www.yoquieroaprobar.es