

POTENCIAS Y RAÍCES

Ejercicio 1. Escribe en forma de potencia las siguientes multiplicaciones y calcula su valor (en el caso que se pueda)

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ c) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ e) $-7 \cdot 7 \cdot 7$ f) $(-y) \cdot (-y) \cdot (-y) \cdot (-y)$
g) $-4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ h) $5 \cdot 5$ i) $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ j) $(-9) \cdot (-9) \cdot (-9) \cdot (-9) \cdot (-9)$ k) $-z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z$ l) $(-2) \cdot (-2)$

SOL: a) $2^4 = 16$ b) $(-3)^3 = -27$ c) x^6 d) $10^5 = 100000$ e) $-7^3 = -343$ f) $(-y)^4 = y^4$
g) $-4^5 = -1024$ h) $5^2 = 25$ i) $-2^6 = -64$ j) $(-9)^5 = -59049$ k) $-z^5$ l) $(-2)^2 = 4$

Ejercicio 2. Expresa en forma de multiplicaciones las siguientes potencias y, en el caso que se pueda, calcula su valor.

a) x^4 b) $(-2)^5$ c) -6^3 d) $(-3)^4$ e) $-y^5$ f) 8^2 g) $(-z)^6$ h) -5^2 i) -1^{10} j) 9^1 k) $(-5)^4$

SOL: a) $x \cdot x \cdot x \cdot x$ b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$ c) $-6 \cdot 6 \cdot 6 = -216$ d) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$
e) $-y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$ f) $8 \cdot 8 = 64$ g) $(-z) \cdot (-z) \cdot (-z) \cdot (-z) \cdot (-z) \cdot (-z) = -z^6$ h) $-5 \cdot 5 = -25$
i) $-1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ j) 9 k) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$

Ejercicio 3. Calcula las siguientes potencias, indicando previamente si el resultado obtenido será positivo o negativo.

a) $(-2)^4$ b) 3^3 c) $(-3)^3$ d) -3^3 e) $(-5)^2$ f) -5^2 g) -1^{11} h) $(-1)^{11}$ i) $(-7)^0$
j) $(-6)^4$ k) -7^2 l) 8^0 m) $(-4)^5$ n) -9^0 ñ) $(-9)^3$ o) -2^6 p) $(-8)^3$ q) 12^2
r) $(-12)^2$ s) -12^2 t) $(-25)^0$ u) $(-1)^{20}$ v) $(-6)^3$ w) $(-5)^4$ x) -1^0 y) $(-10)^4$ z) -9^2

SOL: a) 16 b) 27 c) -27 d) -27 e) 25 f) -25 g) -1 h) -1 i) 1 j) 1296
k) -49 l) 1 m) -1024 n) -1 ñ) -729 o) -64 p) -512 q) 144 r) 144 s) -144 t) 1
u) 1 v) -216 w) 625 x) -1 y) 10000 z) -81

Ejercicio 4. Realiza las siguientes operaciones, aplicando las propiedades de las potencias, expresando el resultado como una única potencia y calculando su valor en los casos que sea posible.

a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2$ b) $(-5)^3 : (-5)^2$ c) $((-2)^2)^3$ d) $3^4 \cdot (3^3)^2 : 9^3$ e) $((2^2)^2)^3 : 16^2$ f) $(x^5 : x)^2 \cdot x^2$
g) $((-3)^3 \cdot (-3)^6) : ((-3)^2 \cdot ((-3)^2)^2 \cdot (-3)^3)$ h) $(a^3 \cdot (a^5)^2)^3 : (a \cdot a^4)^4$ i) $4^3 \cdot (-3)^3 : 2^3$ j) $36^4 : (2^4 \cdot 9^4)$
k) $(4^9 \cdot 3^9) : (4^7 \cdot 3^7)$ l) $\frac{2^{10} \cdot 4^2}{8^3}$ m) $125^3 : (5^2 \cdot 25^2)$ n) $-27 \cdot (-3)^5 \cdot (-3)^3$ ñ) $(15^5 : 5^5) : 3^3$
o) $243 \cdot 3 : [81^2 : 9]$ p) $1000 : (-125 \cdot 8)$ q) $(4^6 \cdot (2^2)^3)^3 : (8^3 \cdot 16^2)$ r) $((16^4 : 8)^3)^4 : (32^4 \cdot 64^2)$
s) $(((-3)^3)^2)^2 \cdot (-3)^4 : ((-3)^7 \cdot ((-3)^3)^3)$ t) $(a^6 \cdot a^3)^2 : (a^2 \cdot a^4)^3$ u) $(k^2 \cdot (k^5)^2)^2 : (k \cdot k^3)^3$

$$\begin{aligned}
& \text{v)} \frac{(5^2)^2 \cdot 25^3}{125^3} \quad \text{w)} \frac{81^2 \cdot 9^2}{27^2 \cdot (3^2)^3} \quad \text{x)} \frac{4^3 \cdot 8^4 \cdot 2}{16^2 \cdot (2^3)^2} \quad \text{y)} \frac{343 \cdot 49^2 \cdot (7^2)^3}{2401^2 \cdot 49} \quad \text{z)} \frac{8^3 \cdot 16^4}{32^2 \cdot (4^2)^3} \quad \text{a1)} (30^7 : 5^7) : (2^5 \cdot 3^5) \\
& \text{b1)} (15^5 : 5^5) : ((-9)^3 : (-3)^3) \quad \text{c1)} \frac{m^2 \cdot (m^4)^2 \cdot (m^2 : m^2)}{m^3 \cdot (m^2 \cdot m)^2} \quad \text{d1)} [16^4 : (-4)^4] \cdot [(-20)^3 : 5^3] \\
& \text{e1)} \frac{625^2 \cdot 25^3 \cdot (5^3)^2}{((5^2)^2)^2 \cdot 125^3} \quad \text{f1)} \frac{(-2)^3 \cdot ((-2)^2)^3}{(-2)^4 \cdot (-2) \cdot ((-2)^2 \cdot (-2)^2)} \quad \text{g1)} \frac{(x^2)^4 \cdot (x^3 \cdot x^3)}{(x^3 : x^2) \cdot (x^4 : x^3)} \quad \text{h1)} 32^2 : (2^2)^3 \cdot 1024 \\
& \text{i1)} [(-30)^7 : 2^7] : [3^5 \cdot (-5)^5] \quad \text{j1)} [(-40)^3]^4 : [(-20)^6]^2 \quad \text{k1)} \frac{3^3 \cdot 9^2 \cdot 27}{81 \cdot 27^2} \quad \text{l1)} (2^4 \cdot 64^2 \cdot (4^2)^3) : (16^2 \cdot 32^3 \cdot 8^2) \\
& \text{m1)} \frac{(-6)^2 \cdot ((-6)^2)^3}{(-6) \cdot (-6)^2 \cdot ((-6)^2)^2} \quad \text{n1)} \frac{243^3 \cdot ((3^2)^3)^2}{(8^2 \cdot 16) \cdot (32^2 \cdot (-2)^4)} \quad \tilde{\text{n1)}} \frac{(x^2)^2 \cdot ((x^2)^3)^4}{(x^4 \cdot x^4) \cdot (x^{12} : x^2)^2} \quad \text{o1)} \frac{m^2 \cdot m \cdot (m^3 \cdot m^2)^2}{(m^2 \cdot m \cdot m^3)^2 \cdot m} \\
& \text{p1)} ((-2)^4 \cdot 3^4) : ((-30)^2 : 5^2) \quad \text{q1)} (-6)^3 \cdot 2^3 : (24^3 : (-2)^3) \quad \text{r1)} [(-30)^7 : 15^7] : [(-10)^4 : 5^4] \\
& \text{s1)} \frac{49^3 \cdot ((7^2)^2)^2}{49^3 \cdot 343^2} \quad \text{t1)} \frac{(3^2 \cdot 9^3)^2 \cdot (27^2 \cdot 81)^3}{243^3 \cdot 729^2} \quad \text{u1)} \frac{125^3 \cdot 25^2 \cdot 5}{625^3} \quad \text{v1)} \frac{(-4)^5 \cdot ((-4)^2)^2 \cdot (-4)^2}{((-4)^2 \cdot ((-4)^2)^3) \cdot (-4)^2} \\
& \text{w1)} \frac{128^3 \cdot (8^2)^3}{64^2 \cdot 32^3} \quad \text{x1)} [16^4 : (-4)^4] \cdot [(-40)^2 : (-2)^2 : (-5)^2] \quad \text{y1)} \frac{(x^2 \cdot x^4)^2 \cdot ((x^2)^2)^2}{(x^2 : x^2)^3 \cdot (x^4)^2} \quad \text{z1)} \frac{3^3 \cdot 81^2 \cdot 243}{27^2 \cdot (9^2)^2}
\end{aligned}$$

SOL: a) $2^6 = 64$ b) $(-5)^1 = -5$ c) $(-2)^6 = 64$ d) $3^4 = 81$ e) $2^4 = 16$ f) x^{10} g) $(-3)^0 = 1$
h) a^{19} i) $(-6)^3 = -216$ j) $2^4 = 16$ k) $12^2 = 144$ l) $2^5 = 32$ m) $5^3 = 125$ n) $(-3)^{11}$ ñ) $3^2 = 9$
o) $3^0 = 1$ p) $5^0 \cdot 2^0 = 1$ q) 2^{19} r) 2^{124} s) $(-3)^0 = 1$ t) $a^0 = 1$ u) k^{12} v) $5^1 = 5$ w) $3^0 = 1$
x) $2^5 = 32$ y) $7^3 = 343$ z) $2^3 = 8$ a1) $6^2 = 36$ b1) $3^2 = 9$ c1) $m^1 = m$ d1) $(-4)^7$ e1) $5^3 = 125$
f1) $(-2)^0 = 1$ g1) $x^0 = 1$ h1) 2^{14} i1) $(-15)^2 = 225$ j1) 2^{12} k1) $3^0 = 1$ l1) $2^1 = 2$ m1) $(-6)^1 = -6$
n1) $2^3 = 8$ ñ1) $x^0 = 1$ o1) $m^0 = 1$ p1) $(-6)^2 = 36$ q1) $(-12)^0 = 1$ r1) $(-2)^3 = -8$
s1) $7^2 = 49$ t1) 3^{19} u1) $5^2 = 25$ v1) $(-4)^1 = -4$ w1) 2^{12} x1) $(-4)^2 = 16$ y1) x^{12} z1) $3^2 = 9$

Ejercicio 5. Simplifica las siguientes expresiones utilizando las propiedades de las potencias, calculando su resultado cuando sea posible y dejando el resultado en la forma más simplificada cuando no.

$$\begin{aligned}
& \text{a)} 6^4 \cdot 18^3 \quad \text{b)} \frac{12^5}{9^2 \cdot 8^2} \quad \text{c)} 21^5 \cdot 49^2 \cdot 9^3 \quad \text{d)} 18^2 \cdot 36^3 \cdot 12 \quad \text{e)} \frac{36^2 \cdot 24^3}{48^3} \quad \text{f)} \frac{15^7 \cdot 45^2}{25^2 \cdot 27^3} \quad \text{g)} \frac{12^7}{18^2 \cdot 9 \cdot 8} \\
& \text{h)} \frac{60^3 \cdot 18^2}{16^2 \cdot 15^2} \quad \text{i)} \frac{6^2 \cdot 27^3 \cdot 32^2}{12^3 \cdot 8^2} \quad \text{j)} \frac{5 \cdot (3^2 \cdot 10)^2 \cdot 8^2}{9 \cdot 60^2} \quad \text{k)} \frac{(3^2)^3 \cdot 18^2}{(2 \cdot 243)^2} \quad \text{l)} \frac{8^4 \cdot 6^5 \cdot 4^6 \cdot 27^2}{12^2 \cdot (9^2)^2} \quad \text{m)} \frac{8^3 \cdot 9^2 \cdot 20 \cdot 125^2}{25^3 \cdot 64 \cdot 81} \\
& \text{n)} \frac{8^2 \cdot 12^3 \cdot 18^2}{6^2 \cdot 36^2} \quad \tilde{\text{n)}} \frac{32 \cdot 9^2 \cdot 4^2 \cdot 3}{(4^2)^2 \cdot 243} \quad \text{o)} \frac{18^2 \cdot 9 \cdot 54^2 \cdot 8^3}{12^3 \cdot 36^2 \cdot 72} \quad \text{p)} \frac{48^2 \cdot 36^3}{12^3 \cdot 18^2} \quad \text{q)} \frac{100^3 \cdot 50^4 \cdot 27}{150^3 \cdot 40^2} \quad \text{r)} \frac{28^4 \cdot 98^3 \cdot 8^2}{56^3 \cdot 112^2} \\
& \text{s)} \frac{15^3 \cdot 45^2 \cdot 225^3 \cdot 5}{125^2 \cdot 675^3} \quad \text{t)} \frac{63^3 \cdot 21^5 \cdot 147}{189^2 \cdot 441^2} \quad \text{u)} \frac{72^3 \cdot 12^4}{18^2 \cdot 36^3} \quad \text{v)} \frac{15^4 \cdot 75^3 \cdot 27^2}{225^2 \cdot 45^4} \quad \text{w)} \frac{50^2 \cdot 40^3 \cdot 10^4 \cdot 2}{20^3 \cdot 160^2} \quad \text{x)} \frac{343^2 \cdot 28^5 \cdot 8}{98^2 \cdot 56^3}
\end{aligned}$$

SOL: a) $2^7 \cdot 3^{10}$ b) $2^4 \cdot 3$ c) $3^{11} \cdot 7^9$ d) $2^{16} \cdot 3^{17}$ e) $2 \cdot 3^4 = 162$ f) $3^2 \cdot 5^5$ g) $2^9 \cdot 3 = 1536$ h) $3^5 \cdot 5$ i) 3^8
j) $2^4 \cdot 3^0 \cdot 5 = 80$ k) $3^0 \cdot 2^0 = 1$ l) $2^{25} \cdot 3$ m) $2^2 \cdot 3^0 \cdot 5 = 20$ n) $2^8 \cdot 3$ ñ) $2 \cdot 3^0 = 2$ o) $3^3 \cdot 2^0 = 27$ p) $2^6 \cdot 3 = 192$
q) $2 \cdot 5^6$ r) $7^5 \cdot 2^0 = 7^5$ s) $3^3 \cdot 5^0 = 27$ t) $3^2 \cdot 7^4$ u) 2^9 v) $3 \cdot 5^2 = 75$ w) $2^0 \cdot 5^6 = 5^6$ x) $2^2 \cdot 7^4$

Problema 6. Quince cajas de bombones contienen 15 estuches cada una. Estos tienen, a su vez, 15 bombones, cada uno de los cuales pesa 15 g. ¿Cuántos kilos de bombones hay en las 15 cajas?

SOL: 50,625kg

Problema 7. Se transmite telefónicamente un mensaje de la siguiente forma: la primera persona, después de 3 minutos, envía el mensaje a cuatro amigos con la intención de que cada uno se lo envíe, a su vez, a otros cuatro. Cada vez que el mensaje pasa de una persona a otra transcurren 3 minutos. ¿Cuántas personas recibirán el mensaje 45 minutos después de que la primera persona empezara a emitirlo?

SOL: $4^{15} = 1073741824$

Problema 8. En un pedido para una tienda de alimentación, hay 16 cajas de batidos de chocolate, cada caja tiene 8 batidos y cada batido tiene 32 centilitros. Expresa y calcula el número total de centilitros que hay en el pedido.

SOL: $2^9 = 512cl$

Problema 9. Luis Antonio y Miriam tienen canicas. Luis tiene 8 elevado al cuadrado y Miriam tiene 2 elevado a la sexta potencia. ¿Quién tiene más canicas?

SOL: Ninguno, pues ambos tienen las mismas canicas.

Problema 10. En un restaurante se puede elegir entre cuatro primeros platos, cuatro segundos y cuatro postres. ¿Cuántos menús distintos podrían pedirse en ese restaurante?

SOL: $4^3 = 64$ menús distintos.

Problema 11. Los alumnos de 1º de ESO B del IES Mediterráneo le pregunta la edad a su profesor de matemáticas y éste les contesta: "este año cumpliré la edad que se obtiene si al cubo de 3 se le suma el cuadrado de 2 menos dos años". ¿Qué edad tiene actualmente el profesor de matemáticas?

SOL: 28 años (pues el resultado de la operación da 29, que es la edad que cumplirá este año).

Problema 12. En una papelería hay 4 estanterías con 8 baldas en cada una de ellas y sobre cada balda, 16 libros. Expresa en forma de potencia y calcula el total de libros que hay en la papelería.

SOL: $2^9 = 512$ libros.

Problema 13. A un almacén han llegado cuatro camiones con cuatro palés cada uno, cada palé con cuatro filas, cada fila con cuatro cajas y cada caja con cuatro batidoras. ¿Cuántas batidoras en total han llegado al almacén?

SOL: 1024 batidoras

Problema 14. A una pollería han llegado 12 cajas con 12 docenas de huevos. ¿Cuántos huevos han llegado?

SOL: 1728 huevos

Problema 15. En una perfumería, una caja grande contiene cinco cajitas dentro. Cada cajita tiene cinco estuches y cada estuche tiene cinco colonias. ¿Cuántas colonias tiene cada caja grande?

SOL: 125 colonias

Ejercicio 16. Calcula, en el caso de que sean exactas, las siguientes raíces cuadradas, indicando previamente si se pueden realizar o no y si son exactas.

- a) $\sqrt{9}$ b) $-\sqrt{4}$ c) $\sqrt{12}$ d) $\sqrt{-20}$ e) $\sqrt{36}$ f) $-\sqrt{40}$ g) $\sqrt{121}$ h) $-\sqrt{225}$ i) $\sqrt{-25}$
j) $-\sqrt{25}$ k) $\sqrt{48}$ l) $\sqrt{81}$ m) $-\sqrt{136}$ n) $\sqrt{-100}$ ñ) $-\sqrt{196}$ o) $\sqrt{256}$ p) $-\sqrt{350}$
q) $\sqrt{400}$ r) $\sqrt{-361}$ s) $-\sqrt{289}$ t) $\sqrt{441}$ u) $\sqrt{450}$ v) $-\sqrt{729}$ w) $\sqrt{-9}$ x) $\sqrt{484}$
y) $-\sqrt{144}$ z) $\sqrt{470}$ a1) $-\sqrt{169}$ b1) $-\sqrt{-800}$ c1) $\sqrt{625}$ d1) $-\sqrt{400}$ e1) $\sqrt{-784}$
f1) $-\sqrt{676}$ g1) $\sqrt{529}$ h) $-\sqrt{900}$ i) $\sqrt{1}$ j1) $\sqrt{-49}$ k1) $-\sqrt{64}$ l1) $-\sqrt{841}$ m1) $\sqrt{361}$
n1) $-\sqrt{468}$ ñ1) $-\sqrt{16}$ o1) $-\sqrt{100}$ p1) $\sqrt{-49}$ q1) $\sqrt{90}$ r1) $\sqrt{324}$ s1) $-\sqrt{784}$
t1) $-\sqrt{586}$ u1) $\sqrt{-576}$ v1) $-\sqrt{576}$ w1) $-\sqrt{49}$ x1) $-\sqrt{196}$ y1) $-\sqrt{-150}$ z1) $\sqrt{500}$

SOL: a) 3 b) -2 c) No es exacta d) No existe e) 6 f) No es exacta g) 121 h) -15
i) No existe j) -5 k) No es exacta l) 9 m) No es exacta n) No existe
ñ) -14 o) 16 p) No es exacta q) 20 r) No existe s) 17 t) 21 u) No exacta
v) -27 w) No existe x) 22 y) -12 z) No exacta a1) -13 b1) No existe c1) 25 d1)
-20 e1) No existe f1) -26 g1) 23 h1) -30 i1) 1 j1) No existe k1) -8
l1) -29 m1) 19 n1) No exacta ñ1) -4 o1) -10 p1) No existe q1) No exacta r1) 18
s1) -28 t1) No exacta u1) No existe v1) -24 w1) -7 x1) -14 y1) No existe z1) No exacta .

Ejercicio 17. Indica, en cada apartado, cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos e indica el porqué mostrando el valor que lo hace cuadrado perfecto.

- a) 2, 64, 282, 169, 900, 100, 156, 743, 361, 200, 484, 225, 1, 19, 598, 576, 256, 478, 46, 16
b) 121, 27, 582, 163, 289, 841, 75, 368, 441, 49, 173, 529, 739, 729, 600, 25, 159, 196, 625, 9
c) 4, 253, 166, 324, 61, 458, 400, 884, 646, 144, 784, 321, 18, 36, 249, 54, 676, 8, 529, 81

SOL: a) $64 = 8^2$; $169 = 13^2$; $900 = 30^2$; $100 = 10^2$; $361 = 19^2$; $484 = 22^2$; $225 = 15^2$; $1 = 1^2$; $576 = 24^2$;
 $256 = 16^2$; $16 = 4^2$
b) $121 = 11^2$; $289 = 17^2$; $841 = 29^2$; $441 = 21^2$; $49 = 7^2$; $529 = 23^2$; $729 = 27^2$; $25 = 5^2$; $196 = 14^2$;
 $625 = 25^2$; $9 = 3^2$
c) $4 = 2^2$; $324 = 18^2$; $400 = 20^2$; $144 = 12^2$; $784 = 28^2$; $36 = 6^2$; $676 = 26^2$; $529 = 23^2$; $81 = 9^2$

Ejercicio 18. Calcular las raíces cuadradas de los siguientes números, indicando su raíz entera y su resto en el caso de no ser exactas.

- a) 58 b) 782 c) 2473 d) 3200 e) 1225 f) 89 g) 4125 h) 170 i) 648 j) 1764
 k) 5835 l) 4200 m) 678 n) 195 ñ) 43 o) 1684 p) 2485 q) 1024 r) 2809 s) 4381
 t) 3725 u) 867 v) 1352 w) 141 x) 150 y) 6358 z) 985

SOL: a) Raíz entera = 7. Resto = 9 b) Raíz entera = 27. Resto = 53 c) Raíz entera = 49. Resto = 72 d) Raíz entera = 57. Resto = 51 e) Raíz exacta = 35 f) Raíz entera = 9. Resto = 8 g) Raíz entera = 64. Resto = 29 h) Raíz entera = 13. Resto = 1 i) Raíz entera = 25. Resto = 23 j) Raíz exacta = 42 k) Raíz entera = 76. Resto = 59 l) Raíz entera = 64. Resto = 104 m) Raíz entera = 26. Resto = 2 n) Raíz entera = 13. Resto = 26 ñ) Raíz entera = 6. Resto = 7 o) Raíz entera = 41. Resto = 3 p) Raíz entera = 49. Resto = 84 q) Raíz exacta = 32 r) Raíz exacta = 53 s) Raíz entera = 66. Resto = 25 t) Raíz entera = 61. Resto = 4 u) Raíz entera = 29. Resto = 26 v) Raíz entera = 36. Resto = 56 w) Raíz entera = 11. Resto = 20 x) Raíz entera = 12. Resto = 6 y) Raíz entera = 79. Resto = 117 z) Raíz entera = 31. Resto = 24

Ejercicio 19. Realiza las siguientes operaciones combinadas.

- a) $3^2 \cdot (15 + \sqrt{25})^2 - 2^3 \cdot (15 - 5)^2$ b) $5 \cdot (\sqrt{16} - 2)^2 + (2^3 - 5)^2$ c) $560 - 2^2 \cdot (34 - 24)^2$
 d) $\sqrt{4} \cdot (3^3 - 3)^2 + 2^2 \cdot (5^2 - 5)^2$ e) $(\sqrt{64} - \sqrt{25})^3 + 2 \cdot (4^2 - 13) - \sqrt{16} \cdot (6^2 - 30)$ f) $3^3 - 2^2 + \sqrt{81} \cdot (\sqrt{49} - 3)^2$
 g) $(\sqrt{100} - 3)^2 + 2 \cdot [5 \cdot \sqrt{36} - (3^2 - \sqrt{4})^2]$ h) $[(2 - 1)^5 + 2] \cdot [(3^2)^2 - 2^2]$
 i) $(1 + 2 \cdot \sqrt{49} - 3^2 - 5) \cdot (1 + 3 \cdot \sqrt{36} - 17)$ j) $(\sqrt{81} - \sqrt{25})^2 - (-2)^3 - \sqrt{7 + 9}$ k) $3^2 - \sqrt{(5 - 3)^4} \cdot (-2^2)$
 l) $3\sqrt{5^2} - 3^2 + 4^3 : (1^{23} + 3^0)^4$ m) $5 - 2 \cdot 7 - (-1^4) \cdot [3^2 - (-2)^2 \cdot (-5) : (-2^2)]$ n) $\sqrt{4} \cdot [10 - 5 \cdot 6 : (-2)^2]$
 ñ) $7 \cdot \sqrt{9} - 2(5 \cdot 4 + (-3)^3)$ o) $((-4)^2 - 3^2) : \sqrt{8^2 - 15}$ p) $10 \cdot \sqrt{4} - (5 \cdot 5 - 2) + (-2)^2$
 q) $-5^2 - 2\sqrt{16} + \sqrt{5^2 + 11} : \sqrt{9}$ r) $\sqrt{5(7 - 5)^2 - 4} + 3^2(2^3 - 5)$ s) $(-4)^5 : [\sqrt{324} : (-6) - 5] - 150 : \sqrt{625}$
 t) $(5 + 3 - 2)^2 - 4^2 \cdot 2 - 3 + \sqrt{2^3 - 3 \cdot 2 - 1}$ u) $\sqrt{12 + 24} + 15 \cdot 7 - 2^3 : 4 - 21$ v) $2(5^2 - 12^2 : 4^2 - \sqrt{49})$
 w) $-5^2 - (2^3 - 2^2) - 6\sqrt{3^2 + 7}$ x) $\sqrt{25} - 2(\sqrt{81} - \sqrt{36}) : 3$ y) $2^4 \cdot 3 + \sqrt{49} : (2^4 : 16) - (23 + 5^2)$
 z) $(2 - 5)^2 : (7 - 10) + \sqrt{5^2 - 3^2}$ a1) $-3 \cdot 2^3 - (3 - 4)^4 - 2\sqrt{5^2 - 4^2}$
 b1) $[15 - (2^3 - 10 : 2)] \cdot [5 + (3 \cdot 2 - 4)] - 3 + (8 - 2 \cdot 2)$ c1) $2^4 + (27 - 6) : 3 - \sqrt{25} \cdot 3$
 d1) $12 - \sqrt{16} \cdot [3 - (5 - 3) \cdot (-2)] + (-2)^3$ e1) $5(4 - 2)^2 + 1^2(2^3 - 5)^2$ f1) $(10 - 3)^2 + 2 \cdot [6 - 5(3^2 - 2)^2]$
 g1) $(-2)^4 + 5 \cdot [-4 \cdot 8 - (-7) - \sqrt{4}] - (-2)^3$ h1) $[4(-7) + 2] : \sqrt{169} + [(-4)(-2)^2 + 8] \cdot (-1)^{100}$
 j1) $6 \cdot (-1)^3 - 3^2 \cdot 2 : \sqrt{6^2}$ k1) $(4 - 3)^2 - 5 \cdot (2^2 - 7)$ l1) $[(\sqrt{9} - \sqrt{25})^4]^5$ m1) $-5^2 \cdot (\sqrt{64} + 8 : 2)$
 n1) $(9^2 - 7^2) : \sqrt{7^2 + 3 \cdot 5}$ ñ1) $(-\sqrt{49} + 3^4 : 3^2)^5$ o1) $3^2 - \sqrt{(5 - 3)^4} \cdot (-2^2)$ p1) $\sqrt{(-8)^2} : (-2)^2 \cdot (-1^6)$

$$\mathbf{q1)} \ 3 \cdot \sqrt{5^2} - 3^2 + 4^3 : (1^{23} + 3^0)^4 \quad \mathbf{r1)} \ 3^2 \cdot \sqrt{49} - \sqrt{36} \cdot (6^2 - 4^2) \quad \mathbf{s1)} \ \sqrt{10^2} - [2 \cdot (-2)^2]^2 - 2 \cdot 5^2$$

$$\mathbf{t1)} \ 3^2 + 4 \cdot 5 - \sqrt{36} \quad \mathbf{u1)} \ 3 \cdot (4^2 - 3^2) : (-\sqrt{49}) \quad \mathbf{v1)} \ [\sqrt{5^2} \cdot (-1)^3 + 3]^2 - 28 : (-2^2)$$

$$\mathbf{w1)} \ 5 - 7 \cdot (-1)^3 + \sqrt{(4 - 5)^4} + 2\sqrt{4^2 + 3^2} \quad \mathbf{x1)} \ \sqrt{(5 - 3)^2} - 3 \cdot (-2)^2 \cdot 5 + 4^3 : 2^4$$

$$\mathbf{y1)} \ \sqrt{3^2 + 7} - 3 \cdot 2^2 - (-2)^0 \cdot \sqrt{64} \quad \mathbf{z1)} \ 5^2 - 2^2 \cdot \sqrt{4^2 + 9} \quad \mathbf{a2)} \ \sqrt{4 - 3 \cdot (\sqrt{4^3} - 7)}$$

SOL: a) 2800 b) 29 c) 160 d) 1672 e) 9 f) 167 g) 11 h) 231 i) 2 j) 20 k) 25
 l) 10 m) -5 n) -8 ñ) 35 o) 1 p) 1 q) -31 r) 31 s) 122 t) 87 u) 88 v) 18
 w) -53 x) 3 y) 7 z) 1 a1) -31 b1) 85 c1) 8 d1) -24 e1) 29 f1) -429
 g1) -111 h1) -10 j1) -9 k1) 16 l1) 2^{20} m1) -300 n1) 4 ñ1) 32 o1) 25 p1) 2
 q1) 10 r1) -57 s1) -104 t1) 23 u1) -3 v1) 11 w1) 23 x1) -54 y1) -16 z1) 5 a2) 1

Problema 20. Los invitados a un concierto acústico privado no se sabe exactamente cuántos son, pero sí que se sabe que son entre 30 y 45 personas y que las sillas se han colocado en forma de cuadrado sin que sobre ninguna. Con esos datos, ¿podrías saber el número de personas que asistió al concierto? En caso positivo, indica el número.

SOL: Sí, asistieron 36 personas.

Problema 21. ¿Cuántos números naturales tienen como cuadrado 16? ¿Y enteros?

SOL: Naturales solo el 4. Enteros el 4 y el -4.

Problema 22. Con 195 árboles se quiere formar un cuadrado. ¿Cuántos árboles tiene que haber en cada lado? ¿Cuántos sobran? ¿Cuántos más serían necesarios para formar un cuadrado de un árbol más de lado?

SOL: Cada lado tiene 13 árboles y sobran 26. Se necesita un árbol más.

Problema 23. El hermano mayor de Carlos se saca un dinerillo extra en verano cortando el césped de los vecinos de la urbanización. Si cobra 2 € por cada metro cuadrado y ha ganado en una semana 144 €,

- a) ¿qué superficie de césped ha cortado?
 b) Si el jardín de cada vecino es un cuadrado de 3 metros de lado, ¿en cuántos jardines ha trabajado?

SOL: a) Ha cortado $72m^2$ de césped. b) Ha trabajado en 8 jardines.

Problema 24. En un almacén faltan 20 cajas para que todas las cajas que entren se puedan poner en 12 filas de cajas cuadradas iguales formando un cuadrado. ¿Cuántas cajas cabrían en el almacén y cuántas cajas hay?

SOL: Cabrían 144 cajas y hay 124.

Problema 25. En la fiesta de cumpleaños de Keira había 128 caramelos para repartir. Después del reparto, cada niño/a tenía tantos caramelos como niños/as había. Si sobraron 7 caramelos, ¿cuántos niños/as había?

SOL: Había 11 niños/as.

Problema 26. a) ¿Con 77 baldosas cuadradas puedo solar una superficie también cuadrada?

b) ¿Cuántas faltan o sobran para poder hacer un cuadrado y cuántas habría en cada lado?

SOL: **a)** No, pues 77 no es un cuadrado perfecto. **b)** Si el cuadrado es de 8 baldosas, le sobran 13 y si es de 9 baldosas, le faltan 4.

Problema 27. En un vivero, se quieren plantar 550 cipreses en hileras, formando un cuadrado. ¿Sería posible? De no serlo, ¿cuántos cipreses sobrarían o faltarían para que se puede formar un cuadrado con ellos? ¿De cuántos cipreses estaría formada cada hilera?

SOL: No, porque 550 no es un cuadrado perfecto. Para hacer un cuadrado de 23 cipreses por hilera, sobrarían 31 y para hacer uno de 24 por hilera, faltarían 26.

Problema 28. Un terreno cuadrado tiene 900 m^2 de superficie. ¿Cuántos metros de tela metálica se necesitan para cercarlo?

SOL: 120 m.

Problema 29. ¿Cuántos metros de moldura se necesitan para bordear con ella el techo de una habitación cuadrada de 25 m^2 de superficie?

SOL: 20 metros.

Problema 30. Un tablero cuadrado tiene una superficie de 900 cm^2 . Si se corta otro cuyo lado mide la mitad que el lado del anterior, ¿cuál será la superficie del nuevo tablero? ¿Se habrá reducido también a la mitad?

SOL: 225 cm^2 . No, se reduce a más, ya que si las unidades cuadradas las reduces a la mitad, las unidimensionales se reducen a la mitad de la mitad pues se quitan la mitad por ambos lados.

Problema 31. Marta tiene 300 azulejos cuadrados para hacer mosaicos. ¿Cuántos puede emplear como máximo para formar un cuadrado? ¿Cuántos le sobran?

SOL: 289 azulejos y le sobran 11.

Problema 32. Ramón ha barnizado dos tableros cuadrados: uno de 30 cm de lado y otro de 40 cm de lado. ¿Hubiera empleado la misma cantidad de barniz en un tablero cuadrado de 70 cm de lado? Explica el porqué

SOL: No, pues el cuadrado de la suma no es lo mismo que la suma de los cuadrados.

Problema 33. Calcula los metros de alambrada que se necesitan para rodear cuatro veces un terreno cuadrado de 10000 m^2 de superficie.

SOL: Para cubrir una vez, harían falta 400 m; luego para cubrir 4 veces, hacen falta 1600 m.

Problema 34. Marta quiere colocar 36 fotos cuadradas en filas y columnas de modo que formen un mural cuadrado. ¿Cuántas tiene que poner en cada columna?

b) Si tuviera 60 fotos cuadradas, ¿cuántas puede emplear como máximo para poder formar un cuadrado con ellas? ¿Cuántas le faltan o le sobran?

SOL: a) 6 en cada columna b) 49 y le sobrarían 11 fotos.

Problema 35. Se quieren plantar árboles en un jardín de forma que llenen un cuadrado. Si hay 26 árboles, ¿cuántos árboles habrá en cada lado del cuadrado? ¿Sobrarán algún árbol?

SOL: 5 árboles por cada lado y sobrarán un árbol.

Problema 36. Una finca tiene forma cuadrada y mide 36 cm de lado. Si el metro cuadrado se paga a 500 €, ¿cuánto vale la finca?

SOL: La parcela tiene $1296m^2$; luego costará 648000 €.

Problema 37. Una pastelería ha hecho 328 pasteles. Si quiere colocarlos en bandejas formando un cuadrado lo más grande posible, ¿cuántos pasteles tendría cada lado? ¿Sobra alguno? ¿Cuántos pasteles faltan para hacer un cuadrado con dos pasteles más en cada lado?

SOL: 18 pasteles. Sí, sobran 4 pasteles. Para dos pasteles más a cada lado harían falta 72 pasteles.

Problema 38. Con exactamente 70 cojines, ¿se puede formar un cuadrado, colocándolos en filas y en columnas? ¿Sobra alguno? ¿Cuántos nos faltarían como mínimo para formar un cuadrado?

SOL: No. Sí, sobran 6 cojines. Nos faltarían para formar un cuadrado un mínimo de 11 cojines.

Problema 39. En una tienda de muñecos quieren colocar las 452 cajas de muñecos formando un cuadrado gigante en la pared para promocionar la nueva temporada. ¿Podrán hacerlo con todas las cajas? ¿Sobra alguna?

SOL: No, pues para ello, o sobran 11 cajas o faltan 32.

Problema 40. El suelo de un patio cuadrado está formado por 17 baldosas en cada lado. ¿Cuántas baldosas forman el suelo del patio? ¿Cuántas baldosas hay que añadir para formar un patio cuadrado con 18 baldosas en cada lado?

SOL: 289 baldosas. Para formar un cuadrado de 18 baldosas de lado harían falta 35 baldosas.

Problema 41. Averigua el número de espectadores que acudieron un día al cine con estos datos:

- Su raíz cuadrada entera es igual a 35
- Si se sumara 12, sería un cuadrado perfecto

SOL: Acudieron 1237 personas al cine ese día.