

Unidad 5. Ecuaciones

SOLUCIONES PÁG. 113

1 Escribe los siguientes enunciados en forma de ecuación:

a. El triple de un número es igual a 21.

$$3x = 21$$

b. Un número disminuido en 3 unidades es igual a 11.

$$x - 3 = 11$$

c. El doble de un número más 4 es igual al triple de dicho número.

$$2x + 4 = 3x$$

d. La suma de un número y su doble es igual a 18.

$$x + 2x = 18$$

2 Decide si las siguientes expresiones algebraicas son identidades o ecuaciones:

a. $3x - 1 = 2$

Ecuación porque sólo se cumple para determinados valores de la variable:

$$3x = 3 \rightarrow x = 1$$

b. $5x + 10 = 5 \cdot (x + 2)$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable:

$$5x + 10 = 5x + 10$$

c. $a \cdot (3 - a) = 3a - a^2$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable:

$$3a - a^2 = 3a - a^2$$

d. $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable:

$$4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$$

e. $2 + 5x = 2x + 5$

Ecuación porque sólo se cumple para determinados valores de la variable:

$$5x - 2x = 5 - 2 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$$

f. $(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable.

$$x^2 + x - x - 1 = x^2 - 1 \rightarrow x^2 - 1 = x^2 - 1$$

3 Identifica, en cada caso, la incógnita y el grado.

a. $3x + 7 = 2x$

Incógnita x , grado 1

b. $a^2 - 3a + 1 = 0$

Incógnita a , grado 2

c. $3y \cdot (y - 1) = 2$

Incógnita y , grado 2

d. $x^2 + 1 = 5$

Incógnita x , grado 2

e. $2t + 8t^3 = 3^t$

Incógnita t , grado 3

f. $4x - 5 = x \cdot (x^2 - 1)$

Incógnita x , grado 3

g. $3a - 1 = (a + 1) \cdot (a + 1)$

Incógnita a , grado 2

h. $(m - 1) \cdot (m + 1) = 3$

Incógnita m , grado 2**4 Indica si $x = 1$ es solución de las siguientes ecuaciones:**

a. $x - 3 = 2x - 1$

No es solución ($1 - 3 \neq 2 \cdot 1 - 1$)

b. $x^2 + 3 = 4x$

Sí es solución ($1^2 + 3 = 4 \cdot 1$)

c. $6x \cdot (x + 3) = 5x + 10$

No es solución ($6 \cdot 1 \cdot (1 + 3) \neq 5 \cdot 1 + 10$)

d. $3x^2 - 2x - 1 = 0$

Sí es solución ($3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 - 1 = 0$)

e. $8x^2 - 6x = -2$

No es solución ($8 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 \neq -2$)

f. $(3x - 1)^2 = 4$

Sí es solución ($(3 \cdot 1 - 1)^2 = 4$)

5 Aplica el primer principio de equivalencia para calcular las soluciones de estas ecuaciones:

a. $x + 3 = 6$

$$x + 3 - 3 = 6 - 3 \rightarrow x = 3$$

b. $5 + x = 7$

$$5 + x - 5 = 7 - 5 \rightarrow x = 2$$

c. $x - 8 = -2$

$$x - 8 + 8 = -2 + 8 \rightarrow x = 6$$

d. $8 - x = 2$

$$8 - x - 8 = 2 - 8 \rightarrow x = 6$$

e. $x - 7 = 3$

$$x - 7 + 7 = 3 + 7 \rightarrow x = 10$$

f. $-5 = x + 6$

$$-5 - 6 = x + 6 - 6 \rightarrow x = -11$$

g. $0 = -7 + x$

$$0 + 7 = -7 + 7 + x \rightarrow x = 7$$

h. $-3 = 6 - x$

$$-3 - 6 = 6 - x - 6 \rightarrow x = 9$$

6 Aplica el segundo principio de equivalencia para calcular las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a. $5x = 15$

$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5} \rightarrow x = 3$$

b. $\frac{x}{2} = -3$

$$\frac{x}{2} \cdot (2) = -3 \cdot (2) \rightarrow x = -6$$

c. $20 = -4x$

$$\frac{20}{-4} = \frac{-4x}{-4} \rightarrow x = -5$$

d. $4 = \frac{x}{7}$

$$7 \cdot 4 = \frac{7 \cdot x}{7} \rightarrow x = 28$$

e. $-\frac{x}{3} = 10$

$$3 \cdot \left(-\frac{x}{3}\right) = 10 \cdot 3 \rightarrow x = -30$$

f. $15 = -\frac{5x}{2}$

$$\frac{2}{5} \cdot 15 = -\frac{5x}{2} \rightarrow x = -6$$

SOLUCIONES PÁG. 115

7 Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones de primer grado:

a. $3x = 12$

$$x = 4$$

e. $x - 6 = -7$

$$x = -1$$

b. $4 + x = 9$

$$x = 5$$

f. $5x = -15$

$$x = -3$$

c. $6x = 48$

$$x = 8$$

g. $-5 = \frac{x}{2}$

$$x = -10$$

d. $3 = x - 5$

$$x = 8$$

h. $3x - 6 = 0$

$$x = 2$$

8 Copia en tu cuaderno, completa y resuelve estas ecuaciones de primer grado:

a. $3x + 5 = 2x - 8$

$$3x - \square x = -8 - \square$$

$$x = -\square$$

$$3x + 5 = 2x - 8$$

$$3x - 2x = -8 - 5$$

$$x = -13$$

b. $4 + 6x - 3 = 2x - 7$

$$6x - \square x = -7 - \square + 3$$

$$\square x = -8$$

$$x = -8 / \square = \square$$

$$4 + 6x - 3 = 2x - 7$$

$$6x - 2x = -7 - 4 + 3$$

$$4x = -8$$

$$x = -\frac{8}{4} = -2$$

c. $x - 4x + 3 - 7 = 5 - x + 5$

$$x - \square x + x = 5 + \square - 3 + \square$$

$$\square x = 14$$

$$x = 14 / \square = \square$$

$$x - 4x + 3 - 7 = 5 - x + 5$$

$$-4x + x = 5 + 5 - 3 + 7$$

$$-2x = 14$$

$$x = \frac{14}{-2} = -7$$

d. $-x + 6x + 4 = 6 + 3x + 2x - 2$

$$-x + \square x - 3x - \square x = 6 - 2 - \square$$

$$0x = \square$$

$$x = \square / 0 = \square$$

$$-x + 6x + 4 = 6 + 3x + 2x - 2$$

$$-x + 6x - 3x - 2x = 6 - 2 - 4$$

$$0x = 0$$

$$x = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Infinitas soluciones}$$

9 Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a. $5x - 3x - 4 = 2$

$$2x = 2 + 4 \rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

b. $3 + x = 9 - 2x$

$$x + 2x = 9 - 3 \rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

c. $4x - 1 + 2x = x + 4$

$$4x + 2x - x = 4 + 1 \rightarrow x = \frac{5}{5} = 1$$

d. $3 = 4x + 3 + x$

$$3 - 3 = 4x + x \rightarrow x = 0$$

e. $x - 7 = 3x + 1 - 2x$

$$x - 3x + 2x = 1 + 7 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

f. $5x + 2 = 4x - 1 - 6x$

$$5x - 4x + 6x = -1 - 2 \rightarrow x = -\frac{3}{7}$$

g. $6 + 2x - 5 = 6x + 1 - 4x$

$$6 - 5 - 1 = 6x - 4x - 2x \rightarrow 0 = 0 \rightarrow \text{Infinitas soluciones.}$$

h. $8 - 2x - 2 = 5x - 4x$

$$8 - 2 = 5x - 4x + 2x \rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

10 Actividad resuelta.

11 Halla la solución de estas ecuaciones:

a. $6x - x + 2 = x - 6x$

$$6x - x - x + 6x = -2 \rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

b. $6x - 8 = 8x - 4 + 2x$

$$6x - 8x - 2x = -4 + 8 \rightarrow x = \frac{-4}{4} = -1$$

c. $3x - x + 5 - 4x = 3 + 2x$

$$3x - x - 4x - 2x = 3 - 5 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

d. $5 - 2x = 3x + 1 - 5x$

$$-2x - 3x + 5x = 1 - 5 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

e. $3x - 2 + 6x = 5 + 4x - 7 + 5x$

$$3x + 6x - 4x - 5x = 5 - 7 + 2 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow \text{Infinitas soluciones.}$$

f. $4x - 3 + 2 = 6x - x - 1$

$$4x - 6x + x = -1 + 3 - 2 \rightarrow x = 0$$

12 Inventa, en cada caso, una ecuación de primer grado que sea:

Respuestas abiertas. Unos ejemplos pueden ser los que se indican en cada apartado.

a. Compatible determinada.

$5x - 2x = 6 + 3$ porque $3x = 9 \rightarrow x = 3$. Tiene una única solución.

b. Compatible indeterminada.

$3x - 2 + 8 + x = 6 + 4x$ porque es una identidad, $0 = 0$ y tiene infinitas soluciones.

c. Incompatible.

$-x + 5 + 8x = 1 + 7x$ porque no tiene solución.

Después, intercambia con tu compañero las ecuaciones que habéis ideado y trata de resolver las suyas.

13 Escribe, en cada caso, una ecuación de primer grado que sea compatible determinada y cuya solución sea la que se indica.

Respuestas abiertas. Unos ejemplos pueden ser los que se indican en cada apartado.

a. $x = 3$

$$6x - 3 = 6 + 3x$$

b. $x = 0$

$$3 + 5x = 8 + 3x - 5$$

c. $x = -1$

$$-2 + 6x = 5x - 5 + 2$$

d. $x = \frac{1}{2}$

$$5x + 1 = 3x + 2$$

SOLUCIONES PÁG. 117**14 Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a. $6x - 2 \cdot (x - 1) = -6$

$6x - 2x - 2 = -6 \rightarrow 4x = -4 \rightarrow x = -2$

b. $4x - 2 = 5 \cdot (2x - 1) + 3$

$4x - 2 = 10x - 5 + 3 \rightarrow 4x - 10x = 2 - 5 + 3 \rightarrow x = 0$

c. $2 - (5 - 3x) = 3 \cdot (x - 1)$

$2 - 5 + 3x = 3x - 3 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow \text{Infinitas soluciones.}$

d. $2 \cdot (3x + 6) - 2x = 4 - 5 \cdot (2 + x)$

$6x + 12 - 2x = 4 - 10 - 5x \rightarrow x = -2$

e. $\frac{x}{2} - 3 = x - 7$

$\frac{x}{2} - x = -7 + 3 \rightarrow \frac{-1}{2}x = -4 \rightarrow x = 8$

f. $\frac{x+2}{3} = 5x - 4$

$x + 2 = 15x - 12 \rightarrow x = 1$

g. $x + \frac{5x}{6} - 25 = 50 - \frac{x}{4}$

$x + \frac{5x}{6} + \frac{x}{4} = 50 + 25 \rightarrow \frac{24+20+6}{24}x = 75 \rightarrow x = 36$

h. $\frac{5x}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{2x-5}{6} + 3$

$\frac{15x+2x-2}{6} = \frac{2x-5+18}{6} \rightarrow 15x = 15 \rightarrow x = 1$

i. $\frac{x-2}{3} - \frac{x-4}{5} = \frac{x-3}{4}$

$\frac{20x-40-12x+48}{60} = \frac{15x-45}{60} \rightarrow x = \frac{53}{7}$

15 Encuentra la solución de cada ecuación.

a. $2 \cdot \left(\frac{x+5}{3}\right) = x - 2$

$$2x + 10 = 3x - 6 \rightarrow 2x - 3x = -6 - 10 \rightarrow x = 16$$

b. $\frac{1}{2} \cdot (2x - 3) - x = \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$

$$x - \frac{3}{2} - x = \frac{x}{3} - \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{3}{2} = \frac{2x-3}{6} \rightarrow -9 = 2x-3 \rightarrow x = \frac{-6}{2} = -3$$

c. $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-4}{6} = \frac{3 \cdot (x-3)}{4}$

$$\frac{16x-8-4x+16}{24} = \frac{18x-54}{24} \rightarrow 16x-4x-18x = -54+8-16 \rightarrow x = \frac{62}{6} = \frac{31}{3}$$

d. $\frac{3}{2} \cdot (x-4) = \frac{5x}{3} - 6$

$$\frac{9x-36}{6} = \frac{10x-4-36}{6} \rightarrow 9x-10x = -4-36+36 \rightarrow x = 4$$

e. $3x - \frac{2 \cdot (x-5)}{3} = 1$

$$\frac{9x-2x+10}{3} = 1 \rightarrow 9x-2x = 3-10 \rightarrow x = -1$$

f. $2x - \frac{1}{5} \cdot (2x-3) = \frac{3}{2}$

$$\frac{20x-4x+6}{10} = \frac{15}{10} \rightarrow 20x-4x = 15-6 \rightarrow x = \frac{9}{16}$$

g. $\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{x-3}{5}\right) = x + \frac{1}{2}$

$$\frac{3x-9}{10} = \frac{2x+1}{2} \rightarrow 6x-18 = 20x+10 \rightarrow 6x-20x = 10+18 \rightarrow x = -2$$

h. $1 - \frac{3 \cdot (2-x)}{5} = \frac{2x+3}{4}$

$$\frac{20-24+12x}{20} = \frac{10x+15}{20} \rightarrow 12x-10x = 15-20+24 \rightarrow x = \frac{19}{2}$$

SOLUCIONES PÁG. 119**16 Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a. $5x^2 = 0$

$x = 0$ (doble)

b. $3x^2 - 3 = 0$

$x^2 = \frac{3}{3} = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \rightarrow x = 1, x = -1$

c. $2x^2 = 18$

$x^2 = \frac{18}{2} = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow x = 3, x = -3$

d. $200 - 2x^2 = 0$

$x^2 = \frac{-200}{-2} = 100 \rightarrow x = \pm\sqrt{100} \rightarrow x = 10, x = -10$

e. $5 - x^2 = 0$

$x^2 = 5 \rightarrow x = \pm\sqrt{5} \rightarrow x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{5}$

f. $4x^2 - 5 = 11$

$x^2 = \frac{11+5}{4} = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = 2, x = -2$

17 Halla el valor de x en cada ecuación:

a. $x^2 - 3x = 0$

$x(x - 3) \rightarrow x = 0, x = 3$

b. $x^2 + 15x = 0$

$x(x + 15) \rightarrow x = 0, x = -15$

c. $6x^2 - 12x = 2x^2$

$x(4x - 12) \rightarrow x = 0, x = \frac{12}{4} = 3$

d. $4x^2 - x = 5x$

$x(4x - 6) \rightarrow x = 0, x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

18 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} \rightarrow x = -1, x = -3$$

b. $2x^2 + 6x - 8 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{4} \rightarrow x = 1, x = -4$$

c. $x^2 - 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} \rightarrow x = 2 \text{ (doble)}$$

d. $3x^2 + 3x - 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{6} \rightarrow x = 1, x = -2$$

e. $3x^2 - 7x - 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{6} \rightarrow x = 3, x = -\frac{2}{3}$$

f. $5x^2 + 4x - 1 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1)}}{2 \cdot 5} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{10} \rightarrow x = -1, x = \frac{1}{5}$$

19 Indica el número de soluciones de estas ecuaciones:

a. $x^2 - x - 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0 \Rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones distintas.

b. $3x^2 + 2x + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -44 < 0 \Rightarrow$ La ecuación no tiene solución.

c. $x^2 + 6x + 9 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0 \Rightarrow$ La ecuación tiene una única solución (doble).

d. $2x^2 + 3x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25 > 0 \Rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones distintas.

SOLUCIONES PÁG. 121**20 Encuentra dos números consecutivos que sumen 49.**

$$x + x + 1 = 49 \rightarrow 2x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{2} = 24. \text{ Los números son 24 y 25.}$$

21 Un tablón de madera de forma rectangular mide el doble de largo que de ancho. Calcula sus dimensiones sabiendo que tiene un perímetro de 720 cm.

$$2 \cdot (x + 2x) = 720 \rightarrow 2x + 4x = 720 \rightarrow 6x = 720 \rightarrow x = \frac{720}{6} = 120$$

largo = 240 cm; ancho = 120 cm

22 Paco tiene 2 años más que Ana, y Ana tiene 3 años más que Javier. Entre los tres amigos suman 29 años. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

Paco = $x + 5$; Ana = $x + 3$; Javier = x
 $x + 5 + x + 3 + x = 29 \rightarrow 3x = 29 - 3 - 5 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{3} = 7$
 Paco tiene 12 años; Ana, 10 años, y Javier, 7 años.

23 Un número más su doble es igual a su mitad más 25. Halla dicho número.

$$x + 2x = \frac{x}{2} + 25 \rightarrow 3x = \frac{50 + x}{2} \rightarrow 6x = 50 + x \rightarrow 5x = 50 \rightarrow x = \frac{50}{5} = 10 \rightarrow \text{El número es } 10.$$

24 Halla tres números consecutivos que sumen 111.

$$x + x + 1 + x + 2 = 111 \rightarrow 3x = 111 - 2 - 1 \rightarrow 3x = 108 \rightarrow x = \frac{108}{3} = 36$$

Los números son 36, 37 y 38.

25 Dos carpetas y un cuaderno cuestan 3,50 €. Si un cuaderno vale el triple que una carpeta, ¿cuánto cuesta un cuaderno? ¿Y una carpeta?

x = precio de una carpeta
 $3x$ = precio de un cuaderno
 $2x + 3x = 3,50 \rightarrow 5x = 3,50 \rightarrow x = \frac{3,50}{5} = 0,7$
 Una carpeta cuesta 0,70 €, y un cuaderno, 2,10 €.

26 Un comerciante tiene dos clases de aceite: la primera de ellas cuesta 6 €/L, y la segunda, 7,2 €/L. ¿Cuántos litros hay que mezclar de cada clase para obtener 60 L de aceite a 7 €/L?

$$6x + 7,2 \cdot (60 - x) = 60 \cdot 7 \rightarrow 6x + 432 - 7,2x = 420 \rightarrow -1,2x = 420 - 432 \rightarrow x = \frac{-12}{-1,2} = 10$$

Hay que mezclar 10 litros de aceite a 6 € el litro y 50 L de aceite a 7,2 € el litro.

27 Calcula las longitudes de los lados de un triángulo isósceles de 55 cm de perímetro, cuyo lado desigual es 5 cm menor que cada uno de los lados iguales.

$$2x + x - 5 = 55 \rightarrow 3x = 55 + 5 \rightarrow x = \frac{60}{3} = 20$$

Lado desigual: 15 cm; lados iguales: 20 cm

28 Arturo tiene 42 años, y su hijo Luis, 10. ¿Cuántos años deben pasar para que la edad de Arturo sea el triple que la de su hijo?

$$42 + x = 3 \cdot (10 + x) \rightarrow 42 + x = 30 + 3x \rightarrow 42 - 30 = 3x - x \rightarrow 12 = 2x \rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

Tienen que pasar 6 años.

29 Un rectángulo de 18 cm² de área mide 7 cm más de largo que de ancho. Calcula sus dimensiones.

$$x(x+7) = 18 \rightarrow x^2 + 7x - 18 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2} \rightarrow$$

$$x = 2. \text{ La solución negativa no es válida para dimensiones.}$$

Largo = 9 cm
Ancho = 2 cm

30 Calcula el lado de un cuadrado que tiene una superficie de 64 cm².

$$x^2 = 64 \rightarrow x = \pm \sqrt{64} \rightarrow x = 8 \text{ o } x = -8$$

ya que en dimensiones no se puede considerar la solución negativa, el lado del cuadrado mide 8 cm.

SOLUCIONES PÁG. 122

1 Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando el programa Wiris:

a. $x^2 - 4x - 5 = 0$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} \rightarrow x = -1; x = 5;$$

la parábola corta el eje X en dos puntos.

b. $2x^2 + 8x + 8 = 0$

$$2x^2 + 8x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8}}{2 \cdot 2} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{4} \rightarrow x = -2 \text{ (doble);}$$

la parábola corta el eje X en un punto.

c. $x^2 - 5x + 8 = 0$

$$x^2 - 5x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} \rightarrow \text{No tiene solución; la parábola no corta el eje X.}$$

A continuación, obtén la interpretación geométrica de cada solución. ¿En cuántos puntos corta cada una de las parábolas al eje X?

SOLUCIONES PÁG. 123

1 Explica en qué consisten los principios de equivalencia e incorpóralos al mapa conceptual.

Respuesta gráfica.

2 Pon un ejemplo de cada tipo de ecuación y resuélvela.

Respuesta abierta.

3 Indica el número de soluciones que puede tener una ecuación de primer grado con una incógnita de la forma $ax + b = 0$ en función de los valores que tomen a y b.

Las ecuaciones de la forma $ax + b = 0$ son rectas que cortan el eje X en el punto de abscisa $-\frac{b}{a}$.

4 Indica el número de soluciones que puede tener una ecuación de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ en función de los valores que tomen a, b y c.

Las ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ son parábolas que cortan el eje X en el punto de abscisa $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

5 ¿Cómo se resuelve una ecuación de segundo grado sin término independiente?

Sacando x factor común e igualando a cero los productos que resultan.

6 ¿Cómo son los coeficientes de un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones? ¿Y si no tiene solución?

Proporcionales; es decir: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$. En caso de que el sistema no tenga solución, los coeficientes son de la forma: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

7 Prepara una presentación para tus compañeros. Puedes usar PPT, Glogster...

Respuesta abierta.

8 Entra en esta página web y resuelve las ecuaciones de primer grado que se plantean haciendo uso de la balanza que aparece al activar la aplicación; después, resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba los resultados obtenidos con la aplicación que se facilita en la web:

a. $x + 3 = 4x$

$$x - 4x = -3 \rightarrow -3x = -3 \rightarrow x = 1$$

b. $4x + 5 = 5x + 3$

$$4x - 5x = 3 - 5 \rightarrow -x = -2 \rightarrow x = 2$$

c. $3x + 1 = 9 + x$

$$3x - x = 9 - 1 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$$

d. $x + 6 = 2x + 2$

$$x - 2x = 2 - 6 \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4$$

http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/algebra/ecuaciones/balanza_naturales/actividad.html

9 Escribe, en cada caso, una ecuación que cumpla la condición indicada:

Respuesta abierta. Ejemplos de respuestas son:

a. Tiene grado 3 e incógnita x.

$$x^3 + 2x = 0$$

b. Tiene grado 1 e incógnita a.

$$a + 3 = 0$$

c. Tiene grado 2, tres términos e incógnita y.

$$y^2 + 2y - 7 = 0$$

SOLUCIONES PÁG. 124

1 Indica si las siguientes expresiones algebraicas son identidades o ecuaciones:

a. $5x - 15 = 5 \cdot (x - 3)$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable:

$$5x - 15 = 5x - 15$$

b. $x + 10 = 3x + 2$

Ecuación porque sólo se cumple para determinados valores de la variable:

$$x - 3x = 2 - 10 \rightarrow -2x = -8 \rightarrow x = 4$$

c. $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable:

$$x^2 - 10x + 25 = x^2 - 10x + 25$$

d. $7 + 3x = 10 + 3x - 3$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable:

$$7 + 3x = 10 + 3x - 3 \rightarrow 0 = 0$$

e. $9x = 12 + 2x$

Ecuación porque sólo se cumple para determinados valores de la variable:

$$9x - 2x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{7}$$

f. $2y - 4 = 2y$

Ecuación sin solución:

$$0 = 4$$

g. $3 \cdot (2y - 4) = 2 \cdot (3y - 6)$

Identidad porque se cumple para cualquier valor de la variable:

$$6y - 12 = 6y - 12$$

h. $3y = 4 + 2y - 3$

Ecuación porque sólo se cumple para determinados valores de la variable:

$$3y - 2y = 4 - 3 \rightarrow y = 1$$

2 Escribe los siguientes enunciados en forma de ecuación:

a. Un número aumentado en 5 unidades es igual a 7.

$$x + 5 = 7$$

b. La mitad de un número disminuida en 3 unidades es igual a 4.

$$\frac{x}{2} - 3 = 4$$

c. El doble de un número más 3 es igual al triple de dicho número.

$$2x + 3 = 3x$$

d. La suma de dos números consecutivos es 15.

$$x + x + 1 = 15$$

3 Indica si los valores indicados para x son solución de las siguientes ecuaciones:

a. $3x^2 + 2x - 1 = 0$ ($x = -1$)

Sí es solución ya que $3 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 1 = 3 - 2 - 1 = 0$

b. $x^3 + 5x = 0$ ($x = 0$)

Sí es solución ya que $0^3 + 5 \cdot 0 = 0$

c. $x^2 - x = -6$ ($x = 3$)

No es solución ya que $3^2 - 3 = 9 - 3 = 6 \neq -6$

d. $4x + 1 = 6x$ ($x = \frac{1}{2}$)

Sí es solución ya que $4 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 6 \cdot \frac{1}{2}$

4 Observa la balanza y encuentra, en cada caso, un valor de x que cumpla la condición indicada.



a. La balanza se inclina hacia la izquierda.

$x > 1$ porque para cualquier valor de $x > 1$ la balanza ya superaría el valor de $2x$ y las 3 bolas verdes.

b. La balanza se inclina hacia la derecha.

$x < 1$ porque para cualquier valor de $x < 1$ la balanza no supera el valor de $2x$ y las 3 bolas verdes.

c. La balanza se mantiene en equilibrio.

$x = 1$ porque si $5x = 2x + 3 \rightarrow x = 1$

5 Aplica los principios de equivalencia para calcular las soluciones de estas ecuaciones:

a. $2x - 5 = 1$

$$2x - 5 + 5 = 1 + 5 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$$

b. $-\frac{x}{4} = 11$

$$-\frac{x \cdot 4}{4} = 11 \cdot 4 \rightarrow x = -44$$

c. $4 - x = 12$

$$4 - x - 4 = 12 - 4 \rightarrow x = -8$$

d. $3x - 12 = 3$

$$3x - 12 + 12 = 3 + 12 \rightarrow x = 5$$

e. $\frac{x}{4} - 2 = 7$

$$\frac{x}{4} - 2 + 2 = 7 + 2 \rightarrow x = 36$$

f. $-2 = 4 + 3x$

$$-2 - 4 = 4 + 3x - 4 \rightarrow x = -2$$

g. $12 = \frac{4x}{5}$

$$\frac{12 \cdot 5}{4} = \frac{4x \cdot 5}{5 \cdot 4} \rightarrow x = 15$$

h. $x - 4 - 5x = 4$

$$x - 4 - 5x + 4 = 4 + 4 \rightarrow x = -2$$

ECUACIONES DE PRIMER GRADO SENCILLAS

6 Asocia cada una de las siguientes ecuaciones con su solución:

$3x - 4 = 2 + x$	$x = -1$
$x + 3 = 2 + x$	$x = 3$
$5x = 2 + 3x + 6$	Tiene infinitas soluciones.
$5x - 1 = 2 + 5x - 3$	No tiene solución.
$10 = 3 - 3x - 4x$	$x = 4$

$$3x - 4 = 2 + x \rightarrow 3x - x = 2 + 4 \rightarrow x = 3$$

$$x + 3 = 2 + x \rightarrow 0 = -1$$

$$5x = 2 + 3x + 6 \rightarrow 5x - 3x = 8 \rightarrow x = 4$$

$$5x - 1 = 2 + 5x - 3 \rightarrow 0x = 2 - 3 + 1 \rightarrow 0 = 0$$

$$10 = 3 - 3x - 4x \rightarrow 10 - 3 = -7x \rightarrow x = -1$$

7 Resuelve estas ecuaciones de primer grado:

a. $6 + 4x + 3 - 5x = 6x - 11 + 3x$

$4x - 5x - 6x - 3x = -11 - 6 - 3 \rightarrow -10x = -20 \rightarrow x = 2$

b. $5x + 3 = 4x - 5 + x$

$5x - 4x - x = -5 - 3 \rightarrow 0 = -8 \rightarrow$ No tiene solución.

c. $x - 2 + 6x + 7 = 2x + 5 + 5x$

$x + 6x - 2x - 5x = 5 + 2 - 7 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow$ Infinitas soluciones.

d. $2x - 3 + 5x = x - 1 - 2x$

$2x + 5x - x + 2x = -1 + 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}$

e. $4x - 2 = 6x - 2x + 7$

$4x - 6x + 2x = 7 + 2 \rightarrow 0 = 9 \rightarrow$ No tiene solución.

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES**8 Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis:**

a. $2 \cdot (x + 5) = 3 \cdot (1 - 2x) - 9$

$2x + 10 = 3 - 6x - 9 \rightarrow 2x + 6x = 3 - 9 - 10 \rightarrow 8x = -16 \rightarrow x = -2$

b. $4 \cdot (2x - 7) - 3 \cdot (3x + 1) = 2 - (7 - x)$

$8x - 28 - 9x - 3 = 2 - 7 + x \rightarrow 8x - 9x - x = 2 - 7 + 28 + 3 \rightarrow x = -13$

c. $2x + (4x - 7) = 3 \cdot (2x - 5)$

$2x + 4x - 7 = 6x - 15 \rightarrow 2x + 4x - 6x = -15 + 7 \rightarrow 0 = -8 \rightarrow$ No tiene solución.

d. $5 - (3x + 2) = 6 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (3x - 4)$

$5 - 3x - 2 = 6x - 6 - 6x + 8 \rightarrow -3x = -6 + 8 - 5 + 2 \rightarrow -3x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

e. $2 \cdot (x - 5) + (2x - 5) = 5 \cdot (6 - x)$

$2x - 10 + 2x - 5 = 30 - 5x \rightarrow 5x + 2x + 2x = 30 + 10 + 5 \rightarrow x = 5$

f. $4x - 2 \cdot (-5x + 3) = -(3x + 1) + (5 + 7x)$

$4x + 10x - 6 = -3x - 1 + 5 + 7x \rightarrow 4x + 10x + 3x - 7x = -1 + 5 + 6 \rightarrow x = 1$

9 Resuelve estas ecuaciones con denominadores:

a. $\frac{3x}{2} + 20 = x + 25$

$$\frac{3x+40}{2} = x + 25 \rightarrow 3x + 40 = 2x + 50 \rightarrow x = 10$$

b. $\frac{x}{4} + 3 = 2x - \frac{3x}{2}$

$$\frac{x+12}{4} = \frac{4x-3x}{2} \rightarrow 2x + 24 = 16x - 12x \rightarrow x = 12$$

c. $\frac{x}{5} - \frac{2x-1}{6} = \frac{x-3}{2}$

$$\frac{x}{5} - \frac{2x-1}{6} = \frac{x-3}{2} \rightarrow \frac{6x-10x+5}{30} = \frac{15x-45}{30} \rightarrow 6x - 10x - 15x = -45 - 5 \rightarrow x = \frac{50}{19}$$

d. $5 - \frac{x}{3} = \frac{3x-1}{2}$

$$\frac{30-2x}{6} = \frac{9x-3}{6} \rightarrow 30 + 3 = 9x + 2x \rightarrow x = 3$$

e. $\frac{5x-3}{4} + \frac{1}{2} = 2x$

$$\frac{5x-3+2}{4} = \frac{8x}{4} \rightarrow 5x - 8x = 3 - 2 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

f. $\frac{5x}{2} - 5 = \frac{2x-3}{5} + x$

$$\frac{5x-10}{2} = \frac{2x-3+5x}{5} \rightarrow 25x - 50 = 4x - 6 + 10x \rightarrow 25x - 4x - 10x = -6 + 50 \rightarrow x = 4$$

g. $\frac{3x}{5} - \frac{2x-3}{4} = 1$

$$\frac{12x-10x+15}{20} = 1 \rightarrow 12x - 10x = 20 - 15 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

h. $\frac{5x-2}{3} - \frac{x}{4} = x - 1$

$$\frac{20x-8-3x}{12} = x - 1 \rightarrow 20x - 3x - 12x = -12 + 8 \rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

i. $2x - \frac{3x}{2} = 1 - \frac{2-x}{5}$

$$\frac{4x-3x}{2} = \frac{5-2+x}{5} \rightarrow 20x - 15x = 10 - 4 + 2x \rightarrow 20x - 15x - 2x = 6 \rightarrow x = 2$$

j. $\frac{3x-1}{2} + 2 = x + \frac{x+2}{4}$

$$\frac{3x-1+4}{2} = \frac{4x+x+2}{4} \rightarrow 12x - 4 + 16 = 8x + 2x + 4 \rightarrow 12x - 8x - 2x = 4 + 4 - 16 \rightarrow x = -4$$

SOLUCIONES PÁG. 125

10 Halla el valor de x en las ecuaciones con paréntesis y denominadores. Después, comprueba los resultados que has obtenido con la aplicación Wiris.

$$\text{a. } 2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \cdot (x - 3)$$

$$\frac{4x-5}{2} = \frac{x-3}{2} \rightarrow 4x - 5 = x - 3 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\text{b. } 1 - \frac{3}{7} \cdot (x + 1) = \frac{2x}{3} - \frac{1}{7}$$

$$\frac{21-9x-9}{21} = \frac{14x-3}{21} \rightarrow 21 - 9 + 3 = 14x + 9x \rightarrow x = \frac{15}{23}$$

$$\text{c. } x - \frac{3x}{4} = \frac{1}{3} \cdot (2x - 1) + \frac{x}{6}$$

$$\frac{12x-9x}{12} = \frac{8x-4}{12} + \frac{2x}{12} \rightarrow 3x - 8x - 2x = -4 \rightarrow x = \frac{4}{7}$$

$$\text{d. } 1 - \frac{3x}{8} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot (x - 2)$$

$$\frac{8-3x}{8} = \frac{6}{8} - \frac{4x-8}{8} \rightarrow -3x + 4x = -8 + 6 + 8 \rightarrow x = 6$$

$$\text{e. } x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \cdot (2x - 5)$$

$$\frac{6x-2}{3} = \frac{2x-5}{6} \rightarrow 6x - 2x = -5 + 2 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

$$\text{f. } \frac{5}{6} \cdot (2x - 1) - x = \frac{x}{6}$$

$$\frac{10x-5-6x}{6} = \frac{x}{6} \rightarrow 3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

11 Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis y denominadores:

$$\text{a. } 1 - \frac{3x}{4} = 2x - 3 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{4-3x}{4} = \frac{8x-12x+6}{4} \rightarrow 4-6 = 8x-12x+3x \rightarrow x = 2$$

$$\text{b. } 3x - \frac{x-2}{2} = 2 \cdot \left(2 + \frac{x}{4}\right)$$

$$\frac{6x-x+2}{2} = \frac{16+2x}{4} \rightarrow 24x-4x+8 = 32+4x \rightarrow 16x = 24 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\text{c. } 5 \cdot \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{10}\right) = 3x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{5x}{4} - \frac{5}{10} = \frac{6x-1}{2} \rightarrow \frac{25x-10}{20} = \frac{60x-10}{20} \rightarrow 25x-60x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$\text{d. } \frac{x}{5} - 1 = 2 \cdot \left(x - \frac{4}{5}\right)$$

$$\frac{x-5}{5} = \frac{10x-8}{5} \rightarrow x-10x = -8+5 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\text{e. } \frac{1}{5} \cdot (2 + 5x) = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{2}{5} + x = \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{10}\right) \rightarrow \frac{4+10x}{10} = \frac{5x-1}{10} \rightarrow 5x = -5 \rightarrow x = -1$$

$$\text{f. } \frac{2x}{3} - 4 \cdot \left(\frac{x}{5} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{15}$$

$$\frac{2x}{3} - \frac{4x}{5} + \frac{4}{6} = \frac{1}{15} \rightarrow \frac{20x-24x+20}{30} = \frac{2}{15} \rightarrow 20x-24x+20 = 4 \rightarrow -4x = -16 \rightarrow x = \frac{9}{2}$$

12 ¿Cuál debe ser el valor de a para que la ecuación $5 \cdot (x - 2) - (x - 5) + a = 0$ tenga por solución $x = 3$.

$$5 \cdot (3 - 2) - (3 - 5) + a = 5 + 2 + a = 7 + a = 0 \Rightarrow a = -7$$

13 Calcula el valor que debe tener a para que la ecuación $\frac{2x+a}{3} - 3 \cdot (2x - 1) = 5$ tenga por solución $x = -1$.

$$\frac{2 \cdot (-1) + a}{3} - 3 \cdot [2 \cdot (-1) - 1] = 5 \Rightarrow \frac{-2+a}{3} + 9 = 5 \Rightarrow -2+a = -12 \Rightarrow a = -10$$

14 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones incompletas:

a. $x^2 - 5x = 0$

$x(x - 5) = 0 \rightarrow x = 0, x = 5$

b. $2x^2 = 50$

$x = \sqrt{25} \rightarrow x = 5, x = -5$

c. $8x^2 = 6x^2 + 32$

$x = \sqrt{16} \rightarrow x = 4, x = -4$

d. $4x^2 + 12x = 0$

$x(4x + 12) = 0 \rightarrow x = 0, x = -3$

e. $5x^2 + 35 = 8 + 2x^2$

$3x^2 + 27 = 0 \rightarrow$ No tiene solución.

f. $x^2 - 1 = 4 - \frac{x^2}{4}$

$\frac{5}{4}x^2 = 5 \rightarrow x = 2, x = -2$

g. $3x^2 + 7 = 4$

$x^2 = -1 \rightarrow$ No tiene solución.

h. $5x^2 = 15x$

$x(5x - 15) = 0 \rightarrow x = 0, x = 3$

15 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

a. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{4} \rightarrow x = \frac{3}{2}, x = 1$$

b. $3x^2 - 7x + 5 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm \sqrt{-11}}{6} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

c. $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow x = 3, x = 2$$

d. $x^2 + 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} \rightarrow x = 1, x = -4$$

e. $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} \rightarrow x = 5, x = -2$$

f. $9x^2 - 6x + 1 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{18} \rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ (doble)}$$

g. $4x^2 - 11x - 3 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{2 \cdot 4} = \frac{11 \pm \sqrt{169}}{8} \rightarrow x = 3, x = -\frac{1}{4}$$

h. $6x^2 + 5x - 1 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{12} \rightarrow x = \frac{1}{6}, x = -1$$

i. $x^2 - x + \frac{2}{9} = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{1}{9}}}{2} \rightarrow x = \frac{2}{3}, x = \frac{1}{3}$$

j. $10x^2 - 19x + 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{19 \pm \sqrt{(-19)^2 - 4 \cdot 10 \cdot (6)}}{2 \cdot 10} = \frac{19 \pm \sqrt{121}}{20} \rightarrow x = \frac{3}{2}, x = \frac{2}{5}$$

16 Halla las soluciones de estas ecuaciones:

a. $3x^2 - 3 - x = 2x^2 - x$

$$x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$$

b. $\frac{7x^2}{6} + x = x^2 - \frac{4}{3}$

$$\frac{1x^2}{6} + x + \frac{4}{3} = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1/9}}{2/6} \rightarrow x = -2, x = -4$$

c. $3x \cdot (x - 2) + 4 = x \cdot (2x - 1)$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} \rightarrow x = 4, x = 1$$

d. $2x \cdot (4x + 1) + 5 = 7 \cdot (1 - x^2)$

$$15x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{124}}{30} \rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{31}}{15}; x = \frac{-1 - \sqrt{31}}{15}$$

e. $(2x + 1) \cdot (x - 5) = 0$

$$2x^2 - 9x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{4} \rightarrow x = -\frac{1}{2}, x = 5$$

17 Halla mentalmente las soluciones de las ecuaciones propuestas:

a. $(x - 5) \cdot (x - 1) = 0$

$$x = 5, x = 1$$

b. $(x + 3) \cdot (2x - 1) = 0$

$$x = -3, x = \frac{1}{2}$$

c. $(3x - 7) \cdot (5x - 2) = 0$

$$x = \frac{7}{3}, x = \frac{2}{5}$$

d. $x \cdot (x - 3) = 0$

$$x = 0, x = 3$$

e. $x \cdot (2x + 3) = 0$

$$x = 0, x = -\frac{3}{2}$$

f. $(x - 3) \cdot (2x + 1) = 0$

$$x = 3, x = -\frac{1}{2}$$

18 Relaciona en tu cuaderno cada ecuación con su solución.

$x^2 - 4x + 4 = 0$	$x = 3 \vee x = 4$
$x^2 - 7x + 12 = 0$	$x = -2$ (doble)
$2x^2 + 3x + 5 = 0$	$x = 1 \vee x = -5$
$x^2 + 6x + 9 = 0$	No tiene solución.
$x^2 + 4x - 5 = 0$	$x = 3$ (doble)

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (12)}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow x = 4, x = 3$$

$$2x^2 + 3x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (5)}}{2 \cdot 2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (9)}}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} \rightarrow x = -5, x = 1$$

19 Indica el número de soluciones de las siguientes ecuaciones sin resolverlas. Después, dibuja las parábolas correspondientes con Wiris e interpreta los resultados que has obtenido.

a. $3x^2 - 5x - 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 25 + 12 = 37 > 0 \Rightarrow \text{Dos soluciones.}$$

b. $x^2 - 3x + 8 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 9 - 32 = -23 < 0 \Rightarrow \text{No tiene solución.}$$

c. $-2x^2 - x + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 1 + 8 = 9 > 0 \Rightarrow \text{Dos soluciones.}$$

d. $5x^2 - 3x + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 9 - 20 = -11 < 0 \Rightarrow \text{No tiene solución.}$$

e. $x^2 - 4x + 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0 \Rightarrow \text{Solución única (doble).}$$

f. $-x^2 + 6x - 9 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9) = 36 - 36 = 0 \Rightarrow \text{Solución única (doble).}$$

20 Actividad resuelta.

SOLUCIONES PÁG. 126

21 Halla, en cada caso, una ecuación de segundo grado que tenga la solución indicada.

a. $x = 1$ y $x = -3$

$$(x-1) \cdot (x+3) = x^2 + 2x - 3$$

b. $x = 4$ (solución doble)

$$(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

c. $x = -2$ y $x = -5$

$$(x+2) \cdot (x+5) = x^2 + 7x + 10$$

d. $x = -3$ y $x = 6$

$$(x+3) \cdot (x-6) = x^2 - 3x - 18$$

e. $x = -\frac{1}{5}$ y $x = \frac{1}{3}$

$$\left(x + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{2}{15}x - \frac{1}{15}$$

f. $x = -3$ y $x = 3$

$$(x+3) \cdot (x-3) = x^2 - 9$$

22 Actividad resuelta.

23 Calcula cuáles son los valores de m para que la ecuación $4x^2 - 2mx + 1 = 0$ tenga una única solución (doble) y halla dicha solución.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 4m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = 2, m = -2$$

24 Determina los valores de m para que la ecuación $2x^2 + 4x + m = 0$ tenga una única solución (doble) y halla dicha solución.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot m = 16 - 8m = 0 \Rightarrow m = \frac{16}{8} \Rightarrow m = 2$$

25 Calcula los valores de c para los que una de las soluciones de la ecuación $3x^2 - 2x + c = 0$ es $x = 2$.

$$3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = -8$$

26 Completa la ecuación $x^2 + 2x + c = 0$ para que tenga dos soluciones distintas.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot c = 4 - 4c > 0 \Rightarrow c > 1$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES

27 Laura, Irene, María y Nuria están echando una partida a un juego en red. En una de las rondas han sumado entre las cuatro amigas 1 280 puntos. Si Irene ha conseguido 310 puntos más que María, Nuria 90 más que Irene, y Laura el doble que María, ¿cuántos puntos ha obtenido cada una?

$$\text{Laura} = 2x$$

$$\text{Irene} = x + 310$$

$$\text{María} = x$$

$$\text{Nuria} = x + 400$$

$$2x + x + 310 + x + x + 400 = 1\,280 \rightarrow 5x = 1\,280 - 400 - 310 \rightarrow 5x = 570 \rightarrow x = 114$$

Laura obtiene 228 puntos; Irene, 424; María, 114, y Nuria, 514.

28 Un faro tiene $\frac{1}{5}$ de su altura bajo tierra; $\frac{3}{10}$ del resto se encuentran sumergidos en el agua, y la parte emergente mide 28 m. Halla la altura del faro.

$$\frac{1}{5}x + \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{5}x\right) + 28 = x \rightarrow \frac{1}{5}x + \frac{12}{50}x + 28 \rightarrow \frac{10x + 12x - 50x}{50} = -28 \rightarrow 22x - 50x = -1\,400$$

$$-28x = -1\,400 \rightarrow x = 50$$

La longitud total del faro es de 50 m.

29 Tres amigos se reparten los 1 800 € que han ganado en un sorteo de lotería. Si el primero jugó el doble que el segundo, y el tercero, el triple que el primero, ¿cuánto dinero le corresponde a cada uno de ellos?

$$\text{Primero} = 2x$$

$$\text{Segundo} = x$$

$$\text{Tercero} = 6x$$

$$2x + x + 6x = 1\,800 \rightarrow x = \frac{1\,800}{9} = 200$$

Al primero le corresponden 400 €; al segundo, 200 €, y al tercero, 1 200 €.

30 Marta, Sergio y Luis han comprado un regalo valorado en 90 €. Marta ha aportado 10 € más que Sergio, y Luis, el doble de dinero que Marta. ¿Cuánto dinero ha puesto cada uno de ellos?

$$\text{Marta} = x + 10$$

$$\text{Sergio} = x$$

$$\text{Luis} = 2(x + 10)$$

$$x + 10 + x + 2(x + 10) = 90 \rightarrow 2x + 10 + 2x + 20 = 90 \rightarrow 4x + 30 = 90 \rightarrow 4x = 60 \rightarrow$$

$$x = 15$$

Marta aporta 25 €; Sergio, 15 €, y Luis, 50 €.

31 Un senderista ha recorrido una ruta durante 3 días. El primer día ha cubierto $\frac{1}{3}$ del camino; el segundo día, $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba, y el tercer día, 12 km, completando así su ruta. ¿Cuántos kilómetros tenía en total la ruta recorrida por el senderista?

$$\frac{1}{3}x + \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}x\right) + 12 = x \rightarrow \frac{1}{3}x + \frac{6}{12}x + 12 = x \rightarrow \frac{1}{3}x + \frac{6}{12}x - x = -12 \rightarrow \frac{4+6-12}{12}x = -12$$

$$\frac{-2}{12}x = -12 \rightarrow x = \frac{-144}{2} = 72$$

El recorrido tenía 72 kilómetros en total.

32 Calcula las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que su área es de 100 m² y que la altura mide 15 m menos que la base.

$$x(x-15) = 100 \rightarrow x^2 - 15x - 100 = 0 \rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 + 400}}{2} = \frac{15 + 25}{2} = 20$$

Base = 20 m

Altura = 5 m

33 Teresa tiene 5 años más que su hermana Elena. Calcula la edad de las dos hermanas, sabiendo que el producto de sus edades es 266.

Teresa = $x + 5$

Elena = x

$$x(x+5) = 266 \rightarrow x^2 + 5x - 266 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1064}}{2} = \frac{-5 + 33}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

Elena tiene 14 años, y Teresa, 19 años.

34 Actividad resuelta.

35 Un depósito de agua tarda 4 h en llenarse con dos grifos. Si solo se abre el primer grifo, el depósito necesita 6 h para llenarse. Calcula cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito si se abre solo el segundo grifo.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2x}{12x} + \frac{12}{12x} = \frac{3x}{12x} \Rightarrow 2x + 12 = 3x \rightarrow x = 12$$

El segundo grifo tarda 12 h en llenar el depósito.

SOLUCIONES PÁG. 127

36 Una piscina se llena en 2 h mediante la acción de una bomba y se vacía en 3 h cuando se abre el desagüe. ¿Cuánto tardaría en llenarse la piscina si se activa la bomba y se deja abierto el desagüe?

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3x}{6x} - \frac{2x}{6x} = \frac{6}{6x} \Rightarrow 3x - 2x = 6 \Rightarrow x = 6$$

Tarda 6 h en llenarse.

37 Álvaro compró un regalo que le costó un tercio de sus ahorros. Después, su madre le dio 10 € y Álvaro compró una entrada para el cine por la que pagó la quinta parte del dinero que le quedaba. Si al final le sobraron dos tercios de sus ahorros iniciales, ¿cuánto dinero tenía ahorrado?

$$x - \frac{1}{3}x + 10 - \frac{1}{5}\left(\frac{2}{3}x + 10\right) = \frac{2}{3}x \rightarrow x - \frac{1}{3}x + 10 - \frac{2}{15}x - 2 = \frac{2}{3}x$$

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{15}x - \frac{2}{3}x = 2 - 10 \rightarrow \frac{15x - 5x - 2x - 10}{15} = -8 \rightarrow -8x = -120 \rightarrow x = 60$$

Inicialmente, Álvaro tenía 60 €.

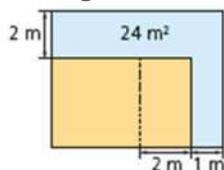
38 Para vallar una finca rectangular de 750 m² de superficie, se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

$$x(55 - x) = 750 \rightarrow 55x - x^2 = 750 \rightarrow -x^2 + 55x - 750 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$\frac{-55 \pm \sqrt{(55)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (750)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-55 \pm \sqrt{3025 - 3000}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-55 \pm 5}{-2} \rightarrow x = 25, x = 30$$

La finca mide 30 m de largo y 25 m de ancho.

39 La base de un rectángulo es 2 m mayor que la altura. Si se aumenta 1 m la base y 2 m la altura, resulta otro rectángulo cuya área es 24 m² mayor que la del rectángulo inicial. Calcula las dimensiones del rectángulo inicial.



$$x = \text{altura}$$

$$x + 2 = \text{base}$$

$$(x + 2 + 1) \cdot (x + 2) = x(x + 2) + 24 \rightarrow x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 2x + 24 = 0$$

$$x^2 + 2x + 3x + 6 - x^2 - 2x - 24 \rightarrow 3x = 24 - 6 \rightarrow x = 6$$

Las dimensiones del campo son: 8 m de base y 6 m de altura.

40 Determina las dimensiones de un triángulo rectángulo cuyos lados vienen expresados por tres números naturales consecutivos.

$$x = \text{longitud cateto}$$

$$x + 1 = \text{longitud cateto}$$

$$x + 2 = \text{longitud hipotenusa}$$

$$\text{Utilizando el teorema de Pitágoras, } x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \rightarrow x = 3, x = -1$$

Se obtienen las soluciones 3 y -1, pero al tratarse de longitudes, solo tiene sentido la solución positiva.

Los catetos miden 3 cm y 4 cm, y la hipotenusa, 5 cm.

41 Halla los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que su hipotenusa mide 20 cm y su perímetro 48 cm.

x = longitud de un cateto

$28 - x$ = longitud del otro cateto

$$x^2 + (28 - x)^2 = 20^2 \rightarrow 2x^2 - 56x + 384 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{56 \pm \sqrt{(-56)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (384)}}{2 \cdot 2} = \frac{56 \pm \sqrt{64}}{4} = \frac{56 \pm 8}{4} \rightarrow x = 16, x = 12$$

Los catetos miden 16 cm y 12 cm.

42 Claudia ha comprado un libro de texto y una carpeta en una papelería. El libro de texto le ha costado una tercera parte de lo que tenía ahorrado, y la carpeta, dos terceras partes de lo que le quedaba tras la compra del libro. Al salir de la papelería, Claudia repara en que tiene 12 €. ¿Con cuánto dinero fue Claudia a la papelería?

x = dinero que tenía Claudia

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x\right) = 12 \rightarrow x - \frac{1}{3}x - \frac{4}{9}x = 12 \rightarrow \frac{9x - 3x - 4x}{9} = 12 \rightarrow \frac{2}{9}x = 12 \rightarrow 2x = 108$$

$$x = 54$$

Claudia tenía 54 €.

43 Un número está formado por dos cifras consecutivas, de manera que la cifra mayor ocupa la posición de las decenas, y la menor, la de las unidades. Halla dicho número, sabiendo que es igual a 6 veces la suma de sus cifras.

$x + 1$ = cifra de las decenas

x = cifra de las unidades

$$6 \cdot (x + 1 + x) = 10 \cdot (x + 1) + x \rightarrow 6x + 6 + 6x = 10x + 10 + x \rightarrow 12x + 6 = 11x + 10$$

$$x = 4$$

El número buscado es el 54.

44 Encuentra dos números tales que el primero sea 12 unidades mayor que el segundo y que, al restar 3 unidades a cada uno de ellos, el primero sea el doble del segundo.

$x + 12$ = número mayor

x = número menor

$$x + 9 = 2 \cdot (x - 3) \rightarrow x + 9 = 2x - 6 \rightarrow 15 = x$$

Los números son 15 y 27.

45 Andrea tiene 30 años y dentro de 2 años tendrá 8 veces la edad de su hija. ¿Qué edad tiene su hija en la actualidad?

x = edad de la hija

$$8 \cdot (x + 2) = 30 + 2 \rightarrow 8x + 16 = 32 \rightarrow x = \frac{16}{8} = 2$$

La hija de Andrea tiene 2 años.

Evaluación

1 ¿Cuál de estas expresiones es una ecuación?

- a. $2x - 6 = 2 \cdot (x - 3)$
- b. $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$
- c. $5x + 3 = 3 \cdot (x + 1)$
- d. $4x - 2 = x - 2 + 3x$

La c es la ecuación porque solo se cumple para determinados valores de la variable:
 $5x + 3 = 3 \cdot (x + 1) \rightarrow 5x + 3 = 3x + 3 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$

2 La ecuación $5x - 6 = 3 \cdot (x - 1) + 5$ tiene por solución:

- a. $x = 4$
- b. $x = 0$
- c. No tiene solución.
- d. Tiene infinitas soluciones.

La opción es la a, porque si sustituimos el 4 en la expresión se cumple la igualdad:
 $(5 \cdot 4) - 6 = 3 \cdot (4 - 1) + 5 \rightarrow 20 - 6 = 12 - 3 + 5 \rightarrow 14 = 14$

3 La ecuación $\frac{x+3}{2} - x = \frac{4}{3}$ tiene por solución:

- a. $x = \frac{1}{3}$
- b. $x = -\frac{1}{3}$
- c. No tiene solución.
- d. Tiene infinitas soluciones.

La opción es la a, porque si sustituimos $x = \frac{1}{3}$ en la ecuación se cumple la igualdad:

$$\frac{\frac{1}{3} + 3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{\frac{1+9}{3}}{2} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{\frac{10}{3}}{2} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{10}{6} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{10-2}{6} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

4 La ecuación $2x^2 + 8x = 0$ tiene por soluciones:

- a. $x = 0$ y $x = -4$
- b. $x = 0$ y $x = 84$
- c. No tiene solución.
- d. Tiene una solución doble.

La opción es la a, porque $2x^2 + 8x = 0 \rightarrow x(2x + 8) = 0 \rightarrow x = 0$ ó $2x + 8 = 0 \rightarrow x = -4$

5 La ecuación $x^2 + 4x + 5 = 0$ tiene por soluciones:

- a. $x = 2$ y $x = -1$
- b. $x = -1$ y $x = -3$
- c. No tiene solución.
- d. Tiene una solución doble.

La opción es la c ya que no tiene solución al ser la raíz negativa:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

6 Los valores $x = 3$, $x = -1$ son las soluciones de la ecuación:

- a. $x^2 + 2x - 3 = 0$
- b. $x^2 + 2x + 3 = 0$
- c. $x^2 - 2x + 3 = 0$
- d. $x^2 - 2x - 3 = 0$

La opción es la d, porque al sustituir los valores se cumple la igualdad:

$$3^2 - 2 \cdot 3 - 3 = 0 \rightarrow 9 - 6 - 3 = 0$$

$$(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 = 0 \rightarrow 1 + 2 - 3 = 0$$

7 La ecuación $4x^2 + mx + 1 = 0$ tiene una solución doble para el valor:

- a. $m = 0$
- b. $m = 4$
- c. $m = 1$
- d. $m = -1$

La opción es la b porque al sustituirlo en el discriminante el resultado es 0:
 $b^2 - 4ac = 0 \rightarrow 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$

8 Un café cuesta 20 cts. más que una infusión. Lucía y sus amigas han tomado 4 cafés y dos infusiones y han pagado 8 €. Los precios del café y la infusión son:

- a. 1,50 € el café y 1,10 € la infusión.
- b. 1,40 € el café y 1,20 € la infusión.
- c. 1,25 € cada uno.
- d. 1,20 € el café y 1,60 € la infusión.

La opción es la b porque si tomamos x como el precio de la infusión:

$$4 \cdot (x + 0,20) + 2x = 8 \rightarrow 4x + 0,8 + 2x = 8 \rightarrow 6x = 8 - 0,8 \rightarrow x = 1,2$$