



Proba de Avaliación do Bacharelato
para o Acceso á Universidade
Convocatoria ordinaria 2023

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- Calcule la matriz A^t (siendo A^t la matriz transpuesta de A) y calcule $A \cdot B$.
- Calcule la matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que cumple $A \cdot B \cdot X = C + I$ donde $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e I es la matriz identidad 2×2 .

EJERCICIO 2. Álgebra. Un grupo empresarial desea crear una red de producción formada por plantas de dos tipos: A y B. Cada planta de producción A generaría unos costes mensuales de 1.000 euros y necesitaría 8 empleados para su funcionamiento, mientras que cada planta de producción B generaría unos costes mensuales de 2.000 euros y necesitaría 4 empleados. El número de plantas de producción A no deberá superar al doble de las de tipo B. Además, los costes mensuales de esta red de producción no deben superar los 42.000 euros y tampoco debe suponer la contratación de más de 120 empleados.

- Formule el sistema de inecuaciones asociado al problema.
- Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- Si se sabe que cada planta de producción A generaría unos beneficios mensuales de 24.000 euros y cada planta de producción B de 20.000 euros, ¿cuántas plantas de producción de cada tipo deberían formar la red para que los beneficios mensuales sean máximos?

EJERCICIO 3. Análisis. El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t (en años) viene dado por la función $N(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000$, $0 \leq t \leq 11$

- Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento del agua almacenada.
- Calcule la cantidad de agua almacenada en el último año ($t = 11$).
- Calcule el año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo y el volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo.

EJERCICIO 4. Análisis. Los beneficios obtenidos durante el primer año (en cientos de euros) por un establecimiento dedicado al reparto de comida a domicilio vienen dados por la función

$$B(t) = t(t-a)^2, \quad 0 \leq t \leq 12$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses desde la apertura del establecimiento.

- Calcule el valor del parámetro a teniendo en cuenta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t = 6$.
- Para $a = 9$, ¿cuál ha sido el mayor beneficio obtenido? ¿En qué momento o momentos se ha producido? Justifica las respuestas.
- Para $a = 9$, represente la gráfica de la función $B(t)$ teniendo en cuenta la información anterior y el estudio de sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

EJERCICIO 5. Estadística y probabilidad. En una ciudad, el 70% de la población recibe publicidad de un establecimiento, de los cuales un 90% realiza alguna compra en dicho establecimiento. También se sabe que de los que no reciben publicidad, un 60% realiza alguna compra en dicho establecimiento.

- ¿Qué porcentaje de la población de la ciudad realiza alguna compra en ese establecimiento?

- b) Si elegimos una persona al azar que ha realizado alguna compra en ese establecimiento, ¿cuál es la probabilidad de que haya recibido publicidad del mismo?
- c) ¿Son independientes los sucesos “realizar alguna compra en ese establecimiento” y “recibir publicidad del mismo”? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y probabilidad. En una muestra aleatoria de 120 empresas inspeccionadas, de entre las visitadas un año por los inspectores de trabajo de una provincia, se ha sancionado a 30 de ellas.

- a) Calcule, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para la proporción de empresas sancionadas por la Inspección de Trabajo.
- b) Si ignoramos los datos iniciales y con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la proporción de empresas sancionadas con un error máximo del 2%?

SOLUCIONES

EJERCICIO 1. Álgebra. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule la matriz A^t (siendo A^t la matriz transpuesta de A) y calcule $A \cdot B$.

b) Calcule la matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que cumple $A \cdot B \cdot X = C + I$ donde $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e I es la matriz identidad 2×2 .

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+2+3 & -1+0+3 \\ 0+2-1 & 0+0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2 \times \boxed{3} \cdot \boxed{3} \times 2 \longrightarrow 2 \times 2$$

b) Despejamos X de la ecuación matricial $A \cdot B \cdot X = C + I$.

$$A \cdot B \cdot X = C + I \Rightarrow (A \cdot B)^{-1} (A \cdot B) \cdot X = (A \cdot B)^{-1} (C + I) \Rightarrow X = (A \cdot B)^{-1} (C + I)$$

Comprobamos si $A \cdot B$ tiene inversa y la calculamos.

$$|A \cdot B| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 - 2 = -5 \neq 0$$

$$(A \cdot B)^{-1} = \frac{\text{Adj}((A \cdot B)^t)}{|A \cdot B|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}}{-5} = \frac{-1}{5} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Hallamos la expresión de X .

$$C + I = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = (A \cdot B)^{-1} (C + I) = \frac{-1}{5} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{-1}{5} \begin{pmatrix} -2+0 & 2+0 \\ -2+0 & 2+0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{X = \frac{-1}{5} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/5 & -2/5 \\ 2/5 & -2/5 \end{pmatrix}}$$

EJERCICIO 2. Álgebra. Un grupo empresarial desea crear una red de producción formada por plantas de dos tipos: A y B. Cada planta de producción A generaría unos costes mensuales de 1.000 euros y necesitaría 8 empleados para su funcionamiento, mientras que cada planta de producción B generaría unos costes mensuales de 2.000 euros y necesitaría 4 empleados. El número de plantas de producción A no deberá superar al doble de las de tipo B. Además, los costes mensuales de esta red de producción no deben superar los 42.000 euros y tampoco debe suponer la contratación de más de 120 empleados.

a) Formule el sistema de inecuaciones asociado al problema. **b)** Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices. **c)** Si se sabe que cada planta de producción A generaría unos beneficios mensuales de 24.000 euros y cada planta de producción B de 20.000 euros, ¿cuántas plantas de producción de cada tipo deberían formar la red para que los beneficios mensuales sean máximos?

a) Llamamos x = número de plantas A, y = número de plantas B.

Resumimos los datos en una tabla.

	Costes mensuales	Nº empleados	Beneficio
Nº plantas A (x)	$1000x$	$8x$	$24000x$
Nº plantas B (y)	$2000y$	$4y$	$20000y$
	$1000x + 2000y$	$8x + 4y$	$24000x + 20000y$

Las restricciones son:

“El número de plantas de producción A no deberá superar al doble de las de tipo B” $\rightarrow$
 $x \leq 2y$

“Los costes mensuales de esta red de producción no deben superar los 42.000 euros y tampoco debe suponer la contratación de más de 120 empleados” $\rightarrow 1000x + 2000y \leq 42000$
 $; 8x + 4y \leq 120$

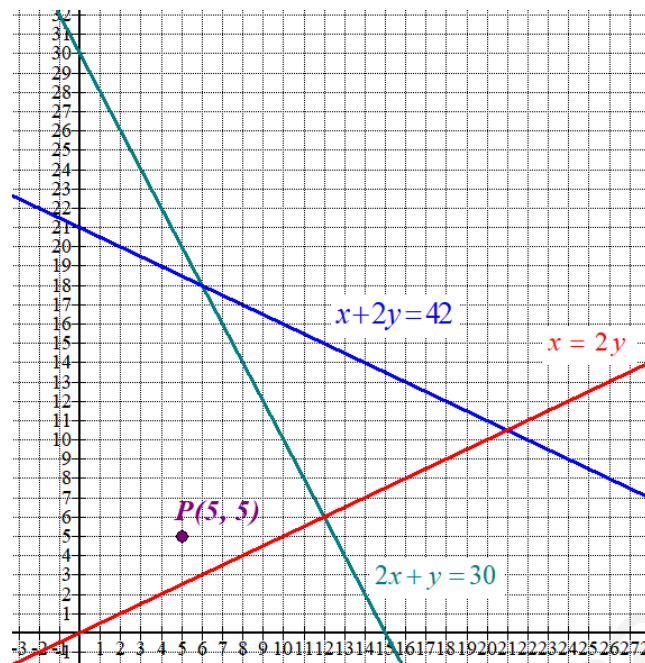
Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos todas las inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x \leq 2y \\ 1000x + 2000y \leq 42000 \\ 8x + 4y \leq 120 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \leq 2y \\ x + 2y \leq 42 \\ 2x + y \leq 30 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

b) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x = 2y$	$x + 2y = 42$	$2x + y = 30$	$x \geq 0; y \geq 0$
$x \mid y = \frac{x}{2}$	$x \mid y = \frac{42-x}{2}$	$x \mid y = 30 - 2x$	
0 0	0 21	0 30	Primer cuadrante
2 1	6 18	6 18	
12 6	42 0	12 6	
		15 0	

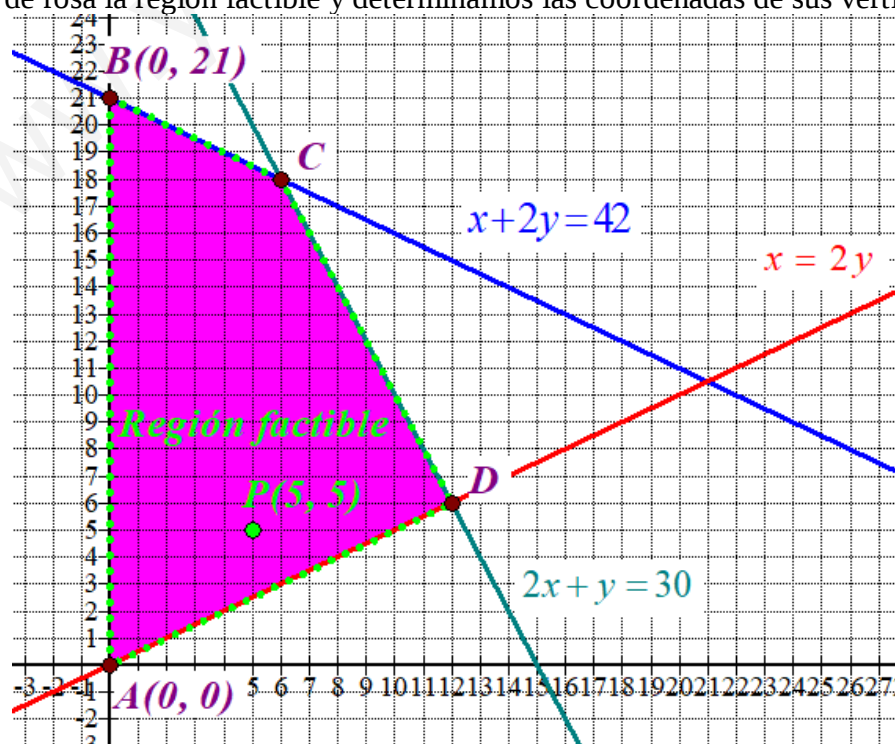


Como las restricciones del problema son
$$\left. \begin{array}{l} x \leq 2y \\ x + 2y \leq 42 \\ 2x + y \leq 30 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas azul y verde, y por encima de la roja.}$$

Comprobamos que el punto $P(5, 5)$ que pertenece a dicha región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 5 \leq 2 \cdot 5 \\ 5 + 2 \cdot 5 \leq 42 \\ 2 \cdot 5 + 5 \leq 30 \\ 5 \geq 0; 5 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 30 \\ x + 2y = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 30 - 2x \\ x + 2y = 42 \end{cases} \Rightarrow x + 2(30 - 2x) = 42 \Rightarrow x + 60 - 4x = 42 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x = -18 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = 30 - 12 = 18 \Rightarrow C(6, 18)$$

$$D \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 2x + y = 30 \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 2y + y = 30 \Rightarrow 5y = 30 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x = 2 \cdot 6 = 12 \Rightarrow D(12, 6)$$

Los vértices son A(0, 0); B(0, 21); C(6, 18) y D(12, 6).

c) La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como:

$$B(x, y) = 24000x + 20000y$$

Valoramos la función objetivo en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$$

$$B(0, 21) \rightarrow B(0, 21) = 0 + 420000 = 420000$$

$$C(6, 18) \rightarrow B(6, 18) = 24000 \cdot 6 + 20000 \cdot 18 = 504000 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(12, 6) \rightarrow B(12, 6) = 24000 \cdot 12 + 20000 \cdot 6 = 408000$$

El máximo beneficio es de 504 000 € y se produce en el vértice C (6, 18) que significa 6 plantas de producción A y 18 de B.

EJERCICIO 3. Análisis. El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t (en años) viene dado por la función $N(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000$, $0 \leq t \leq 11$

- a) Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del agua almacenada.
 b) Calcule la cantidad de agua almacenada en el último año ($t = 11$).
 c) Calcule el año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo y el volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo.

a) Utilizamos la derivada y según su signo la función crece o decrece.

$$N'(t) = 3t^2 - 48t + 180$$

$$N'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 48t + 180 = 0 \Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4(1)(60)}}{2} = \frac{16 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{16+4}{2} = 10 = t \\ \frac{16-4}{2} = 6 = t \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos valores.

En el intervalo $(0, 6)$ tomamos $t = 1$ y la derivada vale $N'(1) = 3 \cdot 1^2 - 48 \cdot 1 + 180 = 135 > 0$.

La función crece en $(0, 6)$.

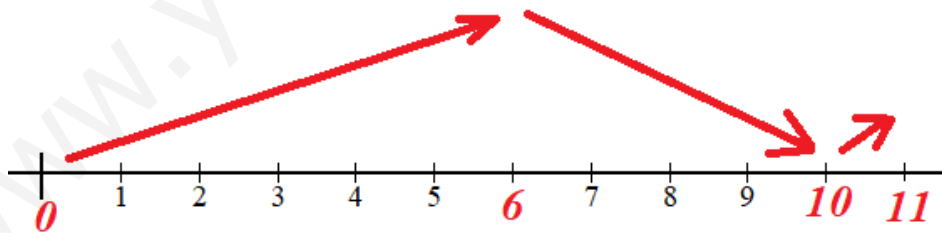
En el intervalo $(6, 10)$ tomamos $t = 7$ y la derivada vale $N'(7) = 3 \cdot 7^2 - 48 \cdot 7 + 180 = -9 < 0$.

La función decrece en $(6, 10)$.

En el intervalo $(10, 11)$ tomamos $t = 10.5$ y la derivada vale

$N'(10.5) = 3 \cdot 10.5^2 - 48 \cdot 10.5 + 180 = 6.75 > 0$. La función crece en $(10, 11)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función crece en $(0, 6) \cup (10, 11)$ y decrece en $(6, 10)$.

b) $N(11) = 11^3 - 24 \cdot 11^2 + 180 \cdot 11 + 8000 = 8407$.

En el año 11 hay depositados 8407 millones de litros en el embalse.

- c) Observando el esquema de evolución de la función del dibujo superior el máximo absoluto solo puede estar en el año 6 o en el 11. Comparamos los valores de la función en dichos años.

$$\left. \begin{array}{l} N(6) = 6^3 - 24 \cdot 6^2 + 180 \cdot 6 + 8000 = 8432 \\ N(11) = 8407 \end{array} \right\} \Rightarrow N(6) > N(11)$$

El año 6 tuvo la mayor cantidad de agua depositada, siendo esta de 8432 millones de litros.

EJERCICIO 4. Análisis. Los beneficios obtenidos durante el primer año (en cientos de euros) por un establecimiento dedicado al reparto de comida a domicilio vienen dados por la función

$$B(t) = t(t-a)^2, \quad 0 \leq t \leq 12$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses desde la apertura del establecimiento.

a) Calcule el valor del parámetro a teniendo en cuenta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t = 6$.

b) Para $a = 9$, ¿cuál ha sido el mayor beneficio obtenido? ¿En qué momento o momentos se ha producido? Justifica las respuestas.

c) Para $a = 9$, represente la gráfica de la función $B(t)$ teniendo en cuenta la información anterior y el estudio de sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

a) Si $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t = 6$ significa que la derivada segunda se anula en dicho valor.

$$B(t) = t(t-a)^2 = t(t^2 - 2at + a^2) = t^3 - 2at^2 + a^2t$$

$$B'(t) = 3t^2 - 4at + a^2 \Rightarrow B''(t) = 6t - 4a$$

$$\left. \begin{array}{l} B''(t) = 6t - 4a \\ B''(6) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 6 \cdot 6 - 4a \Rightarrow 4a = 36 \Rightarrow a = \frac{36}{4} = 9$$

El valor buscado es $a = 9$.

b) Para $a = 9$ la función queda $B(t) = t^3 - 18t^2 + 81t$.

Hallamos los puntos críticos usando la derivada.

$$\left. \begin{array}{l} B'(t) = 3t^2 - 36t + 81 \\ B'(t) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3t^2 - 36t + 81 = 0 \Rightarrow t^2 - 12t + 27 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(27)}}{2} = \frac{12 \pm 6}{2} = \begin{cases} \frac{12+6}{2} = 9 = t \\ \frac{12-6}{2} = 3 = t \end{cases}$$

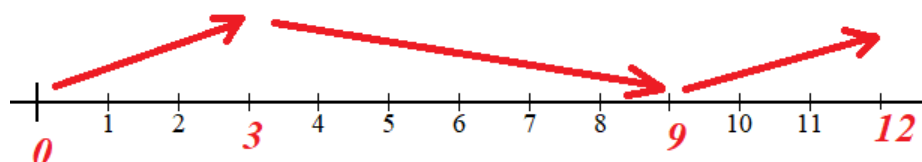
Estudiamos el crecimiento y decrecimiento de la función antes, entre y después de estos valores.

En el intervalo $(0, 3)$ tomamos $t = 1$ y la derivada vale $B'(1) = 3 \cdot 1^2 - 36 \cdot 1 + 81 = 48 > 0$. La función crece en $(0, 3)$.

En el intervalo $(3, 9)$ tomamos $t = 4$ y la derivada vale $B'(4) = 3 \cdot 4^2 - 36 \cdot 4 + 81 = -15 < 0$. La función decrece en $(3, 9)$.

En el intervalo $(9, 12)$ tomamos $t = 10$ y la derivada vale $B'(10) = 3 \cdot 10^2 - 36 \cdot 10 + 81 = 21 > 0$. La función crece en $(9, 12)$.

La función sigue el esquema siguiente:



La función tiene un máximo relativo en $t = 3$ y un mínimo relativo en $t = 9$.
 Valoramos la función en $t = 12$ y lo comparamos con el valor de la función en $t = 3$.

$$B(t) = t(t-9)^2 \Rightarrow \begin{cases} B(3) = 3(3-9)^2 = 108 \\ B(12) = 12(12-9)^2 = 108 \end{cases}$$

La función beneficio toma su máximo valor transcurridos 3 y 12 meses. Este beneficio máximo es de 108 cientos de euros = 10800 euros.

- c) Según el esquema superior la función crece en $(0, 3) \cup (9, 12)$ y decrece en $(3, 9)$.
 Realizamos una tabla de valores y dibujamos su gráfica.

$$B(t) = t(t-9)^2, \quad 0 \leq t \leq 12$$

t	$B(t)$
0	0
1	64
3	108
5	80
9	0
10	10
12	108



EJERCICIO 5. Estadística y probabilidad. En una ciudad, el 70% de la población recibe publicidad de un establecimiento, de los cuales un 90% realiza alguna compra en dicho establecimiento. También se sabe que de los que no reciben publicidad, un 60% realiza alguna compra en dicho establecimiento.

a) ¿Qué porcentaje de la población de la ciudad realiza alguna compra en ese establecimiento?

b) Si elegimos una persona al azar que ha realizado alguna compra en ese establecimiento, ¿cuál es la probabilidad de que haya recibido publicidad del mismo?

c) ¿Son independientes los sucesos “realizar alguna compra en ese establecimiento” y “recibir publicidad del mismo”? Justifique la respuesta.

El 90% del 70% reciben publicidad y compran en el establecimiento $\rightarrow \frac{90 \cdot 70}{100} = 63\%$ del total

recibe publicidad y compra en el establecimiento. El restante $70 - 63 = 7\%$ recibe publicidad y no compra en el establecimiento.

El 60% del 30% no reciben publicidad y compra en el establecimiento $\rightarrow \frac{60 \cdot 30}{100} = 18\%$ del total

no recibe publicidad y compra en el establecimiento. El restante $30 - 18 = 12\%$ no recibe publicidad y no compra en el establecimiento.

Llamamos A = Recibe publicidad, C = Compra en el establecimiento.

Tenemos que
$$\begin{cases} P(A) = 0.70; P(A \cap C) = 0.63; P(A \cap \bar{C}) = 0.07 \\ P(\bar{A}) = 0.30; P(\bar{A} \cap C) = 0.18; P(\bar{A} \cap \bar{C}) = 0.12 \end{cases}$$

a) $63\% + 18\% = 81\%$. El 81% de la población compra en el establecimiento.

b) De 100 personas en total hay 81 que realizan alguna compra en el establecimiento, de estos solo 63 han recibido publicidad.

$$P(A/C) = \frac{63}{81} = \boxed{\frac{7}{9} \approx 0.7778}$$

c) Los sucesos A y C son independientes si se cumple que $P(A \cap C) = P(A)P(C)$.

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap C) = 0.63 \\ P(A) = 0.70 \\ P(C) = 0.81 \end{array} \right\} \rightarrow P(A)P(C) = 0.7 \cdot 0.81 = 0.567 \Rightarrow \text{ii } P(A \cap C) = 0.63 \neq 0.567 = P(A)P(C)!!$$

Los sucesos no son independientes.

EJERCICIO 6. Estadística y probabilidad. En una muestra aleatoria de 120 empresas inspeccionadas, de entre las visitadas un año por los inspectores de trabajo de una provincia, se ha sancionado a 30 de ellas.

a) Calcule, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para la proporción de empresas sancionadas por la Inspección de Trabajo.

b) Si ignoramos los datos iniciales y con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la proporción de empresas sancionadas con un error máximo del 2%?

a) La proporción de empresas sancionadas es $pr = \frac{30}{120} = 0.25$

Con un nivel de confianza del 90% hallamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.10 \rightarrow \alpha/2 = 0.05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.645$$

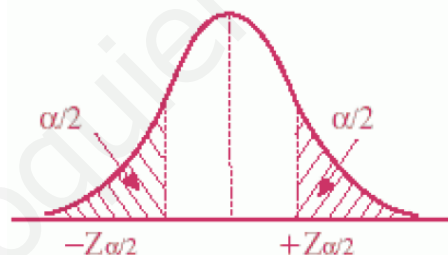
Utilizamos la fórmula del error

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pr \cdot qr}{n}} = 1.645 \cdot \sqrt{\frac{0.25 \cdot 0.75}{120}} \approx 0.065$$

El intervalo de confianza es $(0.25 - 0.065, 0.25 + 0.065) = (0.185, 0.315)$

b) Con un nivel de confianza del 95% hallamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \alpha/2 = 0.025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$



Si ignoramos los datos iniciales tomamos $pr = \frac{1}{2} = 0.5$ y $qr = \frac{1}{2} = 0.5$.

Utilizamos la fórmula del error

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pr \cdot qr}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{n}} \Rightarrow 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{n}} = 0.02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{0.25}{n}} = \frac{0.02}{1.96} \Rightarrow \frac{0.25}{n} = \left(\frac{0.02}{1.96}\right)^2 \Rightarrow n = \frac{0.25}{\left(\frac{0.02}{1.96}\right)^2} = 2401$$

El tamaño mínimo de la muestra es de 2401 empresas para que el error sea inferior a 0.02 con un nivel de confianza del 95%.