12 Energía mecánica y trabajo

ACTIVIDADES

1. Indica qué porcentaje del consumo energético en España en 2011 provenía de la energía renovable.

11,6 %, según muestra el gráfico.

2. Enumera tres fuentes de energía que no generen gases de efecto invernadero.

Por ejemplo, hidraúlica, maremotriz y eólica.

3. Un albañil necesita subir una carga de ladrillos de 3,0 · 10^2 kg mediante una polea eléctrica a velocidad constante desde el suelo hasta una altura de 12 m. Calcula:

a) La fuerza ejercida por la cuerda de la polea sobre la carga.

b) El trabajo realizado por la polea.

a) La polea ejerce sobre la carga una fuerza igual al peso pero de sentido opuesto:

$$F = mg = \left(3{,}0\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = 2{,}9\cdot 10^3\ \text{N}$$

b) Trabajo realizado: $W = F\,\Delta r = \left(2{,}9\cdot 10^3\ \text{N}\right)\left(12\ \text{m}\right) = 3{,}5\cdot 10^4\ \text{J}$

4. Óscar Figueroa consiguió la medalla de plata en los Juegos Olímpicos de 2012 por levantar una barra de 1,77 · 10^2 kg desde el suelo hasta una altura aproximada de 2,0 m. Calcula:

a) La fuerza ejercida por el deportista sobre la barra.

b) El trabajo realizado.

a) El deportista ejerce sobre la barra una fuerza igual al peso pero de sentido opuesto:

$$F = mg = \left(1{,}77\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = 1{,}7\cdot 10^3\ \text{N}$$

b) Trabajo realizado: $W = F\,\Delta r = \left(1{,}7\cdot 10^3\ \text{N}\right)\left(2\ \text{m}\right) = 3{,}5\cdot 10^3\ \text{J}$

5. Un muelle tiene una longitud de 20 cm y una constante elástica de 7,5 · 10^2 N m^{-1}. Calcula qué trabajo hay que realizar sobre él para estirarlo hasta una longitud de 22 cm.

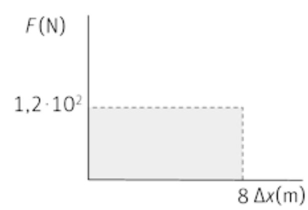
El estiramiento del muelle es: $\Delta x = \left(0{,}22 - 0{,}20\right)\ \text{m} = 0{,}02\ \text{m}$

El trabajo necesario para estirarlo esta longitud es: $W = \dfrac{1}{2}k\left(\Delta x\right)^2 = 0{,}15\ \text{J}$

6. Una persona tira de una caja de 40 kg con una cuerda horizontal ejerciendo una fuerza constante de 1,2 · 10^2 N en una distancia de 8,0 m. Calcula de modo gráfico el trabajo realizado.

La representación gráfica conforma un rectángulo cuyos lados son, 8,0 m de base y 1,2 · 10^2 N de altura. El valor de trabajo es igual al área de este rectángulo:

$$W = F\Delta x = \left(1{,}2\cdot 10^2\ \text{N}\right)\left(8\ \text{m}\right) = 9{,}6\cdot 10^2\ \text{J}$$



7. Calcula cuánto disminuye la energía cinética de un automóvil de $8{,}0 \cdot 10^2$ kg cuando pasa de $1{,}0 \cdot 10^2$ km h^{-1} a 60 km h^{-1}.

Las velocidades del automóvil en el SI son respectivamente de 27,8 m s^{-1} y 16,7 m s^{-1}. Así, la variación de la energía cinéticas es:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -2{,}0 \cdot 10^5 \text{ J (La } E_c \text{ disminuye } 2{,}0 \cdot 10^5 \text{ J .)}$$

8. Calcula qué energía cinética tiene un atleta de 90 kg que mantiene una velocidad constante de 20 km h^{-1}.

La velocidad del atleta es de 5,6 m s^{-1}, por tanto:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}(90 \text{ kg})(5{,}6 \text{ m s}^{-1})^2 = 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ J}$$

9. Describe las transformaciones energéticas que tienen lugar cuando:

a) El agua de una presa se aprovecha para mover una rueda hidráulica que se utiliza para elevar un fardo.

b) Una polea eléctrica eleva una caja hasta una cierta altura.

c) Una persona trepa por una cuerda hasta una cierta altura y luego se deja caer.

a) La energía potencial del agua se transforma en energía cinética que mueve la rueda hidráulica; la energía de movimiento de esta se transforma en energía potencial del fardo.

c) El motor de la polea transforma la energía eléctrica en energía potencial de la caja que gana altura.

d) La energía química de los músculos se transforma en energía potencial de la persona que sube por la cuerda. Cuando se deja caer, transforma la energía potencial en energía cinética durante la caída.

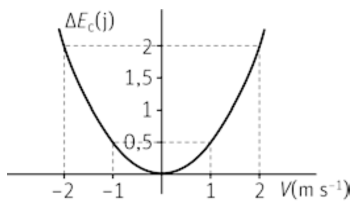
10. Representa gráficamente la variación de la energía cinética de un cuerpo con la velocidad a la que se mueve. ¿Puede tener la energía cinética valores negativos? Justifica la respuesta.

La gráfica E_C-v es una parábola, al ser la energía cinética directamente proporcional al cuadrado de la velocidad:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

Suponemos, para simplificar los cálculos, que la masa es de 1 kg y que parte del reposo. Así, $\Delta E_c = \frac{1}{2} v_f^2$

ΔE_c (J)	2	0,5	0	0,5	2
v (m s^{-1})	–2	–1	0	1	2

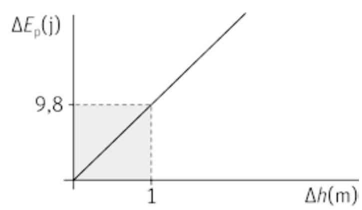


La energía cinética nunca puede tomar valores negativos; ya que ni la masa, ni la velocidad al cuadrado pueden serlo. Sin embargo, sí puede ser negativa la variación de energía cinética.

11. Representa gráficamente la variación de la energía potencial de un cuerpo con la altura a la que se encuentra. ¿Puede tener la energía potencia gravitatoria valores negativos? Justifica la respuesta.

La gráfica E_p-Δh es una línea recta; $\Delta E_p = m g \Delta h$, por lo que para representarla es suficiente con tomar dos valores. Al igual que en el ejercicio anterior suponemos una masa de 1 kg.

ΔE_p (J)	0	9,8
Δh (m)	0	1



No se pueden conocer los valores absolutos de la energía potencial, solo se pueden conocer sus variaciones. La altura a la que se considera que el valor de la energía potencial se iguala a cero es convencional; por ello, la energía potencial puede tomar valores negativos con respecto al nivel cero tomado como referencia.

12. Calcula el trabajo necesario para acelerar un camión de 10 t desde 60 km h^{-1} hasta 90 km h^{-1}. ¿Se puede calcular la distancia que recorre para ello?

Velocidades del camión son; $v_0 = 60\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 16{,}7\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$; $v_f = 90\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_f = 25\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

El trabajo que debe realizar el camión es igual al incremento de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\left(1{,}0\cdot 10^4\ \text{kg}\right)\left[\left(25\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2 - \left(16{,}7\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2\right] = 1{,}7\cdot 10^6\,\text{J}$$

No se puede calcular la distancia que recorre para ello porque se desconoce la fuerza ejercida por los frenos.

13. Calcula el trabajo que debe realizar la fuerza de los frenos de un coche de 9,0 · 10^2 kg que se mueve a 1,2 · 10^2 km h^{-1} para reducir su velocidad a 60 km h^{-1}.

Velocidades del coche: $v_0 = 120\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 33{,}3\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$; $v_f = 60\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_f = 16{,}7\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

El trabajo que deben realizar los frenos es igual a la disminución de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\left(9{,}0\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left[\left(16{,}7\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2 - \left(33{,}3\ \text{m}\,\text{s}-\right)^2\right] = -3{,}7\cdot 10^5\ \text{J}$$

14. Halla el valor de la fuerza de rozamiento correspondiente a la situación del ejercicio resuelto 8.

$$W_{f_r} = -8{,}8\cdot 10^5\ \text{J} \Rightarrow -8{,}8\cdot 10^5\ \text{J} = f_r\left(2{,}0\cdot 10^3\ \text{m}\right)\cos 180º \Rightarrow f_r = 4{,}4\cdot 10^2\ \text{N}$$

15. Un autobús de 6,0 t de masa se mueve a 30 km h^{-1}. ¿Qué trabajo se necesita para duplicar su velocidad?

Velocidades del autobús: $v_0 = 30\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 7{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$; $v_f = 2v_0 = 60\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_f = 16{,}7\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

El trabajo que debe realizar el autobús es igual al incremento de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(6{,}0\cdot 10\ \text{kg})\left[\left(16{,}7\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2 - \left(1{,}3\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2\right] = 6{,}3\cdot 10^5\ \text{J}$$

16. Un coche de 8,0 · 10^2 kg que circula a 1,0 · 10^2 km h^{-1} se encuentra a 50 m de una señal que limita la velocidad a 40 km h^{-1}. Si frena gradualmente hasta conseguir reducir la velocidad justo a la altura de la señal:

a) Calcula el trabajo realizado sobre el coche.

b) Determina la fuerza resultante que ha actuado sobre él.

Velocidades del coche: $v_0 = 1{,}0\cdot 10^2\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 27{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$; $v_f = 40\ \text{km}\,\text{h}^{-1} \Rightarrow v_f = 11{,}1\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

a) El trabajo que deben realizar los frenos es igual a la disminución de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\left(8{,}0\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left[\left(11{,}1\,\text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2 - \left(27{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2\right] = -2{,}6\cdot 10^5\ \text{J}$$

b) La fuerza resultante sobre el coche tiene sentido opuesto al desplazamiento (α = 180º):

$$W = -2{,}6\cdot 10^5\,\text{J} \Rightarrow f_r = \frac{-2{,}6\cdot 10^5\ \text{J}}{\left(50\ \text{m}\right)\cos 180º} \Rightarrow f_r = 5{,}2\cdot 10^3\ \text{N}$$

17. Un ascensor tiene una masa de 6,0 · 10^2 kg. Calcula el trabajo que debe realizar el motor a velocidad constante para elevarlo desde el cuarto piso al décimo si la altura de cada piso es de 2,9 m? ¿Cuál es el incremento de energía potencial del ascensor?

El ascensor sube seis pisos de 2,9 m: $\Delta h = 6\left(2{,}9\ \text{m}\right) = 17{,}4\ \text{m}$

El trabajo que debe realizar el motor del ascensor es igual al incremento de la energía potencial:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = \left(6{,}0\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left(17{,}4\ \text{m}\right) = 1{,}0\cdot 10^5\ \text{J}$$

El incremento de energía potencial del ascensor es igual al trabajo realizado.

18. Un muelle tiene una constante recuperadora de 5,0 · 10³ N m⁻¹. ¿Qué longitud hay que estirarlo desde su posición natural para que almacene una energía elástica de 10 J? ¿Qué trabajo debe realizarse sobre el muelle para conseguirlo?

$$E_p = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{2E_p}{k}} = 0{,}063 \text{ m} = 6{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

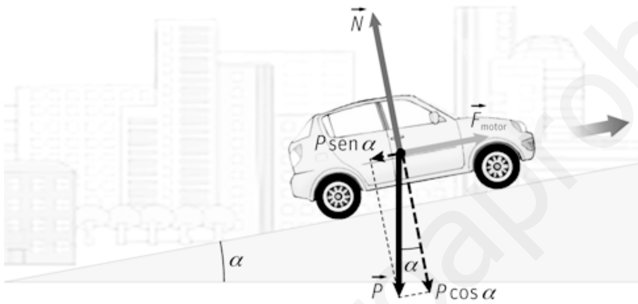
Sobre el muelle hay que realizar un trabajo de 10 J.

19. En el caso del ejercicio resuelto anterior, comprueba que se cumple el teorema de la energía cinética: la variación de energía cinética del vehículo es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante sobre el coche.

$$W_F = F\,\Delta x = \left(6{,}1 \cdot 10^2 \text{ N}\right)\left(8{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}\right) = 4{,}9 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Este es el incremento de la energía cinética.

20. Comprueba igualmente, en el ejercicio resuelto anterior, que la variación de la energía potencial cambiada de signo es igual al trabajo realizado por la fuerza conservativa, que en este caso es el peso del coche.



Si α es el ángulo de inclinación de la pendiente, la dirección del peso y la dirección del desplazamiento forman un ángulo β = 90º + α. Por tanto, cos β = –sen α = –0,06

$$W_p = mg\,\Delta x \cos\beta = \left(1{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(8{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}\right)\left(-0{,}06\right) = -4{,}7 \cdot 10^5 \text{ J}$$

El trabajo realizado por el peso es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo

21. ¿La velocidad que adquiere en un descenso una vagoneta de una montaña rusa depende de la masa de la vagoneta? ¿O depende del número de personas que la ocupen? ¿Por qué?

Si cae una altura h, el incremento de la energía cinética es igual a la disminución de la energía potencial:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \Delta E_c = \frac{1}{2}m v_f^2 - \frac{1}{2}m v_0^2 = -m g\,\Delta h \Rightarrow v_f^2 - v_0^2 = -2g\,\Delta h$$

La velocidad final no depende de la masa; por tanto, tampoco depende del número de personas que vayan en la vagoneta.

22. Un cuerpo en caída libre tiene una velocidad de 10 m s⁻¹ cuando se encuentra a 30 m del suelo. Calcula qué velocidad tendrá cuando esté a 5,0 m del suelo.

La energía mecánica (cinética + potencial) se conserva:

$$E_{p1} + E_{c1} = E_{p2} + E_{c2} \Rightarrow m g h_1 + \frac{1}{2}m v_1^2 = m g h_2 + \frac{1}{2}m v_2^2 \Rightarrow g h_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = g h_2 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(30 \text{ m}\right) + \frac{1}{2}\left(10 \text{ m s}^{-1}\right)^2 = \left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(5 \text{ m}\right) + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = 24 \text{ m s}^{-1}$$

23. Calcula el valor de la fuerza de rozamiento que actúa sobre el automóvil del ejercicio resuelto anterior.

La fuerza de rozamiento y el vector desplazamiento son antiparalelos, por lo que el cos180º vale –1. Así:

$$W_{f_r} = -f_r\,\Delta x$$

Despejando la fuerza de rozamiento:

$$f_r = -\frac{W_{f_r}}{\Delta x} = -\frac{\left(-1{,}88\cdot 10^5\ \text{J}\right)}{(40\ \text{m})} = 4{,}7\cdot 10^3\ \text{N}$$

24. ¿Qué significado tiene el signo negativo obtenido al calcular el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento del ejercicio resuelto anterior?

El trabajo debido a las fuerzas de rozamiento es un trabajo resistente que disminuye la energía mecánica del cuerpo.

25. Una polea consume 4,5 · 10^3 J para subir una caja de 50 kg hasta una altura de 6,0 m. Calcula:

a) El trabajo útil realizado por la polea.

b) Su rendimiento energético

a) El trabajo útil realizado por la polea eléctrica es igual al incremento de energía potencial de la caja:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (50\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)(6{,}0\ \text{m}) = 2{,}9\cdot 10^3\ \text{J}$$

b) El rendimiento es: $r(\%) = \dfrac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 = \dfrac{\left(2{,}9\cdot 10^3\ \text{J}\right)}{\left(4{,}5\cdot 10^3\ \text{J}\right)}\cdot 100 = 65\ \%$

26. El motor y los mecanismos de una grúa tienen un rendimiento del 55,0 %. Calcula qué energía debe suministrarse al motor para subir una caja de 1,25 · 10^3 kg a una altura de 20,0 m.

Energía que debe suministrarse al motor:

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 \Rightarrow E = \frac{\text{Trabajo útil}}{r}\cdot 100$$

El trabajo útil es igual al incremento de energía potencial de la caja:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = \left(1{,}25\cdot 10^3\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)(20{,}0\ \text{m}) = 2{,}45\cdot 10^5\ \text{J}$$

Sustituyendo en la ecuación del rendimiento se obtiene la energía suministrada:

$$E = \frac{W}{r(\%)}\cdot 100 = \frac{\left(2{,}45\cdot 10^5\ \text{J}\right)}{55{,}0}\cdot 100 = 4{,}45\cdot 10^5\ \text{J}$$

27. En el caso del ejercicio resuelto anterior:

a) Calcula la energía mecánica disipada.

b) Averigua la fuerza de rozamiento entre la caja y la tabla.

c) Si se hubiera usado una tabla más larga, ¿se habría disipado más o menos energía mecánica?

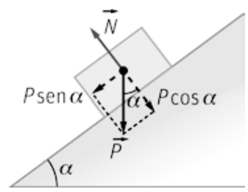
a) La energía mecánica disipada es igual a la energía suministrada menos el trabajo útil realizado:

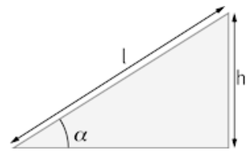
$$\Delta E_M = E - W = (3{,}6\cdot 10^3 - 2{,}1\cdot 10^3)\ \text{J} = 1{,}5\cdot 10^3\ \text{J}$$

b) La energía mecánica disipada es igual es igual al trabajo debido a la fuerza de rozamiento. Prescindiendo del signo:

$$\Delta E_M = W_{f_r} = f_r\,\Delta e \Rightarrow f_r = \frac{W_{f_r}}{\Delta e} = \frac{1{,}5\cdot 10^3\ \text{J}}{3{,}0\ \text{m}} = 5{,}0\cdot 10^2\ \text{N}$$

c) Según se ve en el dibujo adjunto:





$f_\mathrm{r} = \mu N = \mu m g \cos\alpha$

Por otro lado, $\cos^2\alpha + \mathrm{sen}^2\alpha = 1$.

De donde: $\cos^2\alpha = 1 - \dfrac{h^2}{l^2} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}$

Y así, se extrae que la energía disipada es mayor cuanto mayor es la longitud de la tabla:

$$\Delta E_\mathrm{M} = W_{f_\mathrm{r}} = f_\mathrm{r}\,\Delta e = \mu (mg\cos\alpha) l = \mu mg\, l\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l} \Rightarrow \Delta E_\mathrm{M} = \mu mg\cdot\sqrt{l^2-h^2}$$

28. Un péndulo de 25 cm de longitud y 1,5 · 10^2 g de masa cae desde una posición inicial horizontal. Calcula la velocidad del péndulo:

a) En el punto más bajo de su recorrido.

a) Cuando la cuerda forma un ángulo de 30º con la horizontal.

b) La energía mecánica en la posición inicial es igual a la energía potencial; ya que la velocidad inicial del péndulo es nula:

$$E_{\mathrm{M}_0} = E_{\mathrm{c}_0} + E_{\mathrm{p}_0} = m g h_0 = (0{,}150\ \mathrm{kg})(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}})(0{,}25\ \mathrm{m}) = 0{,}37\ \mathrm{J}$$

Esta energía mecánica permanece constante porque no hay rozamientos. Así, en el punto más bajo:

$$E_{M_1} = E_{M_0} \Rightarrow E_{\mathrm{c}_1} + E_{\mathrm{p}_1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = mgh_0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(0{,}150\ \mathrm{kg})v_1^2 = 0{,}37\ \mathrm{J}$$
$$v_1 = 2{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

b) Cuando la cuerda forma un ángulo de 30º con la horizontal, el péndulo ha descendido una altura igual a:

$$\Delta h = (0{,}25\ \mathrm{m})\,\mathrm{sen}\,30º = 0{,}125\ \mathrm{m}$$

$$E_{\mathrm{M}_2} = E_{\mathrm{M}_0} \Rightarrow E_{\mathrm{M}_2} = E_{\mathrm{c}_2} + E_{\mathrm{p}_2} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}(0{,}150\ \mathrm{kg})v_2^2 + (0{,}150\ \mathrm{kg})(9{,}8\ \mathrm{ms^{-2}})(0{,}125\ \mathrm{m}) = 0{,}37\ \mathrm{J}$$
$$v_2 = 1{,}6\ \mathrm{ms^{-1}}$$

29. Explica si el sistema formado por una montaña rusa y sus vagonetas es conservativo o no lo es. ¿Qué fuerzas conservativas y no conservativas intervienen?

El sistema no es conservativo porque hay fuerzas de rozamiento que disipan energía mecánica. Intervienen el peso, que es una fuerza conservativa, y las fuerzas de rozamiento, que son no conservativas.

30. Enumera fuerzas conservativas y no conservativas que actúan en diversas situaciones cotidianas. ¿Por qué es difícil encontrar ejemplos de sistemas conservativos?

En todos los sistemas reales intervienen fuerzas de rozamiento por lo que son sistemas no conservativos. Existen casos donde las fuerzas de rozamiento son despreciables y el sistema puede considerarse conservativo.

31. Calcula el valor del potencial gravitatorio en un punto de un campo gravitatorio donde una pequeña esfera de 10 g tiene una energía potencial de 2 J.

$$V_G = \frac{E_\mathrm{p}}{m} = \frac{(2\ \mathrm{J})}{(0{,}010\ \mathrm{kg})} = 200\ \mathrm{Jkg^{-1}}$$

32. Calcula la diferencia de potencial entre dos puntos si se realiza un trabajo de 2 · 10^{-3} J para transportar una carga de +4 µC desde el uno hasta el otro.

$$W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = q(V_\mathrm{A} - V_\mathrm{B}) \Rightarrow V_\mathrm{A} - V = \frac{W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}}{q} = \frac{(2\cdot 10^{-3}\ \mathrm{J})}{(4\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C})} = 500\ \mathrm{V}$$

33. Un bombero de 90 kg sube en 15 s hasta una altura de 20 m. Halla la potencia que ha desarrollado expresada en kW y en CV.

El trabajo realizado es igual al incremento de energía potencial:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (90\ \text{kg})(9{,}8\ \text{ms}^{-2})(20\ \text{m}) = 1{,}76 \cdot 10^4\ \text{J}$$

Potencia: $\mathrm{P_m} = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{1{,}76 \cdot 10^4\ \text{J}}{15\ \text{s}} = 1{,}2 \cdot 10^3\ \text{W} = 1{,}2\ \text{kW} \Rightarrow \mathrm{P_m} = (1{,}2 \cdot 10^3\ \text{W}) \cdot \dfrac{1\ \text{CV}}{735\ \text{W}} = 1{,}6\ \text{CV}$

34. El motor de una excavadora lleva la indicación 4 · 10^2 CV. Halla qué trabajo realiza la máquina cada hora de funcionamiento.

$$\mathrm{P} = 400\ \text{CV} = (4 \cdot 10^2\ \text{CV}) \cdot \frac{735\ \text{W}}{1\ \text{CV}} = 2{,}94 \cdot 10^5\ \text{W}$$

$$\mathrm{P} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = \mathrm{P}\,\Delta t = (2{,}94 \cdot 10^5\ \text{W})(3{,}6 \cdot 10^3\ \text{s}) = 1{,}1 \cdot 10^9\ \text{J}$$

35. Comprueba en el ejercicio resuelto anterior que el trabajo realizado por la polea eléctrica es igual al incremento de la energía potencial de la caja. ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el peso de la caja?

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (60\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})(18\ \text{m}) = 1{,}1 \cdot 10^4\ \text{J}$$

El peso realiza el mismo trabajo pero de signo opuesto: $W = -1{,}1 \cdot 10^4\ \text{J}$

36. Un coche emplea una potencia de 1,2 · 10^2 CV cuando se desplaza por una carretera horizontal con una velocidad constante de 80 km h^{-1}. Calcula la fuerza aplicada por el motor del coche.

La velocidad del automóvil en el SI es: 22,2 m s^{-1}.

$$\mathrm{P} = 120\ \text{CV} = (1{,}2 \cdot 10^2\ \text{CV}) \cdot \frac{735\ \text{W}}{1\ \text{CV}} = 8{,}82 \cdot 10^4\ \text{W}$$

$$\mathrm{P} = F\,v \Rightarrow F = \frac{\mathrm{P}}{v} = \frac{8{,}82 \cdot 10^4\ \text{W}}{22{,}2\ \text{m}\,\text{s}^{-1}} = 4{,}0 \cdot 10^3\ \text{N}$$

Trabajo y energía

37. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) La energía potencial de un objeto situado sobre el suelo es cero.

b) Si un móvil se mueve con velocidad constante, su energía potencial gravitatoria no varía.

c) La fuerza centrípeta realiza un trabajo nulo sobre un móvil con movimiento circular uniforme.

d) La energía cinética de un cuerpo depende de su masa.

e) Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, su energía cinética se mantiene constante.

f) El kWh se utiliza como unidad de potencia mecánica.

a) Incorrecta. Se pueden determinar las variaciones de la energía potencial pero no sus valores absolutos; aunque habitualmente se asigna el valor cero a la energía potencial de un cuerpo situado en el suelo.

b) Incorrecta. Si un cuerpo mantiene su velocidad constante, su energía cinética se mantiene constante, pero no se puede afirmar nada sobre su energía potencial.

c) Correcta. La fuerza centrípeta es perpendicular a la trayectoria en cualquier punto (cos90º = 0).

d) Correcta. La energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a su masa.

e) Incorrecta. Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica se mantiene constante, pero puede haber transformación de energía cinética en potencial y viceversa.

f) Incorrecta. El kW h se utiliza como unidad de energía; no es una unidad de potencia

38. Un automóvil circula a velocidad constante de 1,2 · 10^2 km h^{-1}. Calcula a qué altura sobre el suelo habría que situarlo para que su energía potencial fuese igual a la energía cinética que tiene a esa velocidad. ¿Equivale el impacto del coche contra un muro a esa velocidad al impacto contra el suelo si cayera desde esta altura?

Velocidad del automóvil: 33,3 m s^{-1}

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m g \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(33{,}3\ \text{m s}^{-1}\right)^2}{2 \cdot \left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right)} = 57\ \text{m}$$

El impacto del coche contra un muro a esa velocidad equivale al impacto contra el suelo cayendo desde 57 m.

39. Una vagoneta de 2,0 · 10^2 kg de masa, se mueve prácticamente sin fricción sobre unos raíles horizontales a 20 km · h^{-1}. Calcula el trabajo necesario para:

a) Duplicar su velocidad.

b) Mantener su velocidad constante.

c) Detenerla completamente.

Velocidad de la vagoneta es 5,56 m s^{-1}.

De acuerdo con el teorema de las "fuerzas vivas": $\Delta E_c = W \Rightarrow E_{c_f} - E_{c_0} = W \Rightarrow \frac{1}{2} m\left(v_f^2 - v_0^2\right) = W$

a) $v_f = 2v_0 = 2 \cdot \left(5{,}56\ \text{m s}^{-1}\right) = 11{,}1\ \text{m s}^{-1} \Rightarrow W = \frac{1}{2}\left(2{,}0 \cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left[\left(11{,}1\ \text{m s}^{-1}\right)^2 - \left(5{,}56\ \text{m s}^{-1}\right)^2\right] = 9{,}3 \cdot 10^3\ \text{J}$

b) Si la velocidad es constante, no hay variación de la energía cinética y, por tanto, no se requiere ningún trabajo para mantener la velocidad: W = 0 J.

c) $v_f = 0\ \text{m s}^{-1} \Rightarrow W = \frac{1}{2}\left(2{,}0 \cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left[0 - \left(5{,}56\ \text{m s}^{-1}\right)^2\right] = -3{,}1 \cdot 10^3\ \text{J}$

El trabajo es negativo porque disminuye la energía de la vagoneta

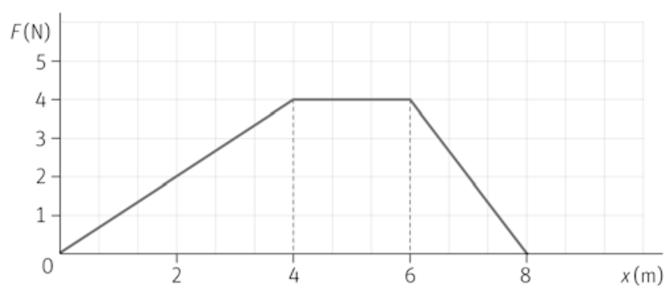
40. Calcula cuánto se incrementa la energía potencial gravitatoria de una persona de 80 kg que sube seis pisos de un edificio si la altura de cada piso es 2,8 m. ¿Es esa la energía que consume en la subida?

La persona sube seis pisos de 2,8 m cada uno, por lo que: Δh = 16,8 m

El incremento de su energía potencial gravitatoria es: $W = \Delta E_p = mg\,\Delta h = (80\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right)(16{,}8\ \text{m}) = 1{,}3 \cdot 10^4\ \text{J}$

La persona consume más energía, parte la invierte en su actividad corporal y parte en superar los rozamientos.

41. Una esfera de 0,20 kg de masa se desplaza en la dirección del eje *X*. Al pasar por la posición *x* = 0 m lleva una velocidad de 2,0 m s^{-1} y comienza a actuar sobre ella una fuerza varable con la posición, según se indica en la gráfica.



Calcula:

a) El trabajo realizado por la fuerza.

b) La energía cinética de la esfera en la posición *x* = 8,0 m.

c) La variación de energía potencial entre las posiciones *x* = 0 m y *x* = 8,0 m.

a) El trabajo equivale al área encerrada por la gráfica en cada tramo:

$$W_{0\to8} = W_{0\to4} + W_{4\to6} + W_{6\to8} = \frac{1}{2}(4\ \text{m})(4\ \text{N}) + (2\ \text{m})(4\ \text{N}) + \frac{1}{2}(2\ \text{m})(4\ \text{N}) = 20\ \text{J}$$

b) Aplicando el teorema de la "fuerzas vivas" en la posición x = 8,0 m:

$$W_{0\to8} = \Delta E_c = E_{c_8} - E_{c_0} \Rightarrow E_{c_8} = E_{c_0} + W_{0\to8} = \frac{1}{2} m v_0^2 + W_{0\to8} = \frac{1}{2}(0{,}20\ \text{kg})\left(2\ \text{m s}^{-1}\right)^2 + 20\ \text{J} = 20{,}4\ \text{J}$$

c) $E_{c_8} = \frac{1}{2} m v_8^2 \Rightarrow 20{,}4\ \text{J} = \frac{1}{2}(0{,}20\ \text{kg}) v_8^2 \Rightarrow v_8 = 14\ \text{m s}^{-1}$

d) La energía potencial no ha variado; ya que se desplaza en el eje X, luego $\Delta E_p = 0$ J.

42. Un muelle se alarga 5,0 cm al colgar de su extremo un peso de 5,0 · 10^2 g. Calcula.

a) La constante recuperadora del muelle.

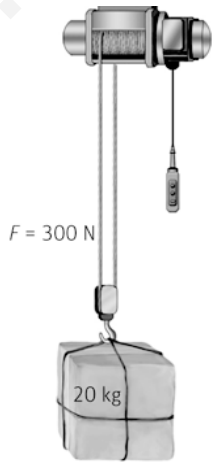
b) La energía potencial elástica almacenada en esa posición.

a) La fuerza ejercida sobre el muelle es el peso:

$$F = mg = k\,\Delta x \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta x} = \frac{(0{,}50\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})}{0{,}050\ \text{m}} = 98\ \text{N m}^{-1}$$

b) $E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(98\ \text{N m}^{-1})(0{,}050\ \text{m})^2 = 0{,}12\ \text{J}$

43. El cable de una polea eléctrica aplica una fuerza vertical hacia arriba de 3,0 · 10^2 N sobre un fardo de 20 kg de masa, inicialmente en reposo, para elevarlo una altura de 15 m como puedes ver en la imagen. Determina.



a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada.

b) El trabajo realizado por el peso.

c) La enegía cinética que adquiere el fardo.

d) Su velocidad cuando se encuentra a 15 m de altura.

a) $W_F = F\,\Delta x = (3{,}0 \cdot 10^2\ \text{N})(15\ \text{m}) = 4{,}5 \cdot 10^3\ \text{J}$

b) Al ser el peso y el desplazamiento antiparalelos (180º):

$$W_P = mg\,\Delta x = (20\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(15\ \text{m})\cos 180º = -2{,}9 \cdot 10^3\ \text{J}$$

c) Fuerza resultante sobre el fardo: $F_R = F - mg = (3{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}) - (20\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2}) = 1{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}$

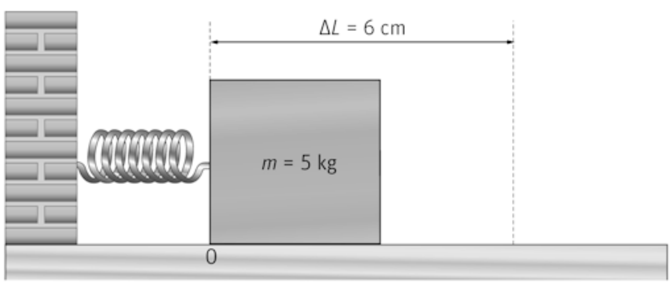
La energía cinética adquirida por el fardo es igual al trabajo de la fuerza resultante:

$$\Delta E_c = W_F = F\,\Delta x = (1{,}0 \cdot 10^2\ \text{N})(15\ \text{m}) = 1{,}5 \cdot 10^3\ \text{J}$$

d) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 1{,}5 \cdot 10^3\ \text{J} = \frac{1}{2}(20\ \text{kg}) v^2 \Rightarrow v = 12\ \text{m s}^{-1}$

44. Un cuerpo de 5,0 kg comprime 6,0 cm un resorte de constante recuperadora 8,0 · 10^2 N m^{-1}. Cuando se libera el resorte impulsa el cuerpo por una mesa horizontal sin rozamiento.

Calcula la velocidad final del cuerpo.



La energía potencial elástica almacenada por el muelle comprimido es:

$$E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(8{,}0 \cdot 10^2\ \text{N m}^{-1})(0{,}060\ \text{m})^2 = 1{,}44\ \text{J}$$

Al liberar el resorte está energía se transforma en energía cinética del cuerpo.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 1{,}44\ \text{J} = \frac{1}{2}(5{,}0\ \text{kg}) v^2 \Rightarrow v = 0{,}76\ \text{m s}^{-1}$$

45. Un tenista ejerce una fuerza de 740 N a lo largo de un recorrido de 10 cm. La pelota tiene una masa de 58 g. Calcula.

a) El trabajo realizado sobre la pelota.

b) La variación de energía mecánica de la pelota.

c) La variación de su energía cinética si no ha habido variación de la altura de la pelota tras aplicar la fuerza.

d) La velocidad final de la pelota, en kmh^{-1}.

a) $W_F = F\,\Delta x = (740\ \text{N})(0{,}10\ \text{m}) = 74\ \text{J}$

b) Este trabajo se invierte en incrementar la energía mecánica de la pelota: $\Delta E_M = 74\ \text{J}$

c) Si no varía la altura, no hay variación de la energía potencial; por tanto, la variación de la energía mecánica es igual a la variación de la energía cinética: $\Delta E_c = 74\ \text{J}$

d) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 23 = \frac{1}{2}(0{,}058) v^2 \Rightarrow v = 50\ \text{m s}^{-1} = 1{,}8 \cdot 10^2\ \text{km h}^{-1}$

Trabajo y potencia

46. Calcula qué trabajo, expresado en kW h, puede realizar una excavadora de 6,0 · 10^2 CV cada minuto de funcionamiento.

$$\text{P} = (6{,}0 \cdot 10^2\ \text{CV}) \cdot \frac{735\ \text{W}}{1\ \text{CV}} = 4{,}4 \cdot 10^5\ \text{W}$$

$$\text{P} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = \text{P}\,\Delta t = (4{,}4 \cdot 10^5\ \text{W})(60\ \text{s}) = (2{,}7 \cdot 10^9\ \text{J}) \cdot \frac{1\ \text{kW h}}{3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}} = 7{,}4\ \text{kW h}$$

47. Se utiliza un montacargas para elevar una caja de 1,0 · 10^2 kg hasta una altura de 20 m en 15 s. ¿Cuál es la potencia mínima que debe tener el motor que mueve el montacargas.

El trabajo realizado es igual al incremento de energía potencial:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (1{,}0 \cdot 10^2\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(20\ \text{m}) = 2{,}0 \cdot 10^4\ \text{J}$$

Potencia:

$$\text{P}_m = \frac{W}{\Delta t} = \frac{(2{,}0 \cdot 10^4\ \text{J})}{(15\ \text{s})} = 1{,}3 \cdot 10^3\ \text{W}$$

48. Una persona arrastra mediante una cuerda horizontal una caja por un suelo rugoso a lo largo de 20 m a velocidad constante de 2,0 ms^{-1}. La fuerza aplicada es de 6,0 N. Calcula:

a) La potencia aplicada por la persona.

b) El trabajo realizado por la persona.

c) El trabajo debido al rozamiento.

a) $\text{P} = F\,v = (60\ \text{N})(2{,}0\ \text{m s}^{-1}) = 12\ \text{W}$

b) $W_F = F\,\Delta e \cos\alpha = (6{,}0\ \text{N})(20\ \text{m})\cos 0° = 120\ \text{J}$

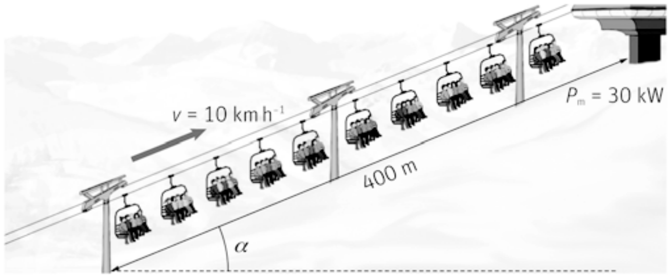
c) El trabajo debido al rozamiento es igual al realizado por la fuerza aplicada pero de sentido opuesto: $W_F = -120\ \text{J}$

49. Un telesilla sube a 50 esquiadores, que tienen una masa media de 70 kg, por una pendiente de 4,0 · 10^2 m de longitud y 25 % de inclinación a una velocidad constante de 10 km h^{-1}. La potencia del motor del telesilla es 30 kW. Calcula:

a) La fuerza aplicada al telesilla.

b) El trabajo realizado por el motor.

c) Los valores de la fuerza de rozamiento y del trabajo debido al rozamiento.



a) $\text{P} = Fv \Rightarrow F = \frac{\text{P}}{v} = \frac{(30 \cdot 10^3\ \text{W})}{(2{,}8\ \text{m s}^{-1})} = 1{,}1 \cdot 10^4\ \text{N}$

b) $W_F = F\,\Delta e = (1{,}1 \cdot 10^4\ \text{N})(4{,}0 \cdot 10^2\ \text{m}) = 4{,}3 \cdot 10^6\ \text{J}$

c) La altura que sube el telesilla es $\Delta h = \frac{25}{100} \cdot (4{,}0 \cdot 10^2\ \text{m}) = 1{,}0 \cdot 10^2\ \text{m}$

El incremento de energía potencial del telesilla es:

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (50 \cdot 70\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(1{,}0 \cdot 10^2\ \text{m}) = 3{,}4 \cdot 10^6\ \text{J}$$

El trabajo realizado por el motor se invierte en incrementar la energía potencial del telesilla y en compensar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$W_F + W_{f_r} = \Delta E_p \Rightarrow W_{f_r} = \Delta E_p - W_F = (3{,}4 \cdot 10^6 - 4{,}3 \cdot 10^6)\ \text{J} = -8{,}9 \cdot 10^5\ \text{J}$$

El valor de la fuerza de rozamiento es: $W_{f_r} = f_r\,\Delta e \cos 180° \Rightarrow f_r = \frac{W_{f_r}}{\Delta e} = \frac{(-8{,}9 \cdot 10^5\ \text{J})}{(4{,}0 \cdot 10^2\ \text{m})} = 2{,}2 \cdot 10^3\ \text{N}$

50. Un ciclista de 90 kg de masa (incluida la bicicleta) circula por una carretera horizontal con una velocidad constante de 20 km h^{-1}. El coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es 0,10. Halla:

a) La fuerza que impulsa la bicicleta.

b) La potencia que debe desarrollar el ciclista.

c) La potencia que debería desarrollar si inicia la subida de una pendiente 5,0 % manteniendo la misma velocidad.

Velocidad del ciclista: 5,6 m s^{-1}

El peso total es: $P = m\,g = (90\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2}) = 8{,}8 \cdot 10^2\ \text{N}$

a) La fuerza de rozamiento es: $f_r = \mu\,m\,g = 0{,}10(90\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2}) = 88\ \text{N}$

El ciclista tiene que aplicar sobre la bicicleta una fuerza igual a la del rozamiento pero de sentido opuesto.

b) $\text{P} = F\,v = (88\ \text{N})(5{,}6\ \text{m s}^{-1}) = 4{,}9 \cdot 10^2\ \text{W}$

c) Si sube una pendiente del 5 %, la fuerza que aplica el ciclista debe compensar la fuerza de rozamiento y la componente del peso paralela al suelo. Para pequeños ángulos la tangente es aproximadamente igual al seno.

$$F' = f_r + m\,g\,\text{sen}\,\alpha = \mu\,m\,g\cos\alpha + m\,g\,\text{sen}\,\alpha \simeq (88\ \text{N}) + (8{,}8 \cdot 10^2\ \text{N}) \cdot \frac{5}{100} = 1{,}3 \cdot 10^2\ \text{N}$$

La potencia aplicada es entonces: $\text{P}' = F'v = (1{,}3 \cdot 10^2\ \text{N})(5{,}6\ \text{m s}^{-1}) = 7{,}3 \cdot 10^2\ \text{W}$

51. El motor de un automóvil de 1,5 · 10^3 kg tiene que aplicar una potencia de 50 CV para circular por una carretera horizontal a una velocidad constante de 1,0 · 10^2 km h^{-1}.

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento entre las ruedas y el suelo?

b) ¿Qué potencia en CV debe aplicar el motor para subir una pendiente de 10 % manteniendo esa velocidad?

c) ¿Y para descender por ella a la misma velocidad?

La velocidad del automóvil es en el SI: 28 m s^{-1}

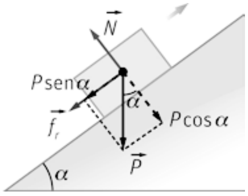
Y la potencia aplicada: $\mathrm{P} = 50\ \text{CV} = (50\ \text{CV})\cdot\dfrac{735\ \text{W}}{1\,\text{CV}} = 3{,}7\cdot 10^4\ \text{W}$

a) Fuerza aplicada:

$$\mathrm{P} = F\,v \Rightarrow F = \frac{\mathrm{P}}{v} = \frac{(3{,}7\cdot 10^4\ \text{W})}{(28\ \text{m}\,\text{s}^{-1})} = 1{,}3\cdot 10^3\ \text{N}$$

La fuerza aplicada por el motor se emplea en equilibrar la fuerza de rozamiento, que también vale $1{,}3\cdot 10^3$ N pero de sentido opuesto a la fuerza aplicada. El coeficiente de rozamiento es $\mu = \dfrac{f_r}{N} = \dfrac{f_r}{m\,g\cos\alpha}$.

b) Si sube una pendiente del 10 %, la fuerza que aplica el motor debe compensar la fuerza de rozamiento y la componente del peso paralela a la carretera. Si la pendiente es del 10 %, tgα = 0,1, como la pendiente es pequeña, $\text{tg}\,\alpha \approx \text{sen}\,\alpha$ y por tanto $\cos\alpha = \sqrt{1-\text{sen}^2\alpha} = 0{,}99$ y $\mu = \dfrac{(1{,}3\cdot 10^3\ \text{N})}{(1{,}5\cdot 10^3\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})\cdot 0{,}99} = 0{,}09$.



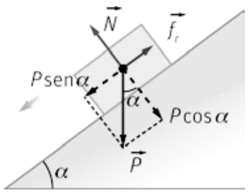
$$F' = f_r + m\,g\,\text{sen}\,\alpha = \mu\,m\,g\cos\alpha + m\,g\,\text{sen}\,\alpha = m\,g\,(\mu\cos\alpha + \text{sen}\,\alpha)$$
$$F' = (1{,}5\cdot 10^3\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})(0{,}09\cdot 0{,}99 + 0{,}10) = 2{,}8\cdot 10^3\ \text{N}$$

La potencia aplicada es:

$$\mathrm{P}' = F'v = (2{,}8\cdot 10^3\ \text{N})(28\ \text{m}\,\text{s}^{-1}) = 7{,}8\cdot 10^4\ \text{W} = (7{,}8\cdot 10^4\ \text{W})\cdot\frac{1\,\text{CV}}{735\ \text{W}} = 1{,}1\cdot 10^2\ \text{CV}$$

c) Si desciende por una pendiente del 10 %, la fuerza que aplica el motor debe compensar la diferencia entre la componente del peso paralela a la carretera y la fuerza de rozamiento:

$$F' = m\,g\,\text{sen}\,\alpha - f_r = m\,g\,\text{sen}\,\alpha - \mu\,m\,g\,\text{sen}\,\alpha = m\,g\,(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha)$$
$$F' = (1{,}5\cdot 10^3\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})(0{,}10 - 0{,}09\cdot 0{,}99) = 1{,}6\cdot 10^2\ \text{N}$$



La potencia aplicada es en este caso:

$$\mathrm{P}' = F'v = (1{,}6\cdot 10^2\ \text{N})(28\ \text{m}\,\text{s}^{-1}) = 4{,}5\cdot 10^3\ \text{W} = (4{,}5\cdot 10^3\ \text{W})\cdot\frac{1\,\text{CV}}{735\ \text{W}} = 6{,}1\,\text{CV}$$

52. El agua de un embalse cae desde 20 m de altura sobre los álabes de una turbina con un caudal de 4,0 · 10^2 L s^{-1}. Calcula el rendimiento de la turbina si su potencia útil es 60 CV.

La masa de 4,0 · 10^2 L de agua es 4,0 · 10^2 kg; ya que su densidad es 1 kg L^{-1}. El incremento (negativo) de la energía potencial del agua al caer 20 m es:

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (4{,}0\cdot 10^2\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})(20\ \text{m}) = 7{,}8\cdot 10^4\ \text{J}$$

Esta variación se produce en un segundo; por tanto, la potencia suministrada es 7,8·10^4 W.

La potencia útil es: $\mathrm{P} = (60\ \text{CV})\cdot\dfrac{735\ \text{W}}{1\ \text{CV}} = 4{,}4\cdot 10^4\ \text{W}$

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 = \frac{4{,}4\cdot 10^4\ \text{W}}{7{,}8\cdot 10^4\ \text{W}}\cdot 100 = 56\ \%$$

53. La potencia de una tuneladora es 6,0 MW.

a) ¿Cuál es el valor de la potencia expresada en CV?

b) ¿Qué trabajo realiza la tuneladora en un día de funcionamiento continuo?

a) $\mathrm{P} = \left(6{,}0 \cdot 10^6\ \mathrm{W}\right) \cdot \dfrac{1\,\mathrm{CV}}{735\ \mathrm{W}} = 8{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{CV}$

b) Un día equivale a 86 400 s.

$W = \mathrm{P}\,\Delta t = \left(6{,}0 \cdot 10^6\ \mathrm{W}\right)\left(86400\ \mathrm{s}\right) = 5{,}2 \cdot 10^{11}\ \mathrm{J}$

Conservación y disipación de energía

54. Una pelota de 25,0 g se deja caer desde una altura de 1,20 m y rebota hasta una altura de 1,05 m.

a) ¿Cuál es la energía cinética de la pelota al impactar contra el suelo?

b) ¿Qué porcentaje de la energía mecánica de la pelota se ha disipado en el bote?

c) ¿Qué altura alcanzará tras el segundo bote?

a) La energía mecánica inicial es la energía potencial; ya que si se deja caer, su velocidad inicial es nula.

$$E_{\mathrm{M}_0} = E_{\mathrm{c}_0} + E_{\mathrm{p}_0} = m\,g\,h_0 = \left(2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(1{,}20\ \mathrm{m}\right) = 0{,}294\ \mathrm{J}$$

Al llegar al suelo toda la energía mecánica de la pelota es energía cinética: $E_{\mathrm{c_{suelo}}} = 0{,}294\ \mathrm{J}$

b) Cuando llega a la altura de 1,05 m tras el bote, toda la energía mecánica de la pelota es energía potencial; ya que la bola se para; por lo que su energía cinética vuelve a ser cero:

$$E_{\mathrm{M}_1} = E_{\mathrm{c}_1} + E_{\mathrm{p}_1} = m\,g\,h_1 = \left(2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(1{,}05\ \mathrm{m}\right) = 0{,}257\ \mathrm{J}$$

La energía mecánica disipada en el bote es: $\Delta E_{\mathrm{M}} = E_{\mathrm{M}_0} - E_{\mathrm{M}_1} = \left(0{,}294 - 0{,}257\right)\ \mathrm{J} = 0{,}037\ \mathrm{J}$

El porcentaje de energía mecánica disipada en el bote es:

$$\Delta E_{\mathrm{M}}(\%) = \frac{\Delta E_{\mathrm{M}}}{E_{\mathrm{M}_0}} \cdot 100 = \frac{0{,}037\ \mathrm{J}}{0{,}294\ \mathrm{J}} \cdot 100 = 12{,}5\ \%$$

c) La energía mecánica tras el segundo bote es el 87,5 % de la energía mecánica tras el primer bote:

$$E_{\mathrm{M}_2} = \frac{87{,}5}{100} \cdot E_{\mathrm{M}_1} = 0{,}875 \cdot \left(0{,}257\ \mathrm{J}\right) = 0{,}225\ \mathrm{J}$$

Cuando alcanza la máxima altura tras el segundo bote, toda la energía mecánica es energía potencial:

$$E_{\mathrm{M}_2} = E_{\mathrm{p}_2} = m\,g\,h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{E_{\mathrm{M}_2}}{m\,g} = \frac{\left(0{,}225\ \mathrm{J}\right)}{\left(0{,}0250\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{ms^{-2}}\right)} = 0{,}92\ \mathrm{m}$$

55. Se deja caer una bola de acero de 5,0 kg de masa desde una altura de 3,0 m sobre arena húmeda. La bola se introduce 20 cm en la arena. Calcula:

a) La disminución de energía mecánica de la bola.

b) La fuerza de resistencia ejercida por la arena.

a) La disminución de energía potencial gravitatoria de la bola desde su posición inicial (h_0 = 3,0 m) hasta su posición final (h_f = –0,20 m) es:

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = m\,g\,\Delta h = \left(5{,}0\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{ms^{-2}}\right)\left[\left(0{,}20 - 3{,}0\right)\ \mathrm{m}\right] = -1{,}6 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}$$

La energía cinética de la bola no varía porque la velocidad es cero tanto en la posición inicial como en la final. Por tanto, la disminución de energía mecánica es igual a la disminución de la energía potencial.

b) Esta disminución de la energía mecánica de la bola es igual al trabajo resistente (negativo) realizado por la arena sobre la bola. Si F es la fuerza de resistencia aplicada por la arena:

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = W \Rightarrow -1{,}6 \cdot 10^2\ \mathrm{J} = -F\,\Delta e = -F \cdot \left(0{,}20\ \mathrm{m}\right) \Rightarrow F = 8{,}0 \cdot 10^2\ \mathrm{N}$$

56. Un automóvil de 1,2 · 10³ kg, que se mueve con una velocidad constante de 60 km h⁻¹ por una carretera horizontal, aplica los frenos al ver un obstáculo y consigue frenar en 60 m. Determina:

a) La disminución de la energía cinética del automóvil a consecuencia del frenado.

b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

c) El valor del coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo durante el frenado.

d) La potencia desarrollada por el motor del automóvil expresada en CV.

a) Velocidad inicial del automóvil es: 60 km h^{-1} = 17 m s^{-1} y la final es cero, ya que se para.

$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0 - \frac{1}{2}(1{,}2 \cdot 10^3 \text{ kg})(17 \text{ m s}^{-1})^2 = -1{,}7 \cdot 10^5 \text{ J}$. La disminución es $1{,}7 \cdot 10^5$ J.

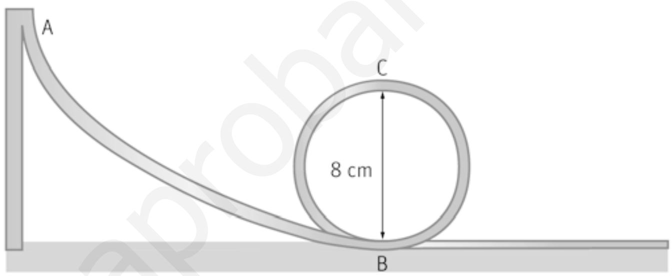
b) Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas", el trabajo (negativo) realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W = \Delta E_c = -1{,}7 \cdot 10^5 \text{ J}$$

c) $W_{f_r} = f_r \, \Delta e \cos 180° = -f_r \, \Delta e = -\mu \, m \, g \, \Delta e \Rightarrow 1{,}7 \cdot 10^5 \text{ J} = -\mu (1{,}2 \cdot 10^3 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m s}^{-2})(60 \text{ m}) \Rightarrow \mu = 0{,}24$

d) $P = f_r \, v = \mu m g \, v = 0{,}24 (1{,}2 \cdot 10^3 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m s}^{-2})(17 \text{ m s}^{-1}) \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735 \text{ W}} = 65 \text{ CV}$

57. La vagoneta de una montaña rusa tiene una masa total de 3,0 · 10² kg. En el punto (A) más alto de una pendiente tiene velocidad prácticamente nula. Al llegar al punto (B) más bajo de la pendiente inicia un bucle vertical de 8,0 m de diámetro.



a) ¿Qué velocidad debe llevar la vagoneta en el punto (C) más alto del bucle para dar el giro vertical completo?

b) Para esa velocidad, halla la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica de la vagoneta en el punto C (se considera como nivel cero de energías potenciales el punto B).

c) ¿Cuál debe ser la velocidad de la vagoneta en el punto B?

d) ¿A qué altura sobre el punto B debe encontrarse el punto A?

e) ¿Tiene influencia la inclinación de la pendiente? ¿Por qué?

a) Para poder describir el bucle completo, la fuerza centrípeta sobre la vagoneta debe ser en el punto más alto (C) igual, al menos, a su peso:

$$F_c = P \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = m g \Rightarrow v = \sqrt{R g} = (4{,}0 \text{ m})(9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \Rightarrow v = 6{,}3 \text{ m s}^{-1}$$

b) Energía cinética: $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}(3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg})(6{,}3 \text{ m s}^{-1})^2 = 5{,}9 \cdot 10^3 \text{ J}$

Energía potencial: $E_p = m g h = (3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m s}^{-2})(8{,}0 \text{ m}) = 2{,}4 \cdot 10^4 \text{ J}$

Energía mecánica: $E_M = E_c + E_p = (5{,}9 \cdot 10^3 + 2{,}4 \cdot 10^4) \text{ J} = 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J}$

c) Al final de la pendiente (punto B) la energía mecánica es igual a la energía cinética; ya que es en ese punto donde está el cero de energía potencial:

Como la energía mecánica se conserva:

$$E_{M_C} = E_{M_B} \Rightarrow 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J} = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2}(3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}) v_B^2 \Rightarrow v_B = 14 \text{ m s}^{-1}$$

d) Como el rozamiento es despreciable, la energía mecánica se conserva. Al ser A el punto más alto, su energía cinética es nula.

$$E_{M_C} = E_{M_A} = m g h_A = 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J} = (3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m s}^{-2}) h_A \Rightarrow h_A = 10 \text{ m}$$

e) No influye la inclinación de la pendiente, solo influye la altura sobre el suelo, porque al no existir rozamiento la E_M se conserva. Si existiera, como la fuerza de rozamiento depende del ángulo también lo hará la energía disipada y por lo tanto, las diferentes energías.

58. Un tren de 2,5 · 10^2 t sube una pendiente del 1,2 % de inclinación y 2,0 km de longitud con una velocidad constante de 50 km h^{-1}. La fuerza de rozamiento es el 1 % del peso del tren. Halla:

a) La variación de energía mecánica del tren.

b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

c) El trabajo realizado por la locomotora y su potencia.

a) El tren no incrementa su energía cinética. Por tanto, la variación de su energía mecánica es igual al incremento de su energía potencial. Para ángulos pequeños la tangente es aproximadamente igual al seno, y así:

$$\Delta E_M = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = \left(2{,}5\cdot 10^5\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\cdot\frac{1{,}2}{100}\cdot\left(2{,}0\cdot 10^3\ \text{m}\right) = 5{,}9\cdot 10^7\ \text{J}$$

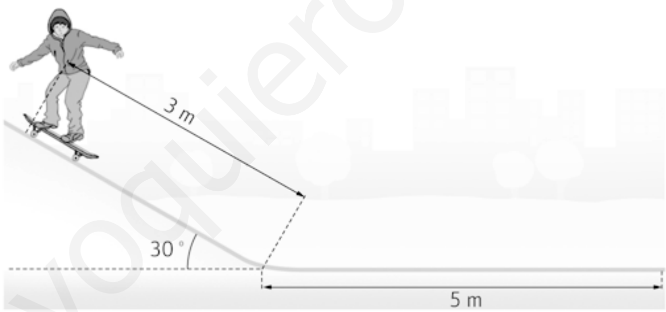
b) Fuerza de rozamiento: $f_r = \mu\,m\,g = \dfrac{1}{100}\left(2{,}5\cdot 10^5\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = 2{,}5\cdot 10^4\ \text{N}$

Trabajo de la fuerza de rozamiento: $W_{f_r} = f_r\,\Delta e\cos 180º = \left(2{,}5\cdot 10^4\ \text{N}\right)\left(2{,}0\cdot 10^3\ \text{m}\right) = -4{,}9\cdot 10^7\ \text{J}$

c) El trabajo realizado por la locomotora se ha invertido en compensar el trabajo debido al rozamiento y en incrementar la energía mecánica del tren: $W = W_{f_r} + \Delta E_M = \left(4{,}9\cdot 10^7 + 5{,}9\cdot 10^7\right)\ \text{J} = 1{,}1\cdot 10^8\ \text{J}$

La velocidad del tren es: 14 m s^{-1}, y así, su potencia: $P_m = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{W}{\dfrac{\Delta e}{v}} = \dfrac{1{,}1\cdot 10^8\ \text{J}}{\dfrac{2\cdot 10^5\ \text{m}}{14\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}} = 7{,}9\cdot 10^5\ \text{W}$

59. Un niño de 20 kg cae con su monopatín desde el punto más alto de un plano inclinado de 30º y 3,0 m de longitud. Luego se desliza 5,0 m por un plano horizontal hasta detenerse. El coeficiente de rozamiento es el mismo en ambos planos.



a) ¿Cuál ha sido el trabajo de las fuerzas de rozamiento?

b) ¿Qué cantidad de E_M se ha disipado en los dos planos?

c) ¿Qué velocidad llevaba al final del plano inclinado?

d) ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento?

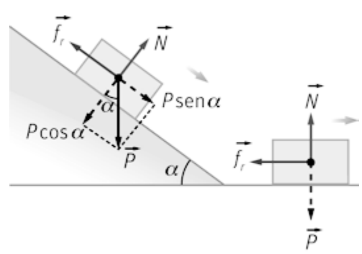
a) En el punto más alto del plano inclinado la energía mecánica del niño es igual a su energía potencial; ya que la velocidad inicial es cero:

$$E_{M_0} = E_{p_0} = m\,g\,h_0 = \left(20\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left(3{,}0\ \text{m}\right)\text{sen}30º = 2{,}9\cdot 10^2\ \text{J}$$

En la posición final la energía mecánica del niño es igual a cero; por tanto, la pérdida de energía mecánica es igual a 2,9 · 10^2 J. En consecuencia, el trabajo de las fuerzas de rozamiento ha sido: $W_{f_r} = -2{,}9\cdot 10^2\ \text{J}$

b) El trabajo de la fuerza de rozamiento a lo largo del plano inclinado ha sido:

$$W_{f_r\,(\text{inclinado})} = -f_r\,\Delta e = -\left(\mu\,m\,g\cos\alpha\right)\Delta e = -\mu\,m\,g\cos 30º\left(3{,}0\ \text{m}\right) = \left(-2{,}6\mu mg\right)\ \text{J}$$



El trabajo de la fuerza de rozamiento a lo largo del plano horizontal ha sido:

$$W_{f_r\,(\text{horizontal})} = -f_r'\,\Delta e = -\left(\mu\,m\,g\right)\Delta e = -\mu\,m\,g\left(5{,}0\,\text{m}\right) = \left(-5\mu\,m\,g\right)\ \text{J}$$

El trabajo total de las fuerzas de rozamiento ha sido:

$$W_{f_r} = W_{f_r\,(\text{inclinado})} + W_{f_r\,(\text{horizontal})} = -2{,}6\,\mu m g - 5{,}0\,\mu m g = -2{,}9\cdot 10^2\ \text{J}$$

$$W_{f_r\,(\text{inclinado})} = -2{,}6\,\mu m g\cdot\left(\frac{-2{,}9\cdot 10^2\ \text{J}}{-7{,}6\,\mu m g}\right) = -1{,}0\cdot 10^2\ \text{J} \quad W_{f_r\,(\text{horizontal})} = -5\,\mu m g\cdot\left(\frac{-2{,}9\cdot 10^2\ \text{J}}{-7{,}6\,\mu m g}\right) = -1{,}9\cdot 10^2\ \text{J}$$

c) Al final del plano la energía mecánica del niño es solo energía cinética. Esta energía es igual a la energía mecánica inicial menos la disipada por rozamiento en el plano inclinado:

$$E_{M_1} = E_{c_1} = E_{p_0} + W_{f_r\,(\text{inclinado})} = \left(2{,}9\cdot 10^2 - 1{,}0\cdot 10^2\right)\text{J} = 1{,}9\cdot 10^2\ \text{J} = \frac{1}{2}(20\ \text{kg})v_1^2 \Rightarrow v_1 = 4{,}4\ \text{m s}^{-1}$$

d) $7{,}6\,\mu m g = 2{,}9\cdot 10^2\ \text{J} \Rightarrow \mu = \dfrac{2{,}9\cdot 10^2\ \text{J}}{7{,}6(20\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})} = 0{,}20$

60. Un proyectil de 40 g de masa impacta contra un bloque de madera con una velocidad de 3,0 · 10² m s⁻¹ y penetra en él una distancia de 9,0 cm. Calcula:

a) El trabajo de la fuerza de resistencia de la madera y la energía mecánica disipada.

b) La resistencia que ofrece la madera al proyectil.

a) La variación de energía cinética del proyectil es:

$$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_0} = \frac{1}{2}m v_f^2 - \frac{1}{2}m v_0^2 = 0 - \frac{1}{2}\left(40\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(3{,}0\cdot 10^2\ \text{m s}^{-1}\right)^2 = -1{,}8\cdot 10^3\ \text{J}$$

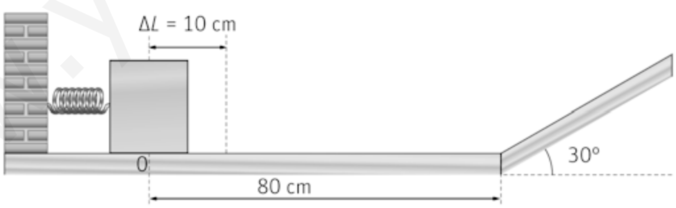
Esta disminución de la energía cinética se debe al trabajo (negativo) realizado por la fuerza de resistencia de la madera a lo largo de 9 cm. Aplicando el teorema de las “fuerzas vivas”:

$$W_{f_r} = \Delta E_c = -1{,}8\cdot 10^3\ \text{J}$$

La energía mecánica disipada es igual al trabajo de la fuerza de resistencia: $1{,}8\cdot 10^3\text{J}$

b) Fuerza de resistencia: $W_{f_r} = f_r\,\Delta e = -1{,}8\cdot 10^3\ \text{J} = f_r\left(9{,}0\cdot 10^{-2}\ \text{m}\right) \Rightarrow f_r = 2{,}0\cdot 10^4\ \text{N}$

61. Un bloque de 2,0 kg comprime 10 cm un muelle. Cuando se libera el muelle (*k* = 8,0 · 10² N m⁻¹), impulsa al cuerpo por un plano horizontal de 80 cm de longitud y, a continuación, por un plano inclinado 30º (*μ* = 0,10 en ambos planos). Halla:



a) La *E*ₚ elástica almacenada por el muelle comprimido.

b) El trabajo debido a *f*ᵣ en el plano horizontal.

c) La velocidad del bloque al iniciar la subida del plano inclinado.

d) La distancia que recorre por el plano inclinado.

e) El trabajo debido a la fuerza de rozamiento en el plano inclinado durante la subida del bloque.

f) La velocidad del bloque cuando llega de nuevo a la base del plano inclinado tras descender por él.

a) La energía potencial elástica del muelle comprimido es: $E_p = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(8{,}0\cdot 10^2\ \text{N m}^{-1})(0{,}10\ \text{m})^2 = 4{,}0\ \text{J}$

b) La fuerza de rozamiento en el plano horizontal es: $f_{r(\text{horizontal})} = \mu N = \mu m g = 1{,}96\ \text{N}$

El trabajo debido a esta fuerza es: $W_{f_r(\text{horizontal})} = -f_{r(\text{horizontal})}\,\Delta x = -(1{,}96\ \text{N})(0{,}80\ \text{m}) = -1{,}6\ \text{J}$

c) Mientras se mueve por el plano horizontal la energía potencial gravitatoria del cuerpo no varía:

$$E_{M_0} + W_{f_r(\text{horizontal})} = E_{c_1} \Rightarrow E_{c_1} = E_{M_0} + W_{f_r(\text{horizontal})} = (4 - 1{,}6)\ \text{J} = 2{,}4\ \text{J}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 2{,}4\ \text{J} = \frac{1}{2}(2{,}0\ \text{kg})v^2 \Rightarrow v = 1{,}6\ \text{m s}^{-1}$$

d) Cuando llega al punto más alto del plano, su energía cinética es nula; la energía total es ahora energía potencial gravitatoria. La energía cinética al inicio del plano inclinado parte se transforma en energía potencial y parte se disipa debido al rozamiento. Si d es la distancia recorrida en el plano inclinado:

$$E_{c_1} = E_{p_f} - W_{f_r(\text{inclinado})} \Rightarrow E_{p_f} = E_{c_1} + W_{f_r(\text{inclinado})}$$

El trabajo debido al rozamiento mientras el bloque sube por el plano inclinado es:

$$W_{f_r(\text{inclinado})} = -f_r\,\Delta e = -(\mu m g\cos\alpha)\Delta e = -0{,}1\cdot(2{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(\cos 30º)\cdot d$$

La energía potencial del bloque en el punto más alto del plano es:

$$E_{p_f} = m g\,\Delta h = (2{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})\cdot d\cdot(\text{sen}30º)$$

$$2{,}4\ \text{J} = (2{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(\text{sen}30º)\cdot d + 0{,}1(2{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{ms}^{-2})(\cos 30º)\cdot d \Rightarrow d = 0{,}21\ \text{m}$$

e) El trabajo debido a la fuerza de rozamiento en el plano inclinado durante la subida del bloque ha sido:

$$W_{f_r(\text{inclinado})} = -(\mu m g\cos\alpha)\Delta e = -0{,}1(2{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(\cos 30º)(0{,}21\text{m}) = -0{,}36\ \text{J}$$

f) Al llegar de nuevo al punto más bajo del plano inclinado, la energía potencial del punto más alto (2,4 – 0,36)J se ha transformado parte en energía cinética y parte se ha disipado debido al rozamiento:

$$E_{c_2} = E_{p_f} + W_{f_r(\text{inclinado})} = (2{,}4 - 0{,}36)\ \text{J} = 1{,}7\ \text{J}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1{,}7\ \text{J} - \frac{1}{2}(2{,}0\ \text{kg})v^2 \Rightarrow v = 1{,}3\ \text{m s}^{-1}$$

62. Una vivienda se abastece de agua de un pozo. Mediante una pequeña bomba de $4{,}5\cdot 10^2$ W de potencia nominal se sube el agua desde el pozo al depósito, cuya entrada está situada a una altura de 20 m sobre el nivel del pozo. Cada día, la bomba funciona durante 10 min y trasvasa 9,0 dL s^{-1} de agua.

a) ¿Qué masa de agua pasa del pozo al depósito cada día?

b) ¿Cuál es el incremento de energía potencial de esa masa de agua?

c) ¿Qué cantidad de energía eléctrica consume diariamente la bomba?

d) ¿Cuál es el rendimiento de la bomba?

a) Durante los diez minutos de funcionamiento diario, la cantidad de agua trasvasada es:

$$m = \left(\frac{0{,}90\ \text{L}}{1\ \text{s}}\right)(10\ \text{min})\left(\frac{60\ s}{1\,\text{min}}\right)\left(\frac{1\,\text{kg}}{1\,\text{L}}\right) = 540\ \text{kg}$$

b) $\Delta E_p = m g\,\Delta h = (540\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(20\ \text{m}) = 1{,}1\cdot 10^5\ \text{J}$

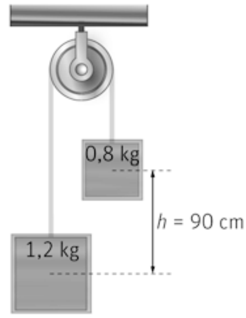
c) La bomba funciona diariamente durante diez minutos ($6{,}0\cdot 10^2$ s):

$$E = P\,\Delta t = (4{,}5\cdot 10^2\ \text{W})(6{,}0\cdot 10^2\ \text{s}) = 2{,}7\cdot 10^5\ \text{J}$$

d) $r(\%) = \dfrac{\text{Energía útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 = \dfrac{1{,}1\cdot 10^5\ \text{J}}{2{,}7\cdot 10^5\ \text{J}}\cdot 100 = 41\,\%$

63. Dos pesas de 0,8 kg y 1,2 kg, que inicialmente se encuentran a la misma altura, penden de una cuerda que pasa por la garganta de una polea de masa despreciable.

Calcula, mediante el principio de conservación de la energía, la velocidad de las pesas cuando su diferencia de alturas sea 90 cm.



Se considera como nivel cero de energía potencial la altura inicial de ambas pesas. Desde la posición inicial, la pesa de 0,8 kg asciende 45 cm y la de 1,2 kg desciende 45 cm. La energía potencial inicial de ambas pesas es cero y su energía cinética también es cero porque parten del reposo. Por tanto, la energía mecánica total inicial es cero. Como se considera que no hay rozamientos, la energía mecánica se conserva, siendo la final de ambas pesas cero.

La energía mecánica inicial de la pesa de 0,8 kg es:

$$E_{M_{0,8}} = E_{c_{0,8}} + E_{p_{0,8}} = \frac{1}{2} m v_{0,8}^2 + m g \Delta h_{0,8} = 0,8 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{0,8}^2 + g \Delta h_{0,8} \right)$$

La energía mecánica inicial de la pesa de 1,2 kg es:

$$E_{M_{1,2}} = E_{c_{1,2}} + E_{p_{1,2}} = \frac{1}{2} m v_{1,2}^2 + m g \Delta h_{1,2} = 1,2 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{1,2}^2 + g \Delta h_{1,2} \right)$$

La energía mecánica total de ambas pesas es:

$$E_M = E_{M_{0,8}} + E_{M_{1,2}} = 0,8 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{0,8}^2 + g \Delta h_{0,8} \right) + 1,2 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{1,2}^2 + g \Delta h_{1,2} \right)$$

$$E_M = \frac{1}{2}(0,8\ \text{kg}) v_{0,8}^2 + (0,8\ \text{kg})(9,8\ \text{m s}^{-2})(0,45\ \text{m}) + \frac{1}{2}(1,2\ \text{kg}) v_{1,2}^2 + (1,2\ \text{kg})(9,8\ \text{m s}^{-2})(-0,45\ \text{m}) = 0 \Rightarrow v = 1,3\ \text{m s}^{-1}$$

64. Una bola de 0,1 kg se deja caer desde $1,6 \cdot 10^2$ cm de altura sobre un muelle situado verticalmente cuya constante recuperadora es $1,2 \cdot 10^3$ N m^{-1}. Calcula:

a) La velocidad de la bola al impactar contra el muelle.

b) La longitud que se comprime el muelle.

c) La energía elástica del muelle comprimido.

d) La variación de la energía mecánica de la bola desde su posición inicial hasta que queda momentáneamente en reposo junto al muelle.

a) La energía mecánica inicial de la bola es: $E_{M_0} = E_{c_0} + E_{p_0} = 0 + m g h_0 = m g h_0$

Y en el momento de entrar en contacto con el muelle: $E_{M_1} = E_{c_1} + E_{p_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_1^2$, tomando como nivel cero de energías potenciales la posición del extremo superior del muelle. Por el teorema de conservación:

$$E_{M_0} = E_{M_1} \Rightarrow m g h_0 = 0,5 m v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 g h_0} = \sqrt{2 \cdot (9,8\ \text{m s}^{-2})(1,60\ \text{m})} = 5,6\ \text{m s}^{-1}$$

b) Cuando el muelle se ha comprimido una longitud Δx la energía cinética de la bola es nula. La disminución de energía potencial ha sido: $E_{p_2} = E_{M_2} = E_{M_0} = m g \Delta h = m g (h_0 + \Delta x)$

Esta energía se ha transformado en energía potencial elástica del muelle:

$$m g (h_0 + \Delta x) = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 \Rightarrow (0,1\ \text{kg})(9,8\ \text{m s}^{-2})\left[(1,60 + \Delta x)\ \text{m}\right] \Rightarrow \Delta x = 5,2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

c) $E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(1,2 \cdot 10^3\ \text{N m}^{-1})(5,2 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 = 1,6\ \text{J}$

d) $\Delta E_M = -1,6\ \text{J}$

65. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

66. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La Física y....un consumo sostenible de energía

1. Enumera algunas medidas de ahorro energético que puedan adoptarse fácilmente en el hogar.

Además del uso de iluminación energéticamente eficiente, procurar apagar completamente los electrodomésticos, televisores y ordenadores evitando dejarlos en *stand by*.

2. ¿Por qué la sostenibilidad debe abordarse desde una perspectiva global y no es suficiente alcanzarla en cada país?

En un mundo interconectado desde un punto de vista energético, la acción de un solo país resulta ineficiente.

3.

Autoevaluación

1. **Una persona levanta un peso hasta una cierta altura utilizando planos inclinados de diferente longitud y por tanto, inclinación. Sin considerar el rozamiento, en cuál de ellos realiza mayor trabajo si los ángulos de inclinación son:**

   a) 10º b) 60º c) 40º d) 35º

   Con todos los ángulos se hace el mismo trabajo, porque la altura alcanzada es la misma para todos.

2. **Razona cuál de las siguientes afirmaciones es la verdadera:**

   a) El kilovatio-hora se puede utilizar como unidad de trabajo.

   b) La E_p elástica es una fuerza no conservativa.

   c) La energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a su velocidad.

   d) La energía procedente de fuentes renovables es más barata.

   a

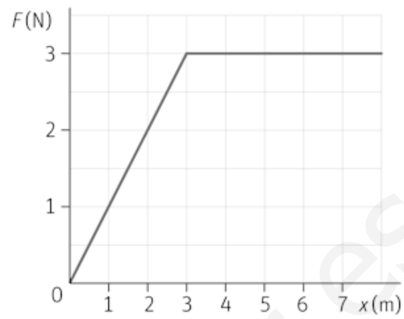
3. **Una persona arrastra una caja de 30,0 kg por un suelo liso que no presenta rozamiento, mediante una cuerda que forma un ángulo de 30,0° con la horizontal. Aplica una fuerza de 80,0 N a lo largo de 6,00 m partiendo del reposo. La velocidad final de la caja es:**

   a) 1,33 m s^{-1} c) 5,26 m s^{-1}

   b) 2,45 m s^{-1} d) 8,77 m s^{-1}

   c

4. **Determina a partir de la gráfica el trabajo que realiza una fuerza *F* que actúa en la dirección del eje *X*:**



   a) 9,50 J b) 19,5 J c) 15,0 J d) 24,0 J

   b

5. **Una persona de 60 kg sube hasta una altura de 12 m utilizando una escala en 12 s. La potencia desarrollada es:**

   a) 0,4 CV b) 0,8 CV c) 1,2 CV d) 1,6 CV

   b

6. **Razona cuál de las siguientes afirmaciones es la verdadera:**

   a) Las fuerzas de rozamiento son fuerzas conservativas.

   b) La E_p elástica de un muelle depende de su masa.

   c) El *W* que contiene un cuerpo es igual a la E_M que almacena.

   d) Las fuerzas conservativas están asociadas a la E_p.

   d