

FRACCIONES GENERATRICES

Expresión decimal: Es una expresión numérica formada por unidades naturales (que se llaman parte entera de la expresión decimal) y de unidades decimales separadas de la parte entera por una coma. La parte entera figura a la izquierda de la coma y la parte decimal a la derecha de la misma

Ejemplo:
En la expresión decimal 38,325 la parte entera es 38 y la parte decimal es 325.

Clasificación de las expresiones decimales:

Las expresiones decimales pueden ser:

$$\text{Decimal} \left\{ \begin{array}{l} \text{Finita} : 0,72 \\ \text{Infinita} \left\{ \begin{array}{l} \text{Periódica} \left\{ \begin{array}{l} \text{Pura} : 12,737373\dots = 12,\overline{73} \\ \text{Mixta} : 8,2345345345\dots = 8,\overline{2345} \end{array} \right. \\ \text{Noperiódica} : 2,37337333733337\dots \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Finitas (que también se llaman limitadas o exactas), por ejemplo 3,24, que son aquellas que tienen un número finito de cifras, distintas de cero, después de la coma.

Infinitas (que también se llaman ilimitadas o inexactas), por ejemplo $2,676767\dots$ que suele escribirse abreviadamente como $2,\overline{67}$, que son aquellas que tienen un número infinito de cifras, distintas de cero, después de la coma.

Las expresiones decimales infinitas pueden ser:

Periódica que es una expresión decimal infinita en la que hay una o varias cifras decimales que se repiten indefinidamente y en el mismo orden a partir de cierto lugar después de la coma. A la cifra o grupo de cifras que se repiten se llama el período (parte periódica) y a las cifras decimales que no se repiten se les llaman el ante período (parte no periódica). El período se suele expresarse por medio de un arco que abarca a todas las cifras que lo forman.

No periódica que es una expresión decimal de infinitas cifras no periódicas, es decir, no contiene una cifra o un grupo de cifras que se repitan indefinidamente y en el mismo orden. Estas expresiones no provienen de un número racional, son números irracionales.

Ejemplo;

Expresar con notación abreviada las siguientes expresiones decimales y decir cual es la parte entera, el período y la parte no periódica:

- $0,3333\dots$ se escribe de forma abreviada $0,\overline{3}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 3 y no tiene parte no periódica porque es un decimal periódico puro.
- $0,121212\dots$ se escribe de forma abreviada $0,\overline{12}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 12 y no tiene parte no periódica porque es un decimal periódico puro.
- $0,08333\dots$ se escribe de forma abreviada $0,08\overline{3}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 3 y la parte no periódica es 08.
- $0,23535\dots$ se escribe de forma abreviada $0,2\overline{35}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 35 y la parte no periódica es 2.
- $12,4545\dots$ se escribe de forma abreviada $12,\overline{45}$ la parte entera es 12, el período es 45 y no tiene parte no periódica porque es un decimal periódico puro.
- $7,51919\dots$ se escribe de forma abreviada $7,\overline{519}$ la parte entera es 7, el período es 19 y la parte no periódica es 5.
- $132,12546546546\dots$ se escribe de forma abreviada $132,\overline{12546}$ la parte entera es 132, el período es 546 y la parte no periódica es 12.

Expresión decimal de un número racional:

Para calcular la expresión decimal de un número racional se divide el numerador entre el denominador, por ejemplo:

$$\frac{21}{350} = 0,06 \text{ que es un número decimal exacto.}$$

$$\frac{8}{9} = 0,8888..... = 0,\bar{8} \text{ que es un número decimal periódico puro.}$$

$$\frac{26}{12} = 2,16666..... = 2,1\bar{6} \text{ que es un número decimal periódico mixto.}$$

Como conocer el tipo de expresión decimal que representa una fracción sin hacer la división:

1º) Se convierte la fracción en irreducible.

2º) Se hace la factorización del denominador y se tiene que:

- Si los factores primos del denominador son el 2, el 5 o ambos entonces el número decimal es exacto.
- Si los factores primos del denominador son distintos de 2 y de 5 entonces el número decimal es periódico puro.
- Si los factores primos del denominador son el 2 o el cinco o ambos acompañados de otros factores entonces el número decimal es periódico mixto.

Ejemplo:

Sin hacer la división decir que tipo de expresión decimal tienen las siguientes fracciones:

a) $\frac{313}{500}$

Primero la convertiríamos en irreducible, como ya lo es factorizamos el denominador, cuya factorización es $500 = 2^2 \cdot 5^3$; por lo tanto su expresión decimal es exacta ya que solo tiene como factores primos el 2 y el 5.

b) $\frac{5}{21}$

Primero la convertiríamos en irreducible, como ya lo es factorizamos el denominador, cuya factorización es $21 = 3 \cdot 7$; por lo tanto su expresión decimal es periódica pura ya que los factores primos son distintos de 2 y de 5.

c) $\frac{122}{150}$

Primero la convertimos en irreducible y obtenemos la fracción $\frac{61}{75}$.

Segundo factorizamos el denominador, cuya factorización es $75 = 3 \cdot 5^2$, por lo tanto la expresión decimal es periódica mixta ya que los factores primos son el 5 y el 3.

Fracción generatriz de una expresión decimal: Es la fracción irreducible de que procede toda expresión decimal.

Para calcular la fracción generatriz se pueden dar los siguientes casos:

1º) Fracción generatriz de una expresión decimal exacta:

Es una fracción que tiene como numerador el decimal sin la coma y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene la expresión:

Ejemplo:

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

2º) Fracción generatriz de una expresión decimal periódica pura:

Es una fracción que tiene por numerador el decimal sin la coma menos la parte entera y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período.

Ejemplos:

$$\text{a) } 0,\bar{43} = \frac{43-0}{99} = \frac{43}{99} \quad \text{b) } 1,\bar{3} = \frac{13-1}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad \text{c) } 1,\bar{23} = \frac{123-1}{99} = \frac{122}{99}$$

3º) Fracción generatriz de una expresión decimal periódico mixta:

Es una fracción que tiene por numerador el decimal sin la coma menos la parte entera seguida de la parte no periódica y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período y tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica.

Ejemplos:

$$\text{a) } 0,4\overline{56} = \frac{456-4}{990} = \frac{452}{990} = \frac{226}{495} \quad \text{b) } 0,7\overline{3} = \frac{73-7}{90} = \frac{66}{90} = \frac{11}{15} \quad \text{c) } 1,6\overline{93} = \frac{1693-16}{990} = \frac{1677}{990} = \frac{559}{330}$$

1º) Hallar a expresión decimal de las siguientes fracciones y clasificar los decimales que se obtengan.

$$\text{a) } \frac{5}{4} \quad \text{b) } \frac{2}{3} \quad \text{c) } \frac{7}{5} \quad \text{d) } \frac{1}{20} \quad \text{e) } \frac{19}{11} \quad \text{f) } \frac{17}{30} \quad \text{g) } \frac{3}{7} \quad \text{h) } \frac{25}{33} \quad \text{i) } \frac{117}{45}$$

Solución:

a) 1,25 exacto b) $0,\overline{6}$ periódico puro c) 1,4 exacto d) 0,05 exacto e) $1,\overline{72}$ periódico puro
f) $0,5\overline{6}$ periódico mixto g) $0,4\overline{28571}$ periódico puro h) $0,\overline{75}$ periódico puro i) 2,6 exacto

2º) Indicar si los siguientes números son o no periódicos y en el caso de serlo escribirlos abreviadamente:

a) 2,353535 b) 6,045454545.... c) 5,212212221..... d) 0,01100110011.....

Solución:

a) Exacto b) Periódico mixto $6,0\overline{45}$ c) No periódico d) Periódico mixto $0,01\overline{10011}$

3º) Indicar si los siguientes números son o no periódicos y en el caso de serlo escribirlos abreviadamente:

a) 56,323232..... b) 3,02155555... c) 18,481111..... d) 0,99999.... e) 74,363636.....
f) 11,055555..... g) 0,95111111... h) 2,888888.....

Soluciones:

a) Periódico puro $56,\overline{32}$ b) Periódico mixto $3,02\overline{15}$ c) Periódico mixto $18,48\overline{1}$
d) Periódico puro $0,\overline{9}$ e) Periódico puro $74,\overline{36}$ f) Periódico mixto $11,0\overline{5}$
g) Periódico mixto $0,95\overline{1}$ h) Periódico puro $2,\overline{8}$

4º) Hallar a expresión decimal de las siguientes fracciones y clasificar los decimales que se obtengan.

$$\text{a) } \frac{5}{3} \quad \text{b) } \frac{17}{6} \quad \text{c) } \frac{25}{13} \quad \text{d) } \frac{7}{4} \quad \text{e) } \frac{19}{18} \quad \text{f) } \frac{27}{19} \quad \text{g) } \frac{11}{12} \quad \text{h) } \frac{5}{8} \quad \text{i) } \frac{5}{15} \quad \text{j) } \frac{8}{50}$$

Soluciones:

a) $1,\overline{6}$ Periódico puro b) Periódico mixto $2,8\overline{3}$ c) Periódico puro $1,9\overline{23076}$
d) Exacto 1,75 e) Periódico mixto $1,0\overline{5}$ f) Periódico puro $1,42105263157894736\overline{8}$
g) Periódico mixto $0,91\overline{6}$ h) Exacto 0,625 i) Periódico puro $1,\overline{3}$ j) Exacto 0,16.

5º) Sin hacer la división decir que tipo de expresión decimal tienen las siguientes fracciones:

$$\text{a) } \frac{34}{8} \quad \text{b) } \frac{40}{33} \quad \text{c) } \frac{23}{12} \quad \text{d) } \frac{24}{100} \quad \text{e) } \frac{40}{35} \quad \text{f) } \frac{117}{110} \quad \text{g) } \frac{510}{55} \quad \text{h) } \frac{370}{30}$$

Soluciones:

a) Exacta b) Periódico pura c) Periódico mixta d) Exacta e) Periódico pura f) Periódico mixta
g) Periódico pura h) Periódico pura

6°) Hallar la fracción generatriz de las siguientes expresiones decimales:

- a) $0,5\overline{64}$ b) $1,3\overline{4}$ c) $0,1\overline{8}$ d) $0,5\overline{67}$ e) $4,1\overline{34}$ f) $2,5\overline{1}$ g) $6,0\overline{45}$ h) $0,7\overline{}$ i) $11,4\overline{6}$ j) $-3,1\overline{23}$
k) $3,9\overline{}$ l) $-1,9\overline{}$ m) $4,14\overline{9}$

Soluciones:

- a) $\frac{141}{250}$ b) $\frac{67}{50}$ c) $\frac{2}{11}$ d) $\frac{511}{900}$ e) $\frac{3721}{9000}$ f) $\frac{251}{10}$ g) $\frac{133}{22}$ h) $\frac{7}{9}$ i) $\frac{172}{15}$ j) $-\frac{1546}{495}$
k) 4 l) -2 m) 4,15

7°) Hallar la fracción generatriz de las siguientes expresiones decimales:

- a) $3,6\overline{3}$ b) $0,5\overline{15}$ c) $5,444\dots$ d) $3,757575\dots$ e) $0,126126126\dots$ f) $2,4787878\dots$
g) $4,12353535\dots$ h) $0,07324324324$

Soluciones:

- a) $\frac{363}{100}$ b) $\frac{103}{200}$ c) $\frac{49}{9}$ d) $\frac{373}{99}$ e) $\frac{14}{111}$ f) $\frac{409}{165}$ g) $\frac{40823}{9900}$ h) $\frac{271}{3700}$

8°) Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales:

- a) 0,4 b) $0,3\overline{}$ c) 0,123 d) 1,9999..... e) $1,5\overline{4}$ f) $3,4\overline{}$ g) $2,5\overline{6}$ h) $23,4\overline{5}$ i) $3,4\overline{56}$

Soluciones:

- a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{123}{1000}$ d) 2 e) $\frac{139}{90}$ f) $\frac{31}{9}$ g) $\frac{254}{99}$ h) $\frac{2111}{90}$ i) $\frac{1711}{495}$

9°) Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales:

- a) $8,3\overline{4}$ b) $9,2\overline{7}$ c) $0,1\overline{3}$ d) $3,3\overline{74}$ e) $4,999\dots$ f) $34,5\overline{67}$ g) $1,1\overline{23}$ h) 1,999

Soluciones:

- a) $\frac{417}{50}$ b) $\frac{102}{11}$ c) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{3341}{990}$ e) 5 f) $\frac{17111}{495}$ g) $\frac{374}{333}$ h) $\frac{1999}{1000}$

10°) Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales:

- a) $15,1\overline{23}$ b) $12,3\overline{}$ c) $3,1\overline{51}$ d) $3,5\overline{8}$ e) $6,7999\dots$ f) $0,3\overline{778}$ g) $2,6\overline{78}$ h) $23,4999$

Soluciones:

- a) $\frac{15123}{1000}$ b) $\frac{37}{3}$ c) $\frac{709}{225}$ d) $\frac{355}{99}$ e) $\frac{34}{5}$ f) $\frac{1247}{3300}$ g) $\frac{892}{333}$ h) $\frac{234999}{10000}$

11°) Calcular las siguientes operaciones con decimales usando sus fracciones generatrices:

- a) $8,9 + 0,3\overline{4} - 6,5$ b) $1,3\overline{+} + 5,6\overline{-} - 2,4$ c) $12,4\overline{\cdot} \cdot 8,6\overline{-}$ d) $25,6\overline{-} - 12,3\overline{4}$ e) $2,1\overline{2} + 1,0\overline{3}$

Soluciones:

- a) $\frac{121}{45}$ b) $\frac{23}{5}$ c) $\frac{2912}{27}$ d) $\frac{40}{3}$ e) $\frac{347}{110}$

12°) Calcular las siguientes operaciones con decimales usando sus fracciones generatrices:

- a) $(0,9\overline{1} - 0,7\overline{-}) \cdot 0,6\overline{6}$ b) $\frac{2,0\overline{3} - 1,6\overline{-}}{0,2}$ c) $\frac{2,1\overline{-} - 1,9\overline{-}}{0,5 - 0,9} + 1$ d) $2,3\overline{-} + 1,6\overline{-}$ e) $\frac{12,5\overline{-}}{3,0\overline{5}}$ f) $1,4 + 0,0\overline{1} \cdot 1,3\overline{-} : 1,2\overline{8}$

Soluciones:

- a) $\frac{7}{75}$ b) $\frac{11}{6}$ c) $\frac{7}{9}$ d) 4 e) $\frac{226}{55}$ f) $\frac{614}{435}$

13°) Calcular las siguientes operaciones con decimales usando sus fracciones generatrices:

- a) $2,4\overline{-} - 1,9\overline{-}$; b) $\frac{14,0\overline{5}}{6,5}$; c) $\frac{1,6\overline{-} - 0,1\overline{9}}{0,25}$; d) $0,5\overline{-} + 0,4\overline{-} + 0,3\overline{-}$; e) $3,0\overline{7} - 1,6\overline{7}$; f) $0,7\overline{-} - 1,2\overline{3}$

- g) $0,3\overline{6} - 1,2\overline{-}$; h) $\frac{4}{3} - (0,75 + 0,6\overline{-}) + \frac{13}{12}$; i) $(3,2\overline{-} + 1,3\overline{-}) : (0,2 + 0,2\overline{-})$; j) $\frac{4,3\overline{-} + 3,2\overline{5}}{0,9}$; k) $\frac{\frac{2}{3} + 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 0,3\overline{-}}{0,0\overline{2}}$

BOLETÍN REPASO

1º) Transforma en número decimal las siguientes fracciones:

a) $\frac{121}{9}$; b) $\frac{173}{24}$; c) $\frac{1}{18}$; d) $\frac{2}{11}$; e) $\frac{1.073}{3.300}$.

Solución:

a) $13,\overline{4}$; b) $7,208\overline{3}$; c) $0,0\overline{5}$; d) $0,1\overline{8}$; e) $0,325\overline{1}$.

2º) Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos y decimales periódicos:

a) $\frac{13}{8}$; b) $\frac{139}{27}$; c) $\frac{25}{11}$; d) $\frac{9}{250}$; e) $\frac{4}{13}$; f) $\frac{22}{7}$.

Soluciones:

a) $1,625$ exacto; b) $5,148$ periódico; c) $2,2\overline{7}$ periódico; d) $0,036$ periódico;
e) $0,30769\overline{2}$ periódico; f) $3,14285\overline{7}$ periódico.

3º) Expresa en forma de fracción irreducible:

a) $1,324$; b) $2,\overline{4}$; c) $0,008$; d) $5,5\overline{3}$; e) $2,3\overline{5}$; f) $0,028$; g) $1,235$; h) $0,11\overline{8}$.

Soluciones:

a) $\frac{331}{250}$; b) $\frac{22}{9}$; c) $\frac{1}{125}$; d) $\frac{548}{99}$; e) $\frac{106}{45}$; f) $\frac{14}{495}$; g) $\frac{1.234}{999}$; h) $\frac{107}{900}$.

4º) Ordena de menor a mayor:

$5,53$; $5,5\overline{3}$; $5,5\overline{3}$; $5,5$; $5,56$.

Solución:

$5,5 < 5,5\overline{3} < 5,5\overline{3} < 5,5\overline{3} < 5,56$

5º) Di cuales de los siguientes números se pueden expresar como una fracción e indica dicha fracción:

a) $3,45$; b) $1,00\overline{3}$; c) $\sqrt{2}$; d) $2,131131113\dots$; e) π ; f) $1,14285\overline{7}$.

Soluciones:

a) Sí, la fracción es $\frac{69}{20}$; b) Sí, la fracción es $\frac{301}{300}$; c) No; d) No; e) No; f) Sí, la fracción es $\frac{8}{7}$.

6º) Efectúa las siguientes operaciones transformando previamente los números decimales en fracciones:

a) $0,1\overline{3} - 0,1\overline{6} + 3,2$; b) $\frac{0,25 \cdot 0,2\overline{5}}{0,2\overline{5}}$; c) $1,75 + 4,2 - 0,6\overline{3}$; d) $2,5 + 1,6 + 2,5 \cdot 1,6$;

e) $2,5 - 1,6 + \frac{2,5}{1,6}$; f) $0,27\overline{3} - 3,3 + 0,4$; g) $0,2 \cdot 0,7 + 0,1\overline{7}$; h) $5,3 + 3,2\overline{6} + 1,4$;

i) $1,7 \cdot 0,4 : 2,1\overline{6}$; j) $1,25 - 0,1\overline{3} : 3,6$; k) $\frac{1}{7} - 1,3 \left(\frac{5}{14} - \frac{5}{4} : 2 \right)$.

Soluciones:

a) $\frac{314}{99}$; b) $\frac{125}{506}$; c) $\frac{2.113}{396}$; d) $\frac{229}{27}$; e) $\frac{109}{45}$; f) $\frac{-133}{50}$; g) $\frac{143}{450}$; h) 10 ; i) $\frac{64}{195}$; j) $\frac{267}{220}$;

k) $\frac{1}{2}$.