Unidad 2. Operaciones con números racionales

SOLUCIONES PÁG. 41

1 Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado cuando sea posible:

a.
$$\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{10}{30} - \frac{12}{30} - \frac{5}{30} + \frac{2}{30} = -\frac{5}{30} = -\frac{5 : 5}{30 : 5} = -\frac{1}{6}$$

b.
$$-\left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{5}{8} + \left(-\frac{3}{10}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{32}{40} - \frac{25}{40} - \frac{12}{40} + \frac{20}{40} = \frac{15}{40} = \frac{15}{40} = \frac{15}{8} = \frac{3}{8}$$

c.
$$-\frac{5}{12} - \left(-\frac{5}{6}\right) + \frac{5}{3} - \frac{5}{18} = -\frac{15}{36} + \frac{30}{36} + \frac{60}{36} - \frac{10}{36} = \frac{65}{36}$$

d.
$$-\frac{1}{7} - \left(-\frac{9}{14}\right) - \frac{2}{5} + 1 = -\frac{10}{70} + \frac{45}{70} - \frac{28}{70} + \frac{70}{70} = \frac{77}{70} = \frac{77}{70} : \frac{7}{70} : \frac{11}{70} = \frac{11}{70$$

2 Realiza primero las operaciones entre paréntesis y halla el valor de cada expresión.

a.
$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} - 1\right) = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{4}\right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$$

b.
$$1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 1 - \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) - \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{12}\right) - \left(\frac{3}{12} + \frac{2}{12}\right) = 1 - \left(\frac{3}{12} - \frac{2}{12}\right) - \left(\frac{3}{12$$

$$=1-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{5}{12}=\frac{12}{12}-\frac{2}{12}-\frac{1}{12}-\frac{5}{12}=\frac{4}{12}=\frac{4:4}{12:4}=\frac{1}{3}$$

c.
$$\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{8} - 1 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{10}\right) = \frac{2}{5} - \left(\frac{1}{8} - \frac{8}{8} - \frac{2}{8}\right) - \left(\frac{15}{10} - \frac{1}{10}\right) = \frac{2}{5} + \frac{9}{8} - \frac{14}{10} = \frac{2}{5} + \frac{9}{10} + \frac{14}{10} = \frac{2}{10} + \frac{14}{10} = \frac{2}{5} + \frac{14}$$

$$= \frac{16}{40} + \frac{45}{40} - \frac{56}{40} = \frac{5}{40} = \frac{5:5}{40:5} = \frac{1}{8}$$

d.
$$\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{3}{8}\right) = \frac{2}{5} - \left(\frac{4}{12} + \frac{2}{12} - \frac{3}{12}\right) + \left(\frac{8}{80} - \frac{30}{80}\right) = \frac{2}{5} - \frac{3}{12} - \frac{22}{80} = \frac{2}{5} - \frac{3}{12} - \frac{3}{12$$

$$=\frac{96}{240} - \frac{60}{240} - \frac{66}{240} = -\frac{30}{240} = -\frac{30 : 30}{240 : 30} = -\frac{1}{8}$$

e.
$$-\left(\frac{1}{3} - 1 + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) = -\left(\frac{5}{15} - \frac{15}{15} + \frac{6}{15}\right) - \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) = -\left(-\frac{4}{15}\right) - \frac{5}{12} = -\left(-\frac{4}{15}\right) - \frac{$$

$$=\frac{16}{60} - \frac{25}{60} = -\frac{9}{60} = -\frac{9}{60} : 3 = -\frac{3}{20}$$

- 3 Actividad resuelta.
- 4 Calcula y simplifica.

a.
$$\frac{2}{3} - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} - 1 \right) + \frac{3}{4} \right] + \frac{1}{10} = \frac{40}{60} - \left[\frac{30}{60} - \left(\frac{36}{60} - \frac{60}{60} \right) + \frac{45}{60} \right] + \frac{6}{60} = \frac{40}{60} - \left(\frac{30}{60} + \frac{24}{60} + \frac{45}{60} \right) + \frac{6}{60} = \frac{40}{60} - \frac{99}{60} + \frac{6}{60} = -\frac{53}{60}$$

$$b.-1 - \left[\left(\frac{7}{5} - 2 \right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{10} \right) + \frac{7}{6} \right] + \frac{2}{15} =$$

$$= -\frac{30}{30} - \left[\left(\frac{42}{30} - \frac{60}{30} \right) + \left(\frac{20}{30} - \frac{21}{30} \right) + \frac{35}{30} \right] + \frac{4}{30} = -\frac{30}{30} - \frac{18}{30} - \frac{1}{30} - \frac{35}{30} + \frac{4}{30} =$$

$$= -\frac{30}{30} - \frac{16}{30} + \frac{4}{30} = -\frac{42}{30} = -\frac{42}{30} = -\frac{7}{5}$$

c.
$$\left[1+\left(\frac{1}{2}-1\right)-\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{14}\right)\right]+\left(\frac{2}{3}-1\right)=\left[\frac{42}{42}+\left(\frac{21}{42}-\frac{42}{42}\right)-\left(\frac{6}{42}-\frac{3}{42}\right)\right]+\left(\frac{28}{42}-\frac{42}{42}\right)=$$

$$=\left[\frac{42}{42}-\frac{21}{42}-\frac{3}{42}\right]-\frac{14}{42}=\frac{18}{42}-\frac{14}{42}=\frac{4}{42}=\frac{4}{42}=\frac{2}{42}=\frac{2}{21}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{d.} - \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5} \right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) \right] - \left[\left(2 - \frac{2}{3} \right) - \frac{3}{4} \right] &= \\
&= - \left[\left(\frac{30}{60} + \frac{36}{60} \right) - \left(\frac{40}{60} + \frac{30}{60} \right) \right] - \left[\left(\frac{120}{60} - \frac{40}{60} \right) - \frac{45}{60} \right] &= - \left(\frac{66}{60} - \frac{70}{60} \right) - \left(\frac{80}{60} - \frac{45}{60} \right) \\
&= \frac{4}{60} - \frac{35}{60} = -\frac{31}{60}
\end{aligned}$$

- 5 Resuelve las siguientes cuestiones:
 - a. ¿Qué fracción hay que sumar a $\frac{2}{3}$ para obtener la unidad?

Hay que sumar $\frac{1}{3}$ porque es lo que falta a $\frac{2}{3}$ para obtener $\frac{3}{3}$ = 1. Es decir, $\frac{1}{3}$ = 1 - $\frac{2}{3}$.

b. Describe un procedimiento que permita averiguar la fracción que hay que sumar a $\frac{a}{h}$ a fin de obtener la unidad.

Se obtiene realizando la resta $1 - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b}$.

c. ¿Se puede aplicar el procedimiento que has descrito en el apartado anterior a la fracción $\frac{7}{3}$?

Sí, es posible mediante la resta
$$1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3}$$
, ya que $\frac{7}{3} + \left(-\frac{4}{3}\right) = 1$.

- 6 Actividad resuelta.
- 7 Álvaro ha gastado la mitad de su paga en discos y la cuarta parte en libros, y ha guardado el resto en la hucha. ¿Qué fracción de su paga ha ahorrado?

Se calcula lo que ha gastado:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Para averiguar lo que ha ahorrado, a la unidad se le resta lo que ha gastado:

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Álvaro ha ahorrado $\frac{1}{4}$ de su paga.

8 Celia dedica tres cuartas partes de su tiempo libre a leer y tres décimas partes a hacer deporte. ¿En cuánto supera la fracción de tiempo libre que dedica a leer a la que emplea en hacer deporte?

Se reducen a común denominador para poder comparar las fracciones:

- A leer: $\frac{3}{4} = \frac{30}{40}$
- A hacer deporte: $\frac{3}{10} = \frac{12}{40}$

$$\frac{30}{40} - \frac{12}{40} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$$

La fracción de tiempo que dedica a leer supera en $\frac{9}{20}$ a la fracción de tiempo que emplea en hacer deporte.

9 Realiza las siguientes operaciones y simplifica los resultados:

a.
$$-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) = \frac{12}{15} = \frac{12}{15} = \frac{3}{15} = \frac{4}{5}$$

b.
$$5 \cdot \left(-\frac{3}{25}\right) = -\frac{15}{25} = -\frac{15}{25} : \frac{15}{5} = -\frac{3}{5}$$

c.
$$\frac{7}{12} \cdot (-6) = -\frac{42}{12} = -\frac{42 : 6}{12 : 6} = -\frac{7}{2}$$

$$\mathbf{d.} \left(-\frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{9}$$

e.
$$\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{7} = \frac{24}{63} = \frac{24 : 3}{63 : 3} = \frac{8}{21}$$

f.
$$\left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{35}{6}$$

10 Calcula y simplifica.

a.
$$\frac{1}{3}$$
: $\frac{5}{6} = \frac{6}{15} = \frac{6}{15} = \frac{3}{15} = \frac{2}{5}$

b.
$$\frac{14}{3}$$
: $7 = \frac{14}{21} = \frac{14}{21} : \frac{7}{21} = \frac{2}{3}$

c.
$$-\frac{2}{9}:\left(-\frac{4}{21}\right)=\frac{42}{36}=\frac{42}{36}:\frac{6}{6}=\frac{7}{6}$$

d.
$$(-2)$$
: $\frac{4}{9} = -\frac{18}{4} = -\frac{18}{4} : \frac{2}{12} = -\frac{9}{2}$

e.
$$\left(-\frac{1}{11}\right)$$
: $\left(-4\right) = \frac{1}{44}$

f.
$$\frac{5}{4}$$
: $\left(-\frac{5}{8}\right) = -\frac{40}{20} = -2$

11 Actividad resuelta.

12 Simplifica antes de efectuar las operaciones y calcula.

$$\mathbf{a.} \ \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{7}} \cdot \left(-\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{5}} \right) = \frac{4}{\cancel{7}} \cdot \left(-\frac{\cancel{7}}{5} \right) = -\frac{4}{5}$$

b.
$$\frac{1}{15} \cdot \frac{5}{2} = \frac{\cancel{5}}{3 \cdot \cancel{5} \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

c.
$$\left(-\frac{7}{8}\right)$$
: $\frac{1}{4} = -\frac{7 \cdot \cancel{A}}{\cancel{A} \cdot 2} = -\frac{7}{2}$

d.
$$\frac{5}{12}$$
: $\frac{1}{6} = \frac{5 \cdot \cancel{6}}{2 \cdot \cancel{6}} = \frac{5}{2}$

e.
$$\frac{30}{21} \cdot \frac{77}{10} = \frac{3.10.7.11}{7.3.10} = 11$$

f.
$$\frac{2}{25} \cdot \left(-\frac{15}{4} \right) = -\frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 5 \cdot \cancel{2} \cdot 2} = -\frac{3}{10}$$

$$g. \left(-\frac{27}{20}\right) \cdot \left(-\frac{16}{45}\right) = -\frac{\cancel{3}\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{5 \cdot \cancel{2}\cancel{2} \cdot \cancel{3}\cancel{3} \cdot 5} = \frac{12}{25}$$

h.
$$\frac{22}{15} : \frac{11}{6} = \frac{2 \cdot \cancel{1} \cdot 2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{1}} = \frac{4}{5}$$

i.
$$\frac{6}{5}$$
: $\frac{3}{20} = \frac{2 \cdot \cancel{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot \cancel{5}} = 8$

j.
$$\frac{6}{4} : \frac{63}{35} = \frac{3}{2} : \frac{9}{5} = \frac{\cancel{3} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \frac{5}{6}$$

13 Actividad resuelta.

14 Simplifica antes de efectuar las operaciones y calcula.

a.
$$\left(-\frac{3}{8}\right)$$
: $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)$: $\left(-2\right)\right]$ = $\left(-\frac{3}{8}\right)$: $\frac{1}{4}$ = $-\frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}$ = $-\frac{3}{2}$

b.
$$\left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{10}{6} = -\frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$$

c.
$$-\frac{7}{11} \cdot \left[\frac{22}{27} \cdot \left(-\frac{9}{8} \right) \right] = \frac{7}{\cancel{1}} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \frac{7}{12}$$

$$\mathbf{d.} \left(\frac{18}{25} : \frac{25}{12} \right) \cdot \left(-\frac{10}{4} \right) = -\frac{18}{25} \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{10}{4} = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cancel{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cancel{2} \cancel{2}} = -\frac{108}{125}$$

e.
$$-\frac{5}{6}:\left(-\frac{10}{3}:\frac{7}{4}\right) = \frac{5}{6}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{4} = \frac{5\cancel{3}\cdot7}{2\cancel{3}\cdot2\cancel{5}\cdot2\cancel{5}\cdot2\cancel{2}} = \frac{7}{16}$$

f.
$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{4}{9} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cancel{2}}{\cancel{2} \cancel{2} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{3} \cancel{3}} = \frac{2}{5}$$

g.
$$\left(-\frac{6}{35}:\frac{3}{7}\right):\left(-\frac{1}{10}\right) = -\frac{6}{35}\cdot\frac{7}{3}\cdot\left(-\frac{10}{1}\right) = \frac{2\cdot3\cancel{1}\cdot2\cdot\cancel{5}}{5\cancel{1}\cdot\cancel{3}} = 4$$

$$\mathbf{h.} \left[\frac{8}{9} : \left(\frac{-25}{45} \right) \right] \cdot \frac{35}{49} = \left[\frac{8}{\cancel{8}} \cdot \left(\frac{-\cancel{9}}{5} \right) \right] \cdot \frac{5}{7} = \left(-\frac{8}{\cancel{5}} \right) \cdot \frac{\cancel{5}}{7} = -\frac{8}{7}$$

SOLUCIONES PÁG. 45

15 Halla el valor de estas potencias. Después, compara los resultados que has obtenido con los de tu compañero. Usa la calculadora para averiguar los valores de los numeradores y denominadores.

a.
$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} = \frac{1}{27}$$

b.
$$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

c.
$$\left(-\frac{3}{4}\right)^3 = -\frac{3^3}{4^3} = -\frac{27}{64}$$

$$d. \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1^5}{2^5} = -\frac{1}{32}$$

$$\mathbf{e.} \left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{10}} \right)^4 = \frac{3^4}{10^4} = \frac{81}{10000}$$

$$\mathbf{f.} \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

$$\mathbf{g.} \left(-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}} \right)^4 = \frac{5^4}{6^4} = \frac{625}{1296}$$

$$h. \left(\frac{7}{10}\right)^3 = \frac{7^3}{10^3} = \frac{343}{1000}$$

16 Copia y completa en tu cuaderno estas igualdades con el signo y el exponente que corresponda:

$$\mathbf{a.} \left(\square \frac{1}{2} \right)^{\square} = -\frac{1}{8} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2} \right)^{3} = -\frac{1}{8}$$

b.
$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\square} = \square \frac{27}{8} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{3} = +\frac{27}{8}$$

c.
$$\left(\left[\frac{5}{3} \right]^{\square} = \frac{25}{9} \Rightarrow \left(\pm \frac{5}{3} \right)^2 = \frac{25}{9}$$

d.
$$\left(\left[\frac{2}{3} \right]^{\square} = -\frac{8}{7} = \Rightarrow \left(-\frac{2}{3} \right)^3 = -\frac{8}{27}$$

17 Transforma en potencias con exponente positivo y calcula.

a.
$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$$

b.
$$\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$$

c.
$$\left(-\frac{9}{7}\right)^{-1} = \left(-\frac{7}{9}\right)^{1} = -\frac{7}{9^{1}} = -\frac{7}{9}$$

d.
$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = \left(-\frac{3}{1}\right)^4 = 3^4 = 81$$

e.
$$\left(-\frac{5}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

f.
$$\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1} = \left(-\frac{12}{1}\right)^{1} = -12$$

g.
$$-\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = -\left(\frac{3}{2}\right)^5 = -\frac{3^5}{2^5} = -\frac{243}{32}$$

h.
$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = -\left(\frac{2}{1}\right)^7 = -(2)^7 = -128$$

18 Utiliza las propiedades de las potencias y reduce a una única potencia de exponente positivo.

a.
$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{8} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-5+8-4} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{1} = \frac{4}{3}$$

b.
$$\left(\frac{1}{6}\right)^{-5} : \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{6}\right)^{-5-(-1)} = \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} = 6^4$$

$$\mathbf{C.} \left(-\frac{4}{9} \right)^2 : \left(-\frac{4}{9} \right)^{-2} = \left(-\frac{4}{9} \right)^{2-(-2)} = \left(-\frac{4}{9} \right)^4$$

d.
$$\left[\left(-\frac{5}{8} \right)^3 \right]^{-5} = \left(-\frac{5}{8} \right)^{3 \cdot (-5)} = \left(-\frac{5}{8} \right)^{-15} = \left(-\frac{8}{5} \right)^{15}$$

$$\mathbf{e.} \left[\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} \right)^{-3} \right] : \left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} \right)^{-8} = \left(\frac{2}{7} \right)^{-2 + (-3)} : \left(\frac{2}{7} \right)^{-8} = \left(\frac{2}{7} \right)^{-5} : \left(\frac{2}{7} \right)^{-8} = \left(\frac{2}{7} \right)^{-5 - (-8)} = \left(\frac{2}{7} \right)^{3}$$

$$\mathbf{f.} \left[\left(\frac{5}{9} \right)^{4} : \left(\frac{5}{9} \right)^{7} \right] \left(\frac{5}{9} \right)^{-8} = \left(\frac{5}{9} \right)^{4-7} \cdot \left(\frac{5}{9} \right)^{-8} = \left(\frac{5}{9} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{5}{9} \right)^{-8} = \left(\frac{5}{9} \right)^{-11} = \left(\frac{9}{5} \right)^{11}$$

SOLUCIONES PÁG. 47

19 Calcula en el orden adecuado, simplifica antes de realizar las operaciones y halla el resultado:

$$\mathbf{a.} \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{15}{16} = \frac{2^2}{5^2} \cdot \frac{15}{16} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{5} \cdot 5} \cdot \frac{3 \cdot \cancel{5}}{\cancel{4} \cdot 4} = \frac{3}{20}$$

b.
$$\left(\frac{1}{2} - 1\right)^3 \cdot \frac{4}{5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{4}{5} = -\frac{1^3}{2^3} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{1}{10}$$

c.
$$\left(2 - \frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 : \frac{7^2}{3^2} = \frac{7^2}{4^2} : \frac{7^2}{3^2} = \frac{7^2}{4^2} \cdot \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{16}$$

d.
$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{3}{4} = -\frac{1^3}{2^3} \cdot \frac{2^2}{3} = -\frac{1}{6}$$

e.
$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^2}{4^2} = \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^2}{2^4} = \frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

$$\mathbf{f.} \left(-\frac{1}{4} \right)^3 : \left(\frac{5}{4} \right)^2 = -\frac{1^3}{4^3} : \frac{5^2}{4^2} = -\frac{1^3}{4^3} \cdot \frac{4^2}{5^2} = -\frac{1}{4 \cdot 25} = -\frac{1}{100}$$

20 Aplica la jerarquía de las operaciones, simplifica antes de realizar las operaciones y calcula:

a.
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{5}{4} : 3 - 1 = \frac{1}{6} - \frac{5}{12} - 1 = \frac{2}{12} - \frac{5}{12} - \frac{12}{12} = -\frac{15}{12} = -\frac{15}{12} : \frac{3}{12} = -\frac{5}{4}$$

b.
$$\frac{2}{3}$$
: $(-5) - \frac{3}{10} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{2}{15} - \frac{3}{10} + \frac{5}{12} = -\frac{8}{60} - \frac{18}{60} + \frac{25}{60} = -\frac{1}{60}$.

c.
$$\frac{1}{2} \cdot 3 - 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{8} \right) = \frac{12}{8} - \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

d.
$$1-2: \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{9}{20}\right) = 1 - \frac{6}{4} + \left(-\frac{18}{60}\right) = \frac{60}{60} - \frac{90}{60} - \frac{18}{60} = -\frac{48}{60} = -\frac{48}{60} : 12 = -\frac{4}{5}$$

$$\mathbf{e.\frac{2}{5}:(-4)+\frac{7}{2}\cdot\frac{5}{21}-\frac{7}{6}\cdot\frac{1}{5}}=-\frac{\cancel{2}}{5\cdot 2\cdot \cancel{2}}+\frac{\cancel{7}\cdot 5}{2\cdot \cancel{7}\cdot 3}-\frac{7}{2\cdot 3\cdot 5}=-\frac{3}{30}+\frac{25}{30}-\frac{7}{30}=\frac{1}{2}$$

21 Aplica la jerarquía de las operaciones y calcula:

a.
$$\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{6}\right) : \frac{4}{5} = \frac{3}{24} : \frac{4}{5} = \frac{15}{96} = \frac{15}{96} : \frac{3}{96} : \frac{5}{32}$$

b.
$$\left(-\frac{1}{3}:\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{6}{7} = -\frac{5}{12}\cdot\frac{6}{7} = -\frac{30}{84} = -\frac{30:6}{84:6} = -\frac{5}{14}$$

c.
$$-\frac{7}{11} \left[\frac{22}{27} \left(-\frac{9}{8} \right) \right] = \frac{7 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{11} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \frac{7}{12}$$

d.
$$\left(-\frac{6}{35}:\frac{3}{7}\right):\left(-\frac{1}{10}\right) = \left(-\frac{42}{105}\right):\left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{420}{105} = 4$$

e.
$$\left[(-2) : \left(-\frac{1}{2} \right) \right] \cdot \left(-\frac{3}{8} \right) = 4 \cdot \left(-\frac{3}{8} \right) = -\frac{12}{8} = -\frac{12}{8} : 4 = -\frac{3}{2}$$

f.
$$-\frac{5}{6}:\left(-\frac{10}{3}:\frac{7}{4}\right) = -\frac{5}{6}:\left(-\frac{40}{21}\right) = \frac{105}{240} = \frac{105}{240}:15 = \frac{7}{16}$$

22 Realiza primero las operaciones entre paréntesis y calcula el resultado de cada expresión:

a.
$$\left(2-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{36}{48} = -\frac{36}{48} : 12 = -\frac{3}{4}$$

b.
$$-5 \cdot \left(1 - \frac{7}{10}\right) \cdot \left(\frac{5}{9} - 2\right) = -5 \cdot \frac{3}{10} \cdot \left(-\frac{13}{9}\right) = \frac{195}{90} = \frac{195}{90} : 15 = \frac{13}{6}$$

c.
$$\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{5}{11} + \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) : \frac{3}{2} = -\frac{11}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{1}{24} : \frac{3}{2} = -\frac{5}{12} + \frac{2}{72} = -\frac{30}{72} + \frac{2}{72} = -\frac{28}{72} = -\frac{28}{72} : \frac{4}{72} : \frac{4}{18} = -\frac{7}{18}$$

$$\mathbf{d.} \left(\frac{2}{5} + 1\right) : \frac{7}{2} - \frac{4}{5} : \frac{3}{2} - \frac{4}{7} \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right) = \frac{7}{5} : \frac{7}{2} - \frac{8}{15} - \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2}{5} - \frac{8}{15} - \frac{28}{42} = \frac{84}{210} - \frac{112}{210} - \frac{140}{210} = -\frac{168}{210} = -\frac{168}{210} : \frac{42}{210} = -\frac{4}{5}$$

$$\mathbf{e.} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) - \left(\frac{3}{4} - 3 \right) \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{30} \right) = -\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{5} - \left(-\frac{9}{4} \right) \cdot \frac{4}{30} = -\frac{1}{5} + \frac{9}{30} = \frac{3}{30} + \frac{3}{30} = \frac{3$$

$$f. \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot 3 - \left(2 - \frac{4}{5}\right) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{15} \cdot 3 - \frac{6}{5} : \frac{5}{6} = \frac{6}{15} - \frac{36}{25} = \frac{30}{75} - \frac{108}{75} = \frac{78}{75} = -\frac{78}{75} : \frac{3}{75} = -\frac{26}{25}$$

23 Halla el valor de las siguientes expresiones:

a.
$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} \cdot \left(3 - \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{6} : \frac{5}{4} = \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} + \frac{28}{30} = \frac{3}{5} - \frac{8}{6} + \frac{28}{30} = \frac{18}{30} - \frac{40}{30} + \frac{28}{30} = \frac{6}{30} = \frac{6}{30} : \frac{6}{30} = \frac{6}{30} : \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

b.
$$-\frac{1}{8} + \frac{1}{8} : \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{5} : \frac{2}{13} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{8} : \frac{1}{12} - \frac{13}{10} = -\frac{1}{8} + \frac{12}{8} - \frac{13}{10} = \frac{55}{40} - \frac{52}{40} = \frac{3}{40}$$

c.
$$\frac{2}{5}:3-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{5}{6}-2\right)-\frac{1}{4}:\frac{5}{7}=\frac{2}{15}-\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)-\frac{7}{20}=\frac{2}{15}+\frac{21}{12}-\frac{7}{20}=\frac{8}{60}+\frac{105}{60}-\frac{21}{60}=\frac{92}{60}=\frac{92}{60}:\frac{4}{60}:\frac{23}{15}$$

d.
$$\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{10} + \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} =$$

$$= \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{6} - \frac{1}{20} : \frac{7}{10} + \frac{10}{21} = \frac{3}{6} - \frac{1}{14} + \frac{10}{21} = \frac{21}{42} - \frac{3}{42} + \frac{20}{42} = \frac{38}{42} = \frac{38}{42} : \frac{2}{42} : \frac{19}{21}$$

- 24 Actividad resuelta.
- 25 Aplica la jerarquía de las operaciones, simplifica antes de realizar las operaciones y calcula.

a.
$$\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{3}{7} - \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{3} = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{18}\right) \cdot \frac{3}{7} - \frac{4}{15} = \frac{7}{18} \cdot \frac{3}{7} - \frac{4}{15} = \frac{3}{18} - \frac{4}{15} = \frac{1}{10}$$
$$= \frac{15}{90} - \frac{24}{90} = -\frac{9}{90} = -\frac{1}{10}$$

b.
$$\frac{5}{6} - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) : \frac{3}{5} + \frac{5}{2} : 3 = \frac{5}{6} - \left(\frac{2}{15} - \frac{5}{6}\right) : \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} + \frac{7}{10} : \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} = \frac{5}{6} + \frac{7}{10} : \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$$

c.
$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} - \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{10}\right) : \frac{7}{10} + \frac{5}{8} - \frac{1}{3} : \frac{4}{5} = \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{10} + \frac{5}{8} - \frac{5}{12} = -\frac{7}{20} : \frac{7}{10} + \frac{5}{8} - \frac{5}{12} = \frac{12}{24} + \frac{15}{24} - \frac{10}{24} = -\frac{7}{24}$$

$$\mathbf{d.} \ \ \mathbf{1} - \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{11}} \cdot \left(\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} - \mathbf{3} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} : \mathbf{3} \right) - \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} : \mathbf{2} = 1 - \frac{5}{11} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{15} \right) - \frac{3}{8} = 1 - \frac{5}{11} \cdot \left(\frac{24}{30} - \frac{15}{30} + \frac{2}{30} \right) - \frac{3}{8} = 1 - \frac{5}{11} \cdot \frac{11}{30} - \frac{3}{8} = 1 - \frac{1}{6} - \frac{3}{8} = \frac{24}{24} - \frac{4}{24} - \frac{9}{24} = \frac{11}{24}$$

26 Analiza con tu compañero esta operación combinada e indicad los errores que se han cometido al realizarla. Después, efectuadla correctamente.

$$2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) + \frac{3}{10} : \frac{5}{6} - \left(\frac{2}{3} - 2\right) \cdot \frac{3}{8} = -1\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{10} : \frac{5}{6} - \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{15}{60} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = 0$$

Se ha aplicado incorrectamente la prioridad de las operaciones en el primer paso y en el segundo. Además, se han multiplicado las fracciones $\frac{3}{10}$ y $\frac{5}{6}$, cuando debían dividirse. El resultado correcto de la operación es:

$$2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) + \frac{3}{10} : \frac{5}{6} - \left(\frac{2}{3} - 2\right) \cdot \frac{3}{8} = 2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{18}{50} - \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{4} + \frac{18}{50} + \frac{12}{24} = 2 + \frac{3}{4} + \frac{9}{25} + \frac{1}{2} = \frac{200}{100} + \frac{75}{100} + \frac{36}{100} + \frac{50}{100} = \frac{361}{100}$$

27 La quinta parte de los 60 voluntarios que participan en una excavación arqueológica son chinos; un tercio, italianos; un décimo, australianos, y el resto, españoles. Calcula cuántos voluntarios hay de cada nacionalidad.

Chinos:
$$\frac{1}{5} de 60 \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot 60 = \frac{60}{5} = 12$$

Italianos:
$$\frac{1}{3} \operatorname{de} 60 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 60 = \frac{60}{3} = 20$$

Australianos:
$$\frac{1}{10} de 60 \Rightarrow \frac{1}{10} \cdot 60 = \frac{60}{10} = 6$$

El número total de voluntarios es 60. Hay 12 chinos, 20 italianos y 6 australianos. Por lo tanto, hay 22 españoles.

28 Luis emplea 150 L de agua en regar sus frutales, lo que supone una quinta parte del total de agua con la que cuenta. ¿De cuántos litros de agua dispone Luis?

$$\frac{1}{5}$$
 del total = 150 \Rightarrow Total = 150 \cdot 5 = 750

Luis dispone de 750 L.

- 29 Eloísa ha destinado $\frac{3}{10}$ de sus ahorros a la compra de una colección de 12 cómics, y le han sobrado 140 €.
 - a. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Eloísa?

$$140: \frac{7}{10} = \frac{1400}{7} = 200$$

Eloísa tenía ahorrado 200 €.

b. ¿Cuál es el precio de cada cómic?

$$200 - 140 = 60 \Rightarrow 60 : 12 = 5$$

El precio de cada cómic es de 5 €.

- 30 Laura dedica una parcela de tierra al cultivo de trigo. Por la mañana ha sembrado las tres quintas partes de la superficie total de la parcela y, por la tarde, las tres cuartas partes de la superficie que quedaba por sembrar.
 - a. Averigua qué fracción de la superficie de la parcela ha quedado sin sembrar.

Por la mañana siembra $\frac{3}{5}$, por lo que queda sin sembrar: $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

Por la tarde siembra $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$

En total, lo sembrado es: $\frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{6+3}{10} = \frac{9}{10}$

Se queda sin sembrar: $1 - \frac{9}{10} = \frac{10 - 9}{10} = \frac{1}{10}$

Ha quedado sin sembrar $\frac{1}{10}$ de la parcela.

b. ¿Qué fracción de la superficie de la parcela ha sembrado?

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{10}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

Ha sembrado $\frac{9}{10}$ de la parcela.

c. Laura sabe que ha quedado sin sembrar una superficie de 2 500 m². ¿Cuál es la superficie total de la parcela?

$$2500 \cdot 10 = 25000$$

La superficie total de la parcela es de 25 000 m².

d. Si se necesitan 12 kg de semillas de trigo para sembrar una superficie de 1 000 m², ¿cuántos kilos de semillas ha empleado Laura en la siembra?

Ha sembrado 22 500 m² \rightarrow 22 500 : 1 000 = 22.5

$$22,5 \cdot 12 = 270$$

Laura ha empleado 270 kg de semillas.

31 Realiza las siguientes operaciones con la calculadora y escribe en tu cuaderno todos los pasos que has seguido para obtener los resultados:

a.
$$0,1 \cdot (4-0,75-2,005) - 0,2 : 2 =$$
 $= 0,1 \cdot 1,245 - 0,1 = 0,1245 - 0,1 = 0,0245$
b. $(2-3,25) : 0,5 + (1,05-0,005) : 0,1 =$
 $= -1,25 : 0,5 + 1,045 : 0,1 = -2,5 + 10,45 = 7,95$
c. $3,2 \cdot 0,25 - 0,65 : 1,3 + 0,21 \cdot 0,7 =$
 $= 3,2 \cdot 0,25 - 0,65 : 1,3 + 0,21 \cdot 0,7 = 0,8 - 0,5 + 0,147 = 0,447$
d. $10-5 \cdot (0,3-0,03-0,003) - 6 : 0,5 =$
 $= 10-5 \cdot (0,3-0,03-0,003) - 6 : 0,5 = 10-5 \cdot 0,267 - 12 =$
 $= 10-1,335-12 = -3,335$

- 32 Resuelve las siguientes cuestiones y reflexiona sobre los resultados obtenidos:
 - a. Efectúa las multiplicaciones indicadas:

$$7 \cdot 0.1 = 0.7$$
 $7 \cdot 0.01 = 0.07$ $7 \cdot 0.001 = 0.007$ $7 \cdot 0.0001 = 0.0007$ $2.3 \cdot 0.1 = 0.23$ $2.3 \cdot 0.01 = 0.023$ $2.3 \cdot 0.001 = 0.0023$ $2.3 \cdot 0.0001 = 0.00023$

b. Indica cuántas cifras decimales tiene el resultado de cada operación del apartado anterior y explica cómo se obtiene.

El número de decimales del resultado es igual a la suma del número de decimales de los factores.

c. Halla el resultado de las siguientes operaciones sin efectuar ningún cálculo:

$$3,45 \cdot 0,001 = 0,003 \ 45$$
 $0,4 \cdot 0,01 = 0,004$ $23,4 \cdot 0,001 = 0,023 \ 4$ $0,75 \cdot 0,01 = 0,007 \ 5$ $123,45 \cdot 0,1 = 12,345$ $1,2 \cdot 0,000 \ 1 = 0,000 \ 12$

d. ¿Es posible sustituir por otra operación las multiplicaciones por 0,1; 0,01; 0,001...? Indica cuál.

La multiplicación por los factores 0,1; 0,01; 0,001... se puede sustituir por la división entre 10, 100, 1 000 ... , respectivamente.

- 33 Resuelve las siguientes cuestiones y reflexiona sobre los resultados obtenidos:
 - a. Efectúa las multiplicaciones indicadas:

$$4.3:0.1=43$$

$$8,91:0,1=89,1$$

$$8,91:0,01=891$$

b. ¿Es posible sustituir por otra operación la división entre 0,1; 0,01; 0,001...? Indica cuál.

La división por los factores 0,1; 0,01; 0,001 se puede sustituir por la multiplicación por los factores 10, 100, 1 000..., respectivamente.

c. Calcula mentalmente el resultado de las siguientes operaciones:

$$0.0047:0.001=4.7$$

34 Realiza estas operaciones y expresa los resultados en forma decimal con la ayuda de la calculadora:

a.
$$3.5 \cdot 0.8 = 3.111...$$

b.
$$1, \hat{6} \cdot 0, \hat{8} = 1,481 \ 481...$$

c.
$$(0, \hat{3} \cdot 0, \hat{5}) : 1, \hat{2} = 0, 1\hat{1} : 1, \hat{2} = 0, 136 363 6...$$

d.
$$(1,25 \cdot 1,1\hat{6}) \cdot 0,4\hat{6} = 1,4583... \cdot 0,4\hat{6} = 0,680 555...$$

e.
$$(0,54\hat{6})^2 = 0,2988444...$$

f.
$$(0, \hat{3})^2 \cdot 0.9 = 0, \hat{1} \cdot 0.9 = 0.0 \hat{9}$$

- 35 Redondea con tu compañero el resultado de cada operación a las diezmilésimas de dos maneras diferentes.
 - Operad con las fracciones generatrices, expresad los resultados en forma decimal con la ayuda de la calculadora y, después, redondeadlos.
 - Redondead los decimales y operad después con las aproximaciones obtenidas utilizando la calculadora.

a.
$$12 - 8, 73$$

Los redondeos coinciden y son 3,262 6.

b.
$$9,8\hat{7} + 3,\hat{6}$$

Los redondeos son 13,433 3 y 13,545 5.

Los redondeos son 7,773 3 y 7,777 3.

d.
$$7.\hat{5}: 1.25$$

Los redondeos son 6,032 2 y 6,032 4.

Analizad los resultados, escribid una conclusión y comparadla con las de otros compañeros.

Si se redondean los decimales y después se opera, no se obtiene, en general, el mismo resultado que si se calculan las fracciones generatrices, se efectúan las operaciones con dichas fracciones y después se redondea el número decimal que representa la fracción obtenida.

- 36 Actividad resuelta.
- 37 Usa la calculadora científica para efectuar estas operaciones con cuatro cifras decimales.

d.
$$(7,890 482 1)^2 = 62,259 7$$

38 Ángel ha comprado una merluza de 2,455 kg cuyo precio es de 12,95 €/kg. Usa la calculadora para averiguar el importe de la merluza.

$$2,455 \cdot 12,95 = 31,792 \ 25$$

La merluza ha costado 31,79 €.

- 39 Expresa estos números en notación científica:
 - **a. 239 000 000 000 =** $2.39 \cdot 10^{11}$
 - **b. 0,000 000 000 000 27** = $2.7 \cdot 10^{-13}$
 - **c. 99 123 000 000** = $9,912 \ 3 \cdot 10^{10}$
 - **d. 0,000 004 536 1** = $4,536 \cdot 1 \cdot 10^{-6}$
 - **e. 32 470 000 000** = $3.247 \cdot 10^{10}$
 - **f. 0.000 000 009 123** = $9.123 \cdot 10^{-9}$
- 40 Escribe los siguientes números en notación decimal:
 - **a.** $2,35 \cdot 10^4 = 23500$
 - **b.** $3,041 \cdot 10^6 = 3041000$
 - **c.** $1,2 \cdot 10^{-5} = 0,000 012$
 - **d.** $7.93 \cdot 10^{12} = 793000000000$
 - **e.** $5.64 \cdot 10^{-3} = 0.00564$
 - **f. 8,291 10**⁻⁴ = 0,000 829 1
- 41 Realiza las siguientes operaciones y expresa los resultados en notación científica:
 - a. $2.5 \cdot 10^4 + 3.12 \cdot 10^5 = 3.37 \cdot 10^5$
 - **b.** $7 \cdot 10^5 5.9 \cdot 10^4 = 6.41 \cdot 10^5$
 - **c.** $4.1 \cdot 10^6 5.71 \cdot 10^7 = -5.3 \cdot 10^7$
 - **d.** $1.29 \cdot 10^{-3} + 3.7 \cdot 10^{-5} = 1.327 \cdot 10^{-3}$
 - **e.** $3.1 \cdot 10^{-3} + 2.7 \cdot 10^{-2} = 3.01 \cdot 10^{-2}$
 - **f.** $3,15 \cdot 10^{-4} 2 \cdot 10^{-3} = -1,685 \cdot 10^{-3}$
- 42 Actividad resuelta.
- 43 Realiza las siguientes operaciones con la calculadora. Ten en cuenta que has de elegir el número adecuado de cifras decimales.

a.
$$5.47 \cdot 10^{-7} - 3.4 \cdot 10^{-4} = -3.39 \cdot 10^{-4}$$

b.
$$2.9 \cdot 10^6 + 1.55 \cdot 10^{10} = 1.55 \cdot 10^{10}$$

c.
$$2.34 \cdot 10^{-9} : 4.92 \cdot 10^{-12} = 4.75 \cdot 10^{2}$$

d.
$$3.7 \cdot 10^{-6} \cdot 3.15 \cdot 10^{-8} = 1.16 \cdot 10^{-13}$$

1 Calcula el valor de las siguientes expresiones y comprueba el resultado con la calculadora:

a.
$$-2^4 = -16$$

b.
$$(-2)^4 = 16$$

c.
$$7^5 = 16807$$

d.
$$7^{-5} = \frac{1}{16807}$$

e.
$$9^{-1} = \frac{1}{9}$$

$$f. (-9)^{-1} = -\frac{1}{9}$$

2 Calcula estas potencias y expresa los resultados en forma de fracción y en forma decimal:

a.
$$\left(\frac{3}{7}\right)^4 = \frac{3^4}{7^4} = \frac{81}{2401} = 0,033735943356...$$

b.
$$\left(\frac{6}{7}\right)^{-3} = \frac{7^3}{6^3} = \frac{343}{216} = 1,587\ 962\ 962...$$

c.
$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-5} = \frac{3^5}{4^5} = \frac{243}{1024} = 0,237\ 304\ 687\ 5$$

d.
$$-\frac{5^3}{4^5} = -\frac{5^3}{4^5} = -\frac{125}{1024} = -0,122\ 070\ 312\ 5$$

3 Efectúa las siguientes operaciones combinadas:

a.
$$-5 \cdot [7 - 18: (-1 + 3)^2] = -5 \cdot (7 - 18: 4) = -5 \cdot (7 - 4, 5) = -5 \cdot 2, 5 = -12, 5$$

b.
$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{2} : \left(1 + \frac{1}{6}\right)\right] = \frac{1}{9} - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} : \frac{7}{6}\right) = \frac{1}{9} - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{18}{14}\right) =$$

$$= \frac{1}{9} - 3 \cdot \left(-\frac{11}{14}\right) = \frac{1}{9} + \frac{33}{14} = \frac{14}{126} + \frac{297}{126} = \frac{311}{126}$$

c.
$$2,1^2:0,3-4,1\cdot(3,2-0,5)=14,7-4,1\cdot2,7=14,7-11,07=3,63$$

d.
$$\left(1 - \frac{5}{6}\right)^{-2} : \left(2 + \frac{3}{4}\right)^{-1} + \frac{3}{10} = 6^2 : \frac{4}{11} + \frac{3}{10} = 36 : \frac{4}{11} + \frac{3}{10} = 99 + \frac{3}{10} = \frac{990}{10} + \frac{3}{10} = \frac{993}{10}$$

1 Realiza una investigación sobre las propiedades que cumplen la suma y el producto de los números racionales. Completa el mapa conceptual con dichas propiedades expresadas mediante letras.

Respuesta abierta.

- 2 Completa el mapa conceptual con los contenidos que aparecen en la unidad. Respuesta abierta.
- 3 Elabora otro mapa conceptual en el que figuren algunos ejemplos para cada una de las operaciones y propiedades indicadas.

Respuesta abierta.

- 4 Indica si las siguientes afirmaciones son verdadera o falsas:
 - a. Las operaciones con números racionales solo pueden realizarse de forma aproximada, ya que pueden tener infinitas cifras decimales.

Falso, no tiene por qué.

b. Dividir dos fracciones es equivalente a multiplicar la primera fracción por la inversa de la segunda.

Verdadero.

c. Cuando en una expresión intervienen varias operaciones, primero se han de realizar los productos y cocientes, después las sumas y restas, y, finalmente, los paréntesis.

Falso, primero se efectúan los paréntesis, después productos y cocientes y, por último, sumas y restas.

SOLUCIONES PÁG. 56 - REPASO FINAL

OPERACIONES CON FRACCIONES

Los egipcios descomponían las fracciones como suma de fracciones con numerador 1 más la fracción $\frac{2}{3}$. Averigua qué fracción corresponde a cada una de las descomposiciones que se presentan a continuación:

a.
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{28} = \frac{7}{28} + \frac{1}{28} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}$$

b.
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{66} = \frac{11}{66} + \frac{1}{66} = \frac{12}{66} = \frac{2}{11}$$

c.
$$\frac{1}{50} + \frac{1}{150} = \frac{3}{150} + \frac{1}{150} = \frac{4}{150} = \frac{2}{75}$$

d.
$$\frac{1}{15} + \frac{1}{75} = \frac{5}{75} + \frac{1}{75} = \frac{6}{75} = \frac{2}{25}$$

e.
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{20}{30} + \frac{3}{30} + \frac{1}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

f.
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30} = \frac{20}{30} + \frac{6}{30} + \frac{1}{30} = \frac{27}{30} = \frac{9}{10}$$

2 Halla el valor de cada expresión. Recuerda que puedes simplificar los pasos intermedios.

a.
$$\left(2 - \frac{2}{3} - \frac{7}{5}\right) - \left(\frac{2}{15} - \frac{3}{10}\right) - \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{15} - \left(-\frac{5}{30}\right) - \frac{9}{20} = -\frac{4}{60} + \frac{10}{60} - \frac{27}{60} =$$

$$= -\frac{21}{60} = -\frac{7}{20}$$

b.
$$1 - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) \right] - \left(\frac{2}{3} - 1 \right) = 1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) - \left(-\frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{3}{8} + \frac{1}{3} = \frac{24}{24} - \frac{9}{24} + \frac{8}{24} = \frac{23}{24}$$

c.
$$\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10} - \frac{1}{6}\right) - \left[1 - \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{5}\right)\right] + \left(\frac{7}{10} - \frac{7}{6}\right) = -\frac{2}{30} - \left(1 - \frac{23}{15}\right) + \left(-\frac{14}{30}\right) =$$

$$= -\frac{2}{30} + \frac{8}{15} - \frac{14}{30} = -\frac{2}{30} + \frac{16}{30} - \frac{14}{30} = 0$$

- 3 Actividad resuelta.
- 4 Simplifica antes de efectuar los productos y calcula.

a.
$$\frac{4}{2} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{10} = \frac{2 \cdot 2}{2} \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3}{2 \cdot 5} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} = \frac{2}{3}$$

b.
$$\frac{8}{33} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{9}{10} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 11} \cdot \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

c.
$$\frac{11}{20} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{15}{22} = \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 5} \cdot \frac{2 \cdot 2}{7} \cdot \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 11} = \frac{\cancel{11} \cdot \cancel{2} \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{2} \cancel{2} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{7} \cdot 2 \cdot \cancel{11}} = \frac{3}{14}$$

d.
$$\frac{11}{10} \cdot \frac{25}{44} \cdot \frac{16}{15} = \frac{11}{2 \cdot 5} \cdot \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 11} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{\cancel{1} \cancel{1} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}} = \frac{2}{3}$$

e.
$$\frac{10}{32} \cdot \frac{48}{44} \cdot \frac{16}{40} = \frac{2.5}{2.2.2.2.2} \cdot \frac{2.2.2.2.3}{2.2.11} \cdot \frac{2.2.2.2}{2.2.2.5} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \frac{3}{22}$$

f.
$$\frac{33}{10} \cdot \frac{70}{11} \cdot \frac{16}{14} = \frac{3.11}{2.5} \cdot \frac{2.5.7}{11} \cdot \frac{2.2.2.2}{2.7} = \frac{3.\cancel{1}\cancel{1}\cancel{2}\cancel{5}\cancel{5}\cancel{7}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{5}\cancel{7}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{7}} = 24$$

5 Efectúa primero las operaciones que figuran entre paréntesis, simplifica después los productos y cocientes antes de realizar las operaciones y calcula.

a.
$$\left(\frac{3}{26} : \frac{4}{39}\right) \cdot \frac{16}{15} = \frac{3 \cdot 39}{26 \cdot 4} \cdot \frac{16}{15} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 4}{2 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{6}{5}$$

b.
$$\frac{5}{12}$$
: $\left(\frac{7}{4} \cdot \frac{5}{9}\right) = \frac{5}{12} : \frac{35}{36} = \frac{180}{420} = \frac{3}{7}$

c.
$$\frac{7}{22}$$
: $\left(\frac{4}{9}:\frac{8}{21}\right) = \frac{7}{22}:\frac{84}{72} = \frac{7}{22}:\frac{7}{6} = \frac{3}{11}$

d.
$$\left(\frac{18}{35} : \frac{9}{14}\right) : \frac{16}{25} = \frac{252}{315} : \frac{16}{25} = \frac{4}{5} : \frac{16}{25} = \frac{5}{4}$$

e.
$$\left(\frac{18}{49}:\frac{6}{14}\right):\frac{12}{15}=\frac{6}{7}:\frac{12}{15}=\frac{90}{84}=\frac{15}{14}$$

$$\mathbf{f.} \left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} : \frac{\mathbf{14}}{\mathbf{9}} \right) : \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{20}} = \frac{18}{42} : \frac{15}{20} = \frac{3}{7} : \frac{15}{20} = \frac{60}{105} = \frac{4}{7}$$

6 Simplifica, expresa como una potencia de exponente positivo y calcula.

a.
$$\frac{\mathbf{3}^2 \cdot \mathbf{3}^4 \cdot \mathbf{3}}{\mathbf{3}^5 \cdot \mathbf{3}^3} = \frac{3^{2+4+1}}{3^{5+3}} = \frac{3^7}{3^8} = 3^{7-8} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

b.
$$\frac{\mathbf{2}^6 \cdot \mathbf{2}^{-1} \cdot \mathbf{2}^2}{\mathbf{2}^{-2} \cdot \mathbf{2}^4} = \frac{2^{6-1+2}}{2^{-2+4}} = \frac{2^7}{2^2} = 2^{7-2} = 2^5$$

c.
$$\frac{7^{-1} \cdot 7^{-3} \cdot 7^{-2}}{7^{-4} \cdot 7^{-5}} = \frac{7^{-1-3-2}}{7^{-4-5}} = \frac{7^{-6}}{7^{-9}} = \frac{7^{9}}{7^{6}} = 7^{9-6} = 7^{3}$$

d.
$$\frac{\mathbf{5}^3 \cdot \left(\mathbf{5}^2\right)^{-1}}{\mathbf{5}^{-4} \cdot \mathbf{5}^8} = \frac{5^3 \cdot 5^{-2}}{5^{-4} \cdot 5^8} = \frac{5^{3-2}}{5^{-4+8}} = \frac{5^1}{5^4} = 5^{1-4} = 5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

e.
$$\frac{\left(\mathbf{4}^{-2}\right)^{-3} \cdot \mathbf{4} \cdot \mathbf{4}^{-4}}{\left(\mathbf{4}^{3} \cdot \mathbf{4}^{-4}\right)^{-1}} = \frac{4^{6} \cdot 4 \cdot 4^{-4}}{\left(4^{-1}\right)^{-1}} = \frac{4^{6+1-4}}{4} = \frac{4^{3}}{4} = 4^{3-1} = 4^{2}$$

$$\mathbf{f.} \ \frac{\left(\mathbf{2^{-1} \cdot 2^{3}}\right)^{2} \cdot \mathbf{2^{-5}}}{\left(\mathbf{2 \cdot 2^{2} \cdot 2^{-6}}\right)^{-2}} = \frac{\left(2^{-1+3}\right)^{2} \cdot 2^{-5}}{\left(2^{1+2-6}\right)^{-2}} = \frac{\left(2^{2}\right)^{2} \cdot 2^{-5}}{\left(2^{-3}\right)^{-2}} = \frac{2^{4} \cdot 2^{-5}}{2^{6}} = \frac{2^{4-5}}{2^{6}} = 2^{-1-6} = 2^{-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^{7}$$

7 Aplica las propiedades de las potencias y reduce a una única potencia de exponente positivo; después calcula el valor de las potencias.

a.
$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-4} : \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{5}\right)^{2-4+1} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{4}$$

b.
$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5-6-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$$

c.
$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{5}\right)^6 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+2-6} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

d.
$$\left[\left(\frac{7}{8} \right)^2 \right]^3 : \left[\left(\frac{7}{8} \right)^{-2} \right]^{-3} = \left(\frac{7}{8} \right)^6 : \left(\frac{7}{8} \right)^6 = \left(\frac{7}{8} \right)^{6-6} = \left(\frac{7}{8} \right)^0 = 1$$

e.
$$\left[\left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-2} \right]^{-3} \right]^{-1} = \left(-\frac{3}{2} \right)^{-6} = \left(-\frac{2}{3} \right)^{6} = \frac{64}{729}$$

$$\mathbf{f.} \left[\left(-\frac{1}{4} \right)^{-3} : \left(-\frac{1}{4} \right)^{-5} \right]^{3} = \left[\left(-\frac{1}{4} \right)^{-3+5} \right]^{3} = \left[\left(-\frac{1}{4} \right)^{2} \right]^{3} = \left(-\frac{1}{4} \right)^{6} = \frac{1}{4096}$$

8 Actividad resuelta.

SOLUCIONES PÁG. 57

REPASO FINAL

9 Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a.
$$\frac{27^{-2} \cdot 48}{8^3 \cdot 72^{-1}} = \frac{48 \cdot 72}{8^3 \cdot 27^2} = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{\left(2^3\right)^3 \cdot \left(3^3\right)^2} = \frac{2^7 \cdot 3^3}{2^9 \cdot 3^6} = \frac{1}{2^2 \cdot 3^3}$$

b.
$$\frac{15^{-3} \cdot 25^{4}}{45^{-1} \cdot 125} = \frac{25^{4} \cdot 45}{125 \cdot 15^{3}} = \frac{\left(5^{2}\right)^{4} \cdot 3^{2} \cdot 5}{5^{3} \cdot \left(3 \cdot 5\right)^{3}} = \frac{5^{8} \cdot 3^{2} \cdot 5}{5^{3} \cdot 3^{3} \cdot 5^{3}} = \frac{5^{3}}{3}$$

c.
$$\frac{25^{-2} \cdot 10^{-2} \cdot 4^{-3}}{50^{-3} \cdot 5^{-3}} = \frac{50^{3} \cdot 5^{3}}{25^{2} \cdot 10^{2} \cdot 4^{3}} = \frac{\left(5^{2} \cdot 2\right)^{3} \cdot 5^{3}}{\left(5^{2}\right)^{2} \cdot \left(2 \cdot 5\right)^{2} \cdot \left(2^{2}\right)^{3}} = \frac{5^{6} \cdot 2^{3} \cdot 5^{3}}{5^{4} \cdot 2^{2} \cdot 5^{2} \cdot 2^{6}} = \frac{5^{3}}{2^{5}}$$

d.
$$\frac{12^{-2} \cdot 25^{2}}{10^{3} \cdot 16^{-2}} = \frac{25^{2} \cdot 16^{2}}{10^{3} \cdot 12^{2}} = \frac{\left(5^{2}\right)^{2} \cdot \left(2^{4}\right)^{2}}{\left(2 \cdot 5\right)^{3} \cdot \left(2^{2} \cdot 3\right)^{2}} = \frac{5^{4} \cdot 2^{8}}{2^{3} \cdot 5^{3} \cdot 2^{4} \cdot 3^{2}} = \frac{2 \cdot 5}{3^{2}}$$

e.
$$\frac{9^{-2} \cdot 30^{2}}{10^{3} \cdot 18^{-2}} = \frac{30^{2} \cdot 18^{2}}{10^{3} \cdot 9^{2}} = \frac{\left(2 \cdot 3 \cdot 5\right)^{2} \cdot \left(2 \cdot 3^{2}\right)^{2}}{\left(2 \cdot 5\right)^{3} \cdot \left(3^{2}\right)^{2}} = \frac{2^{2} \cdot 3^{2} \cdot 5^{2} \cdot 2^{2} \cdot 3^{4}}{2^{3} \cdot 5^{3} \cdot 3^{4}} = \frac{3^{2} \cdot 2}{5}$$

$$\mathbf{f.} \ \frac{\mathbf{6^2 \cdot 2^2 \cdot 3^{-4} \cdot 4^{-2}}}{\mathbf{3^{-2} \cdot 2^{-3}}} = \frac{6^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3}{3^4 \cdot 4^2} = \frac{\left(2 \cdot 3\right)^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3}{3^4 \cdot \left(2^2\right)^2} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3}{3^4 \cdot 2^4} = 2^3$$

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

10 Aplica la prioridad de las operaciones y calcula.

a.
$$\frac{1}{3} : \frac{2}{5} + \frac{9}{8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot 3 = \frac{5}{6} + \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{27} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 3 = \frac{5}{6} + \frac{72}{216} - \frac{3}{4} = \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} + \frac{4}{12} - \frac{9}{12} = \frac{5}{12}$$

b.
$$\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} - \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)\right] : \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \left[\frac{10}{12} - \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] : \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{24}\right) : \frac{5}{6} = \frac{25}{24} : \frac{5}{6} = \frac{5}{4}$$

$$= \frac{150}{720} = \frac{5}{24}$$

$$\mathbf{c.} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)^{2} : \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{6}\right)^{2} - \frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \left(\frac{4}{6}\right)^{2} : \left(\frac{8}{6}\right)^{2} - \frac{9}{10} = \frac{16}{36} : \frac{64}{36} - \frac{9}{10} = \frac{16}{64} - \frac{9}{10} = \frac{16}{64} - \frac{9}{10} = \frac{16}{64} - \frac{9}{10} = \frac{16}{64} - \frac{9}{10} = \frac{1}{64} - \frac{9}{10} = \frac{1}{1$$

11 Opera y simplifica al máximo.

a.
$$\left[\left(1 - \frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \right) : \frac{1}{4} - \frac{5}{6} : \frac{2}{3} \right] \cdot \left(2 - \frac{3}{5} \right)^2 =$$

$$= \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{17}{12} \right) : \frac{1}{4} - \frac{15}{12} \right] \cdot \left(\frac{7}{5} \right)^2 = \left(\frac{1}{4} - \frac{68}{12} - \frac{15}{12} \right) \cdot \frac{49}{25} = \left(\frac{1}{4} - \frac{17}{3} - \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{49}{25} =$$

$$= \left(\frac{3}{12} - \frac{68}{12} - \frac{15}{12} \right) \cdot \frac{49}{25} = -\frac{80}{12} \cdot \frac{49}{25} = -\frac{196}{15}$$

$$\mathbf{b.} \left[\left(\mathbf{1} - \frac{1}{2} \right)^{2} : \left(\mathbf{2} - \frac{1}{5} \right)^{2} \right] : \left[\mathbf{3} : \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{6} \right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-2} \right] = \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{2} : \left(\frac{9}{5} \right)^{2} \right] : \left[6 + \left(\frac{1}{6} \right)^{2} \cdot 3^{2} \right] = \left(\frac{1}{4} : \frac{81}{25} \right) : \left(6 + \frac{1}{36} \cdot 9 \right) = \frac{25}{324} : \left[6 + \frac{1}{4} \right] = \frac{25}{324} : \frac{25}{4} = \frac{1}{81}$$

$$\mathbf{c.} \left[\mathbf{2} - \mathbf{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^{2} + \frac{5}{6} : \mathbf{2} \right] : \left[\frac{2}{5} \cdot \left(\mathbf{1} - \frac{1}{6} \right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15} \right)^{2} \right] = \left(2 - \frac{3}{4} + \frac{5}{12} \right) : \left[\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} - \left(\frac{1}{3} \right)^{2} \right] = \left(\frac{24}{12} - \frac{9}{12} + \frac{5}{12} \right) : \left(\frac{10}{30} - \frac{1}{9} \right) = \frac{20}{12} : \frac{2}{9} = \frac{5}{3} : \frac{2}{9} = \frac{10}{27}$$

$$\mathbf{d.} \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)^{2} + \frac{1}{2} : \left(\frac{2}{3} - 1 \right)^{2} \right] : \left[\mathbf{1} - \frac{2}{3} : \left(\mathbf{1} - \frac{1}{3} \right) \right]^{-1} = .$$

$$= \left[\left(-\frac{1}{6} \right)^{2} + \frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{3} \right)^{2} \right] : \left[\mathbf{1} - \frac{2}{3} : \frac{2}{3} \right]^{-1} = \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{2} : \frac{1}{9} \right) : \left(\mathbf{1} - \frac{4}{9} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{36} + \frac{9}{2} \right) : \frac{9}{5} = \frac{163}{36} : \frac{9}{5} = \frac{1467}{180} = \frac{163}{20}$$

12 Entra en esta página web e intenta resolver las operaciones combinadas que se te facilitan. Después, resuelve estas operaciones combinadas.

http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Problemas/21-2-PRACIONALES.html

a.
$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7} + \frac{1}{14}\right) = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{5}{14}\right) = -\frac{5}{56}$$

b.
$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left[\left(3\right)^3\right]^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1}{27} : \left(3\right)^{-6} \cdot 2^4 = \frac{1}{27} : \frac{1}{729} \cdot 16 = \frac{11664}{27} = 432$$

c.
$$\left(\frac{1}{3}:\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{9}{8}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{9}{8}\cdot\frac{8}{27} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{25}{36} + \frac{1}{3} - \frac{1}{36} = \frac{25}{36} + \frac{12}{36} - \frac{1}{36} = \frac{36}{36} = 1$$

$$\mathbf{d.} \left[\left(\frac{2}{4} - \frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1}{2} \right] : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right)^2 \cdot \left[\frac{7}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3} \right)^3 \right]^{-1} =$$

$$= \left(0 + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left[\frac{7}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{15} \right)^3 \right]^{-1} = \frac{1}{2} : \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{64}{3375} \right)^{-1} =$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{64}{10125} \right)^{-1} = 2 \cdot \frac{10125}{23561} = \frac{20250}{23561}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FRACCIONES

- 13 José ha destinado tres quintas partes de sus ahorros a reformar su casa, y la mitad de lo que le ha quedado, a amueblarla.
 - a. ¿Qué fracción de sus ahorros ha empleado José en amueblar su casa?

En reformar la casa
$$\Rightarrow \frac{3}{5}$$

Ha quedado
$$\Rightarrow \frac{2}{5}$$

La mitad de lo que ha quedado
$$\Rightarrow \frac{2}{5}:2=\frac{1}{5}$$

Ha empleado
$$\frac{1}{5}$$
 de sus ahorros en amueblar la casa.

b. ¿Qué fracción de sus ahorros le ha sobrado finalmente?

$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

Le ha sobrado $\frac{1}{5}$ de sus ahorros.

c. ¿Qué fracción de sus ahorros ha gastado José?

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Ha gastado $\frac{4}{5}$ de sus ahorros.

d. Si tenía 12 000 €, calcula cuánto dinero ha gastado José entre la reforma y los muebles. ¿Cuánto le ha sobrado?

En reformar la casa
$$\frac{3}{5} \text{ de} 12000 \Rightarrow \frac{3}{5} \cdot 12000 = 7200$$

En los muebles
$$\frac{1}{5}$$
 de12000 $\Rightarrow \frac{1}{5} \cdot 12000 = 2400$

$$12000 - 7200 - 2400 = 2400$$

Ha gastado 7 200 € en la reforma y 2 400 € en muebles, y le han sobrado 2 400 €.

- 14 Pilar destina $\frac{2}{5}$ partes de los 950 m² de un terreno al cultivo de plantas ornamentales, $\frac{1}{4}$ al de plantas de interior, $\frac{3}{10}$ al de hierbas aromáticas y el resto al cultivo de plantas exóticas.
 - a. ¿Qué fracción del terreno corresponde al cultivo de plantas exóticas?

$$1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{4} - \frac{3}{10} = \frac{20}{20} - \frac{8}{20} - \frac{5}{20} - \frac{6}{20} = \frac{1}{20}$$

Se dedica $\frac{1}{20}$ del terreno a plantas exóticas.

b. Calcula la superficie que destina Pilar a cada tipo de cultivo.

Plantas ornamentales $\Rightarrow 950 \cdot \frac{2}{5} = 380$

Plantas de interior $\rightarrow 950 \cdot \frac{1}{4} = 237,5$

Hierbas aromáticas $\Rightarrow 950 \cdot \frac{3}{10} = 285$

Plantas exóticas $\rightarrow 950 \cdot \frac{1}{20} = 47,5$

Se dedican 380 m^2 a plantas ornamentales; 237.5 m^2 , a plantas de interior; 285 m^2 , a hierbas aromáticas, y 47.5 m^2 , a plantas exóticas.

c. Tres quintas partes de la superficie dedicada al cultivo de plantas aromáticas están ocupadas por perejil. Averigua cuántos metros cuadrados de superficie le corresponden al perejil.

$$285 \cdot \frac{3}{5} = 171$$

Se han plantado 171 m² de perejil.

d. Cada metro cuadrado de tierra produce 1,6 kg de perejil, que se vende a 3,50 € el kilogramo. ¿Cuánto dinero obtendrá Pilar por la venta de su cosecha del perejil?

$$171 \cdot 1, 6 \cdot 3, 50 = 957, 60$$

Se obtienen 957,60 €.

15 La ONG Deporte para tod@s promueve el deporte entre los adolescentes. La siguiente tabla muestra de qué manera reparten su presupuesto. Copia la tabla en tu cuaderno y complétala con los datos que faltan.

	Importe (€)	Fracción
Equipamiento/ material deportivo		<u>1</u> 5
Mantenimiento de las instalaciones		1/2
Difusión de actividades	1 200	
Transporte colectivo para torneos		<u>1</u>
Total (€)		

Fracción difusión de actividades:
$$1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{30}{30} - \frac{5}{30} - \frac{15}{30} - \frac{6}{30} = \frac{2}{15}$$

Importe total:
$$1200 : \frac{2}{15} = 9000$$

Importe material deportivo:
$$9000 \cdot \frac{1}{5} = 1800$$

Importe mantenimiento instalaciones:
$$9000 \cdot \frac{1}{2} = 4500$$

Importe transporte:
$$9000 \cdot \frac{1}{6} = 1500$$

	Importe (€)	Fracción
Equipamiento/ material deportivo	1800	<u>1</u> 5
Mantenimiento de las instalaciones	4500	1/2
Difusión de actividades	1 200	<u>2</u> 15
Transporte colectivo para torneos	1500	<u>1</u>
Total (€)	9000	

16 La quinta parte de los voluntarios que participan en una excavación arqueológica son chinos, un tercio son italianos, un décimo son australianos y 22 son españoles. Halla cuál es el número total de voluntarios y cuántos hay de cada nacionalidad.

Fracción de españoles:

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{30}{30} - \frac{6}{30} - \frac{10}{30} - \frac{3}{30} = \frac{11}{30}$$

El número total de voluntarios es:

$$22: \frac{11}{30} = 60$$

El número de voluntarios de cada país es:

$$60 \cdot \frac{1}{5} = 12$$

$$60 \cdot \frac{1}{3} = 20$$

$$60 \cdot \frac{1}{10} = 6$$

El número total de voluntarios es de 60. De ellos, 12 son chinos, 20 son italianos y 6 son australianos.

17 Se ha realizado una campaña de vacunación contra la gripe en dos etapas. Al finalizar la primera etapa, quedaron la mitad de las vacunas sin utilizar. Durante la segunda etapa se vacunaron 200 personas. Si tras la segunda etapa quedaron $\frac{2}{5}$ partes de las vacunas sin utilizar, ¿cuántas vacunas había disponibles inicialmente?

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{10}{10} - \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$$

$$200: \frac{1}{10} = 2000$$

Había 2 000 vacunas disponibles.

18 Lola se ha comprado $\frac{3}{8}$ de una colección de cómics, y su abuela le ha regalado $\frac{3}{5}$ del resto. Si a Lola le faltan todavía 15 cómics para completar la colección, ¿cuántos ejemplares tiene la colección completa?

Su abuela le ha regalado: $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8}$$

15:
$$\frac{2}{8}$$
 = 60

La colección tiene 60 cómics.

19 Cuatro séptimas partes de los libros de que dispone una librería de segunda mano son novelas; dos quintas partes de los libros restantes, libros de poesía, y el resto, obras de teatro. Calcula cuántos libros hay en total en la biblioteca, sabiendo que hay 450 obras de teatro.

Novela:
$$\frac{4}{7}$$

Poesía:
$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

Teatro:
$$1 - \frac{4}{7} - \frac{6}{35} = \frac{35}{35} - \frac{20}{35} - \frac{6}{35} = \frac{9}{35}$$

$$450: \frac{9}{35} = 1750$$

En la librería hay 1 750 libros.

- 20 Un pienso para ganado está compuesto en sus tres quintas partes por maíz; del resto, tres octavas partes corresponden a harina de soja, y una quinta parte de lo que queda, a salvado de trigo.
 - a. Averigua qué fracción del total representan la harina de soja y el salvado de trigo.

Maíz:
$$\frac{3}{5}$$
 Harina de soja: $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{20}$

Salvado de trigo:

$$1 - \frac{3}{5} - \frac{3}{20} = \frac{20}{20} - \frac{12}{20} - \frac{3}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

Se usa $\frac{3}{20}$ de harina de soja y $\frac{1}{20}$ de salvado de trigo.

b. Calcula cuántos kilogramos de cada componente hay en 5 000 kg de pienso.

$$5000 \cdot \frac{3}{5} = 3000$$

$$5000 \cdot \frac{3}{20} = 750$$

$$5000 \cdot \frac{1}{20} = 250$$

Hay 3 000 kg de maíz, 750 kg de harina de soja y 250 kg de salvado de trigo.

c. Si se han utilizado 150 kg de salvado de trigo, ¿cuántos kilos de pienso se han fabricado?

$$150: \frac{1}{20} = 3000$$

Se han fabricado 3 000 kg de pienso.

OPERACIONES CON DECIMALES

21 Resuelve estas operaciones y responde a las preguntas:

$$2 \cdot 0.5 = 1$$

$$3.6 \cdot 0.5 = 1.8$$

$$0,48 \cdot 0,5 = 0,24$$

$$12,3 \cdot 0,5 = 6,15$$

a. ¿Qué operación equivale a multiplicar por 0,5?

Dividir entre dos.

b. Usa la fracción generatriz del número 0,5 para explicar razonadamente el apartado anterior.

$$0.5 = \frac{1}{2}$$
, por lo que multiplicar por 0.5 es igual a dividir por 2 .

c. ¿Por qué dividir un número, N, entre 0,5 equivale a multiplicar N por 2? Razona tu respuesta.

Porque dividir un número entre 0,5 es lo mismo que dividirlo entre $\frac{1}{2}$, que es lo mismo que multiplicarlo por 2.

22 Efectúa las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma decimal con ayuda de la calculadora:

a.
$$0.5 \cdot (0.2 - 0.3) = -0.066 6...$$

b.
$$1 - 1.5 \cdot 0.6 = 0.00001$$

c.
$$2 \cdot (0, \hat{3})^2 - 1 : 1, \hat{1} = -0.677 7...$$

d.
$$0,0\hat{5} - 0,5 : (0,\hat{7} - 1) = 2,305 55...$$

23 Efectúa las operaciones indicadas y expresa los resultados en forma decimal con la ayuda de la calculadora.

$$3, \hat{4} + 2, \hat{5} = 6$$

$$\mathbf{0,43} + \mathbf{1,26} = 1,7$$

$$6,47+7,52=14$$

Analiza los resultados que has obtenido y escribe dos operaciones con números periódicos cuyos resultados sean números enteros o decimales exactos.

Los resultados de las operaciones son 6, 1,7 y 14. Si las cifras periódicas suman 9, el resultado es un número entero o un número decimal exacto.

Respuesta abierta, por ejemplo: 2,455... + 3,244... = 5,7

24 Redondea los números decimales a las centésimas y efectúa las operaciones.

a.
$$3,575 \cdot (2-1,\hat{6}) - 2,\hat{4} : 0,01 + 4,256 = 3,58 \cdot (2-1,67) - 2,44 : 0,01 + 4,26 = -238,558 6$$

b.
$$(\mathbf{0}, \mathbf{7})^2 - \mathbf{3}, \mathbf{41} : \mathbf{0}, \mathbf{5} + \mathbf{0}, \mathbf{4} \cdot (\mathbf{1}, \mathbf{17})^2 = 0.78^2 - 3.41 : 0.5 + 0.44 \cdot 1.18^2 = -5.598 944$$

c.
$$0.75 \cdot 0.48 - 0.976 : 0.2 + 3 \cdot 1.7801 = 0.75 \cdot 0.18 - 0.98 : 0.2 + 3 \cdot 1.78 = 0.575$$

25 Resuelve estas operaciones y responde a la pregunta:

a.
$$1, \hat{3} + 2, \hat{5} = 3,888 8...$$

b.
$$0,\overline{23}+7,\overline{41} = 7,646 4...$$

c.
$$9,2\hat{4}+3,5\hat{4} = 12,7888...$$

¿Es posible efectuar la operación 0.05 + 0.23 sin tener que calcular la fracción generatriz? Razona tu respuesta.

Sí, puesto que no hay llevadas en la operación y el periodo está en la misma posición en ambos sumandos.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

26 Calcula el valor de las siguientes potencias de 10:

a.
$$10^6 = 1000000$$

b.
$$10^{-2} = 0.01$$

c.
$$10^4 = 10000$$

d.
$$10^{-5} = 0.00001$$

e.
$$10^5 = 100000$$

$$f. 10^9 = 1 000 000 000$$

g.
$$10^{-7} = 0,000\ 000\ 1$$

h.
$$10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$$

i.
$$10^{-4} = 0,000 1$$

j.
$$10^{-1} = 0.1$$

k.
$$10^{-8} = 0,000\ 000\ 01$$

I.
$$10^3 = 1000$$

27 Efectúa las operaciones y expresa los resultados en notación científica.

a.
$$2,37 \cdot 10^5 + 1,9 \cdot 10^7 = (2,37 + 1,9 \cdot 10^2) \cdot 10^5 = 192,37 \cdot 10^5 = 1,92 \cdot 10^7$$

b.
$$4 \cdot 10^{-5} - 2,117 \cdot 10^{-3} = (4 - 2,117 \cdot 10^{2}) \cdot 10^{-5} = -207,7 \cdot 10^{-5} = -2,077 \cdot 10^{-3}$$

c.
$$1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 3,2 \cdot 10^{9} = 4 \cdot 10^{6}$$

d. 2,5 · **10**⁶ : **1,45** · **10**⁻⁸ =
$$1,72 \cdot 10^{14}$$

28 Usa la notación científica para comprobar que el cociente de un número, N, dividido entre 0,1; 0,01 y 0,001 es igual al producto de N por 10, 100 y 1 000, respectivamente.

$$N: 0.1 = N: 10^{-1} = N \cdot 10$$

N: 0,01 = N:
$$10^{-2}$$
 = N · 10^{2}

$$N: 0,001 = N: 10^{-3} = N \cdot 10^{3}$$

29 ¿Cuántos glóbulos rojos contiene una donación de sangre de medio litro si hay 4,5 millones de glóbulos rojos en cada microlitro de sangre?

Medio litro son 500 000 microlitros
$$\Rightarrow 5 \cdot 10^5 \cdot 4.5 \cdot 10^6 = 2.5 \cdot 10^{12}$$

30 La distancia de la Tierra al Sol es de 149 600 000 km. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a la Tierra un rayo de sol?

$$149.6 \cdot 10^9 : 3 \cdot 10^8 = 498.67$$

Tarda 498,67 s, aproximadamente 8,31 minutos.

31 Para producir un kilo de carne fresca de vacuno, se necesitan 10 m³ de agua. Expresa en notación científica cuántos litros de agua se necesitan para producir 5 t de carne.

$$5 t = 5 000 kg$$

$$10 \text{ m}^3 = 10\ 000\ \text{dm}^3 = 10\ 000\ \text{L}$$

$$5 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^7$$

Se necesitan $5 \cdot 10^7$ L de agua.

32 En cada inspiración introducimos aproximadamente un litro de aire en nuestros pulmones. ¿Cuántas moléculas de aire entran en una inspiración si en 22,4 L de aire hay 6,02 · 10²³ moléculas?

$$6.02 \cdot 10^{23}$$
: 22,4 = $6.02 \cdot 10^{23}$: (2,24 · 10) = 2,687 5 · 10^{22}

Inspiramos 2,687 5 · 10²² moléculas, aproximadamente 2,69 · 10²² moléculas.

33 La masa de un protón es de 1,672 6 \cdot 10⁻²⁷ kg, y la de un electrón, de 9,109 1 · 10⁻³¹ kg. ¿Cuántas veces es mayor la masa del protón que la del electrón?

$$1,672 \ 6 \cdot 10^{-27} \ : (9,109 \ 1 \cdot 10^{-31}) = 1836,19$$

La masa del electrón es aproximadamente 1 836 veces menor que la del protón.

EVALUACIÓN

¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{3}{6}\right) + \frac{3}{15}$$

a.
$$\frac{3}{5}$$

a.
$$\frac{3}{5}$$
 b. $\frac{2}{4}$

c.
$$\frac{1}{15}$$

d.
$$\frac{7}{6}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} + \frac{3}{6} + \frac{3}{15} = \frac{20}{30} - \frac{6}{30} + \frac{15}{30} + \frac{6}{30} = \frac{35}{30} = \frac{7}{6}$$

Indica el resultado de la siguiente operación: $\left(\frac{6}{15} \cdot \frac{15}{10}\right)$: $\frac{10}{35}$

a.
$$\frac{11}{10}$$

b.
$$\frac{21}{10}$$

c.
$$\frac{1}{10}$$

d.
$$\frac{10}{21}$$

$$\frac{6}{10}$$
: $\frac{10}{35} = \frac{210}{100} = \frac{21}{10}$

¿Qué fracción equivale a esta expresión?

$$\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\!\!\!\!-2}\cdot\!\left(\frac{3}{7}\right)^{\!\!\!\!-4}\right]\!:\!\left(\frac{3}{7}\right)^{\!\!\!\!-7}$$

- b. $\frac{9}{49}$ c. $\frac{7}{3}$

$$\left\lceil \left(\frac{7}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^4 \right\rceil : \left(\frac{7}{3}\right)^7 = \left(\frac{7}{3}\right)^{2+4} : \left(\frac{7}{3}\right)^7 = \left(\frac{7}{3}\right)^6 : \left(\frac{7}{3}\right)^7 = \left(\frac{7}{3}\right)^{6-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{7}$$

Roberto ya ha completado las tres cuartas partes del trayecto entre su casa y su lugar de trabajo, y aún le quedan por recorrer 12 km. ¿Qué distancia recorrerá en total?

- a. 48 km
- b. 120 km
- d. 16 km

Ha recorrido $\frac{3}{4}$ partes, por lo que le queda aún $\frac{1}{4}$ parte del trayecto, que son 12 km. Entonces, el total de kilómetros es:

12:
$$\frac{1}{4}$$
 = 48

Un escritor pudo completar su primera novela en tres meses. El primer mes escribió $\frac{3}{8}$ de su obra, y el segundo mes, $\frac{3}{9}$ de lo que le restaba. ¿Qué expresión representa la fracción de novela que le quedaba por escribir el tercer mes?

a.
$$\frac{3}{8} - \frac{3}{9}$$

c.
$$1 - \frac{3}{8} - \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{8}$$

b.
$$1-\frac{3}{8}+\frac{3}{9}$$

d.
$$1 - \frac{3}{8} - \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{8}$$

Primer mes: $\frac{3}{6}$

Segundo mes: $\frac{3}{9} \cdot \frac{5}{8}$

Tercer mes: $1 - \frac{3}{8} - \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{8}$

6 Indica qué fracción es el resultado de $1,\overline{2}3:6,\overline{2}$.

a.
$$\frac{6}{23}$$

b.
$$\frac{123}{62}$$

c.
$$\frac{13}{6}$$

d.
$$\frac{61}{308}$$

$$\frac{122}{99}$$
: $\frac{56}{9}$ = $\frac{1098}{5544}$ = $\frac{61}{308}$

7 ¿Cuál es la expresión en notación científica del número 18 156 000 000?