EXAMEN 3º ESO – Potencias y raíces (RESUELTO)

Ejercicio 1. (1 pto.)

Reduce y di la propiedad empleada:

a) $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^5$

b) $(5^4)^3$

c) $\frac{7^8}{7^3}$

d) $2^2 \cdot 5^2$

e) $\frac{21^3}{7^3}$

a) $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^5 = 3^{2+3+5} = \mathbf{3^{10}}$ $\quad a^n \cdot a^m = a^{m+n}$

b) $(5^4)^3 = 5^{4\cdot 3} = \mathbf{5^{12}}$ $\quad (a^m)^n = a^{m\cdot n}$

c) $\frac{7^8}{7^3} = 7^{8-3} = \mathbf{7^5}$ $\quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

d) $2^2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 5)^2 = 10^2 = \mathbf{100}$ $\quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

e) $\frac{21^3}{7^3} = \left(\frac{21}{7}\right)^3 = 3^3 = \mathbf{27}$ $\quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

Recuerda: $a^1 = a \,;\quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ veces}$

Ejercicio 2. (1 pto.)

Representa como potencia de exponente negativo y calcula:

a) $4^3 \cdot \frac{1}{2^2}$

b) $\frac{9^4}{3^5}$

a) $4^3 \cdot \frac{1}{2^2} = (2^2)^3 \cdot 2^{-2} = 2^{2\cdot 3} \cdot 2^{-2} = 2^{6-2} = 2^4 = \mathbf{16}$

b) $\frac{9^4}{3^5} = \frac{(3^2)^4}{3^5} = 3^{2\cdot 4} \cdot 3^{-5} = 3^{8-5} = 3^3 = \mathbf{27}$

Recuerda: Si a es un número racional $\neq 0$ y n es entero positivo $\Rightarrow$

$$a^0 = 1; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ejercicio 3. (2 pto.)

Calcula las siguientes raíces y justifica:

$a)\ \sqrt{\frac{81}{25}}$

$b)\ \sqrt{484}$

$c)\ \sqrt[3]{\frac{1}{216}}$

$d)\ \sqrt[5]{1024}$

$$a)\ \sqrt{\frac{81}{25}} = \mathbf{\frac{9}{5}} \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{81}{25}$$

$$b)\ \sqrt{484} = \mathbf{22} \Leftrightarrow (22)^2 = 484$$

$$c)\ \sqrt[3]{\frac{1}{216}} = \mathbf{\frac{1}{6}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

$$d)\ \sqrt[5]{1024} = \mathbf{4} \Leftrightarrow (4)^5 = 1024$$

Recuerda $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ La raíz es la operación contraria a la potencia, por tanto, el número elevado al índice de la raíz da como resultado el valor dentro de la raíz.

Ejercicio 4. (2 ptos.)

Expresa con 2 cifras significativas. Calcula el error absoluto y relativo para cada caso.

a) Altura a la que vuela un avión: 8 962 m

b) Precio de una casa: 456 500 €

c) Gastos familiares de un mes: 1 472,75 €

a) Altura a la que vuela un avión: 8962 m ≈ $\boldsymbol{9000\ m}$

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}| = |8\,962 - 9\,000\,| = \mathbf{38}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{38}{8\,962} < \mathbf{0,004}$$

b) Precio de una casa: 456 500 €≈ $\mathbf{460\ 000}$ €

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}| = \\ = |456\,500 - 460\,000\,| = \mathbf{3500}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{3500}{456\,500} < \mathbf{0,008}$$

c) Gastos familiares de un mes: 1 472,75 € ≈ $\mathbf{1500}$ €

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}| = \\ = |1472{,}75 - 1500\,| = \mathbf{72,75}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{27{,}25}{1472{,}75} < \mathbf{0,019}$$

Recuerda:
Las cifras significativas se usan para expresar un número aproximado y se utilizan aquellas cuya exactitud nos conste y de modo que sean relevantes para lo que se quiere transmitir.
El Error absoluto es una medida aproximada de la diferencia entre el valor real y el valor aproximado.
El Error relativo es el cociente entre el error absoluto y el valor real y es menor en tanto más cifras significativas se utilicen.

Ejercicio 5. (2 ptos.)

Escribe estos números en notación científica:

a) 58 700 000

b) 980 000 000 000

c) 0,000063

d) 0,00000000245

$a)\ 5\underbrace{8\,700\,000}_{7\ cifras} = \mathbf{5{,}87 \cdot 10^{7}}$

$b)\ 9\underbrace{80\,000\,000\,000}_{11\ cifras} = \mathbf{9{,}8 \cdot 10^{11}}$

$c)\ 0{,}\underbrace{00006}_{5\ cifras}3 = \mathbf{6{,}3 \cdot 10^{-5}}$

$d)\ 0{,}\underbrace{000000002}_{9\ cifras}45 = \mathbf{2{,}45 \cdot 10^{-9}}$

Recuerda que: La notación científica de un numero consta de:

- *Una parte entera formada por una sola cifra que es distinta de cero*
- *El resto de las cifras significativas, si las hay, puestas como parte decimal.*
- *Una potencia de base 10 que da el orden de magnitud del número.*

$$N = a{,}\underbrace{b\ c\ d}_{\text{parte decimal}}\ldots \cdot 10^{n}$$

parte entera solo una cifra

parte decimal

Potencia entera de base 10

Si n es positivo, el número N es "grande". Si n es negativo, entonces N es "pequeño".

Ejercicio 6. (2 ptos.)

Según informe de la ONU la población mundial actual es de alrededor de $7{,}5 \cdot 10^{9}$ millones de habitantes. En un reloj que mide el crecimiento de la población se estima aumenta a 320 personas por minuto (entre nacimientos y fallecidos).

Si se mantiene ese ritmo de crecimiento, ¿cuándo llegaremos a 8 mil millones?

$$8 \text{ mil millones} - \text{poblacion actual} = 8\,000\,000\,000 - 7\,500\,000\,000 =$$
$$= 500\,000\,000 \Rightarrow \text{personas que faltan para los 8 mil millones}$$

$$\left.\begin{array}{l} 320 \text{ personas} \Rightarrow 1 \text{ minuto} \\ 500\,000\,000 \text{ personas} \Rightarrow \text{x minutos} \end{array}\right\} \text{x minutos} = \frac{500\,000\,000}{320} = $$
$$= 1\,562\,500 \text{ minutos}$$

$$1\,562\,500 \text{ minutos} \overset{60\ min \to 1\ hora}{\approx} 26\,042 \text{ horas} \overset{24\ h \to 1\ día}{\approx} 1085 \text{ días} \overset{365\ días \to 1\ año}{\approx} 2 \text{ años y } 355 \text{ días}$$

Se llegará a los 8 mil millones dentro de aproximadamente 2 años y 355 días