EXAMEN 1º BACHILLERATO CIENCIAS – Ecuaciones e inecuaciones

Ejercicio 1. (1 pto.)

Calcula

$a)$ $(5x^3 - 6x^2 + 8x + 2) + (\,2x^4 + 4x^2 - 5x - 9)$

b) $(4x^5 - 7x^2 + 9x + 3) - (\,3x^3 - 2x^2 + x - 6)$

c) $(2x^3 + 4x^2 - 3x + 1) \cdot (\,3x^2 + 2)$

a)

$$\begin{array}{rrrrrr}
A \Rightarrow & & 5x^3 & -6x^2 & +8x & +2 \\
B \Rightarrow & 2x^4 & & +4x^2 & -5x & -9 \\
\hline
A + B \Rightarrow & \mathbf{2x^4} & \mathbf{+\,5x^3} & \mathbf{-2x^2} & \mathbf{+3x} & \mathbf{-7}
\end{array}$$

Para sumar dos polinomios, se colocan uno bajo el otro, haciendo coincidir, en la misma columna, los monomios de igual parte literal.

b)

$$\begin{array}{rrrrrr}
A \Rightarrow & 4x^5 & & -7x^2 & +9x & +3 \\
-B \Rightarrow & & -3x^3 & +2x^2 & -x & +6 \\
\hline
A - B \Rightarrow & \mathbf{4x^5} & \mathbf{-3x^3} & \mathbf{-5x^2} & \mathbf{+8x} & \mathbf{+9}
\end{array}$$

Para restar dos polinomios, se suma el primero con el opuesto del segundo. Es decir, se le cambia el signo al segundo y se suman.

c)

$$\begin{array}{rrrrrrrl}
A \Rightarrow & & & 2x^3 & +4x^2 & -3x & +1 & \\
B \Rightarrow & & & & 3x^2 & & +2 & \\
\hline
 & & & 4x^3 & +8x^2 & -6x & +2 & +2 \cdot A \\
 & 6x^5 & +12x^4 & -9x^3 & +3x^2 & & & +3x^2 \cdot A \\
\hline
A \cdot B \Rightarrow & \mathbf{6x^5} & \mathbf{+12x^4} & \mathbf{-5x^3} & \mathbf{+11x^2} & \mathbf{-6x} & \mathbf{+2} &
\end{array}$$

Para multiplicar dos polinomios, se multiplica cada monomio de uno de los factores por todos y cada uno de los monomios del otro factor y, después, se suman los monomios de igual parte literal.

Ejercicio 2. (1 pto.)

Utiliza la regla de Ruffini para hallar el resultado:

$(2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 7x + 5) : (x + 1)$

	2	4	-3	7	5
-1		-2	-2	5	-12
	$-1 \cdot 2$	$-1 \cdot 2$	$-1 \cdot (-5)$	$-1 \cdot 12$	
	2	2	-5	12	$\boxed{-7}$ ***resto***

1) Se colocan los coeficientes del dividendo
2) Se "baja" el primer coeficiente del polinomio dividendo
3) Se multiplica este por coeficiente del divisor (para este caso -1) y se le suma al segundo coeficiente.
4) Así de forma sucesiva hasta obtener un resto, en caso de que sea una raíz del polinomio, el resto sería 0.

La división de polinomios es similar a la división entera de números naturales: $dividendo = divisor \cdot cociente + resto.$

$$2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 7x + 5 = \mathbf{(x+1)\cdot(2x^3+2x^2-5x+12)-7}$$

Al aplicar Ruffini a un polinomio se obtiene un resto, según el Teorema del resto el valor numérico que tiene un polinomio $P(x)$ *para* $x = a$ *es igual al valor que tiene el resto si se divide* $P(x)$ *entre* $(x-a)$.

En este caso, para x = -1, tenemos que P(-1) = -7 (teorema del resto).

Ejercicio 3. (2 ptos.)

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3(4x-1)-2(5x-3)=11-2x$

b) $\dfrac{x-7}{4}+\dfrac{x-1}{3}=x-5$

c) $3x(x-2)+4 \ =2x^2-1$

ecuaciones lineales

$$\text{a) } 3(4x-1)-2(5x-3)=11-2x \Rightarrow 12x-3-10x+6=11-2x \Rightarrow$$

Al transponer miembros se realiza la operación contraria

$$12x-10x+2x=11+3-6 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{4} \Rightarrow \mathbf{x=2}$$

Comprobación: $3(4\cdot 2-1)-2(5\cdot 2-3)=11-2\cdot 2 \Rightarrow 3\cdot 7-2\cdot 7=11-4 \Rightarrow 7=7$

m.c.m (4,3)=12

$$\text{b) } \frac{x-7}{4}+\frac{x-1}{3}=x-5 \Rightarrow 12\cdot\left(\frac{x-7}{4}\right)+12\cdot\left(\frac{x-1}{3}\right)=12\cdot(x-5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(x-7)+4(x-1)=12(x-5) \Rightarrow 3x-21+4x-4=12x-60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x+4x-12x=-60+21+4 \Rightarrow -5x=-35 \Rightarrow x=\frac{-35}{-5} \Rightarrow \mathbf{x=7}$$

Comprobación: $\frac{7-7}{4}+\frac{7-1}{3}=7-5 \Rightarrow 0+\frac{6}{3}=2 \Rightarrow 2=2$

Para resolver una ecuación de primer grado hay que transformar la misma en otra equivalente y aislar la incógnita al primer miembro para ello:

1) *Suprimir los denominadores (si existen) multiplicando por el mcm*
2) *Efectuar los paréntesis*
3) *Transponer los miembros y simplificar*
4) *Despejar la incógnita*
5) *Comprobar el resultado*

Ecuación de segundo grado

c) $3x(x-2)+4 = 2x^2-1 \Rightarrow 3x^2-6x+4 = 2x^2-1$

$\Rightarrow 3x^2-6x+4-2x^2+1 \Rightarrow x^2-6x+5=0$ *Aplicando fórmula*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1} = \frac{6\pm\sqrt{16}}{2\cdot1} = \frac{6\pm4}{2}$$

Dos soluciones: $\mathbf{x_1 = 1}$ y $\mathbf{x_2 = 5}$

Comprobación:

$x_1 = 1 \Leftrightarrow 3\cdot1(1-2)+4 = 2(1)^2-1 \Leftrightarrow 3\cdot-1+4 = 2\cdot1-1 \Leftrightarrow 1=1$

$x_2 = 5 \Leftrightarrow 3\cdot5(5-2)+4 = 2(5)^2-1 \Leftrightarrow 15\cdot3+4 = 2\cdot25-1 \Leftrightarrow 49=49$

Recuerda que las ecuaciones de segundo grado son de la forma: ax^2+bx+c *, con* $a \neq 0$*. Y se resuelven mediante la fórmula:*

$$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Se aplican los mismos pasos que para resolver ecuaciones lineales, y simplifica la expresión al máximo hasta tener la forma $ax^2+bx+c=0$ *y se aplica la fórmula.*

Ejercicio 4. (2 ptos.)

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método que consideres más adecuado:

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$$

Método de reducción

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$$ Multiplicar E1 por 4 $$\begin{cases} 8x+4y=28 \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$$

Reducir el sistema

$$\begin{cases} 8x+\cancel{4y}=28 \\ 2x-\cancel{4y}=-8 \end{cases}$$

$$10\,x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{10} \Rightarrow \mathbf{x=2}$$

Sustituyendo $\mathbf{x} = \mathbf{2}$ en la primera ecuación:

$2 \cdot 2 + \mathrm{y} = 7 \Rightarrow 4 + y = 7 \Rightarrow \boldsymbol{y} = \mathbf{3}$

Comprobación: $\begin{cases} 2 \cdot 2 + 3 = 7 \\ 2 \cdot\ 2 - 4 \cdot 3 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 3 = 7 \\ 4 - 12 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ -8 = -8 \end{cases}$

Solución: $(\mathbf{2}; \mathbf{3})$

Ejercicio 5. (2 ptos.)

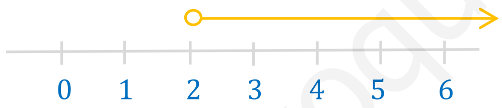
Resuelve el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 5 - x > 9 - 3x \\ 2x + 2 > 3x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 - x > 9 - 3x \\ 2x + 2 > 3x - 4 \end{cases}$$

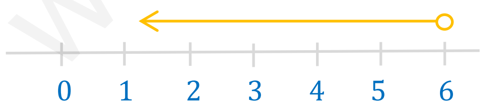
Se resuelve cada inecuación de forma independiente. La solución es un intervalo donde se hace cierta la desigualdad.

$5 - x > 9 - 3\mathrm{x} \Rightarrow -x + 3x > 9 - 5 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2$

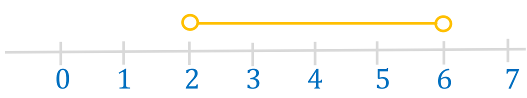


$2x + 2 > 3x - 4 \Rightarrow 2x - 3x > -4 - 2 \Rightarrow -x > -6$

Al multiplicar o dividir los dos miembros de una inecuación por un número negativo, la desigualdad cambia de sentido: $x < 6$



La solución del sistema son los valores que cumplen ambas inecuaciones:



Solución: $\mathbf{2} < \boldsymbol{x} < \mathbf{6}$

Ejercicio 6. (2 ptos.)

Resuelve:

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = -6 \\ 3x + 4y + z = 10 \end{cases}$$

El sistema se resuelve aplicando el método de Gauss que está basado en reducir el sistema a un sistema más sencillo de ecuaciones equivalentes.

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = -6 \\ 3x + 4y + z = 10 \end{cases}$$

1. Eliminar la incógnita x de las ecuaciones 2 y 3, multiplicando por E1 por 2 y 3 respectivamente; quedando el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = -6 & E2 - 2E1 \\ 3x + 4y + z = 10 & E2 - 3E1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 2z = 7 \\ -7y + 6z = -20 \\ -2y + 7z = -11 \end{cases}$$

2. Eliminar la incógnita y de la ecuación 3, multiplicando E2 por -2 y E3 por -7 y efectuando la resta quedando el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 7 \\ -7y + 6z = -20 \\ -2y + 7z = -11 & -7E3 - (-2E1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 2z = 7 \\ 14y - 12z = 40 \\ -37z = 37 \end{cases}$$

3. Despejar z de la última ecuación

$$-37z = 37 \Rightarrow z = \frac{37}{-37} \Rightarrow \boldsymbol{z = -1}$$

4. Sustituir de abajo hacia arriba; z en E2:

$$14y - 12 \cdot (-1) = 40 \Rightarrow 14y + 12 = 40 \Rightarrow 14y = 40 - 12$$

$$\Rightarrow 14y = 28 \Rightarrow y = \frac{28}{14} \Rightarrow \boldsymbol{y = 2}$$

5. Sustituir z; y en E1:

$$x + 2(2) - 2(-1) = 7 \Rightarrow x + 4 + 2 = 7 \Rightarrow x = 7 - 6 \Rightarrow \boldsymbol{x = 1}$$

Comprobación: $\begin{cases} 1 + 2 \cdot 2 - 2(-1) = 7 \\ 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 2(-1) = -6 \\ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + (-1) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4 + 2 = 7 \\ 2 - 6 - 2 = -6 \\ 3 + 8 - 1 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ -6 = -6 \\ 10 = 10 \end{cases}$

Solución: $(\mathbf{1}; \mathbf{2}; -\mathbf{1})$

Recuerda que los sistemas obtenidos mediante transformaciones son compatibles y geométricamente la solución no es más que el punto en el espacio donde convergen las tres rectas.