Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2023

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 1

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. El precio de un vuelo entre Barcelona e Islandia es de 500€. Una compañía aérea tiene capacidad para 300 pasajeros diarios, pero existe una determinada época del año en la que sólo vende 180 billetes. Después de realizar un estudio de mercado, la compañía se da cuenta de que la relación entre el precio del billete y el número de pasajeros es lineal, por lo que por cada 5 € de descuento en el precio del billete consigue dos pasajeros más.

a) Si llamamos x el número de veces que se aplica el descuento, escriba la función que da los ingresos diarios de la compañía por la venta de billetes en función de x. [1 punto]

b) ¿A qué precio es necesario vender cada billete para obtener el máximo de ingresos? ¿Qué ingresos se obtendrán con este precio? [1,5 puntos]

2. Un centro cívico ofrece cursos de francés de nivel principiante, intermedio y avanzado. Los alumnos inscritos, si lo desean, tienen garantizada una plaza para el siguiente curso. Es por ello que, antes de terminar el curso, se hacen las reservas de plaza para el próximo curso. Del alumnado de nivel principiante, un 15% quiere repetir el mismo curso, un 50% quiere realizar el curso intermedio y un 5% quiere pasar directamente al curso de nivel avanzado. En cuanto al alumnado de nivel intermedio, un 10 % quiere repetir el curso y un 60 % quiere realizar el curso de nivel avanzado. Por último, del alumnado de nivel avanzado, un 20% quiere repetir el curso. Ningún alumno pide reserva de plaza para un curso de nivel inferior y el resto de alumnos no quieren continuar en el centro el próximo curso. Este año ha habido 100 alumnos matriculados de nivel novato, 90 de nivel intermedio y 60 de nivel avanzado.

a) Calcule el número de plazas a reservar de cada nivel para el curso siguiente mediante un producto de matrices. [1,25 puntos]

b) El mismo centro cívico ofrece dos horarios de yoga, uno por la mañana y uno por la tarde. Para el próximo curso, el 50 % de los alumnos que actualmente hacen yoga por la mañana quieren continuar con el mismo horario, mientras que un 30 % quieren pasar al horario de tarde. El resto de alumnos por la mañana no continuarán. En cuanto a los alumnos que actualmente realizan yoga por la tarde, un 40% quieren pasar al horario de mañana y un 60% quieren continuar haciendo el horario de tarde. Si sabemos que para el curso siguiente es necesario reservar 49 plazas para el horario de mañana y 51 plazas para el horario de tarde, ¿cuántos alumnos están matriculados actualmente en cada horario? [1,25 puntos]

3. Robert ha realizado tres pruebas de una asignatura. Haciendo la media aritmética de las notas obtenidas en cada una de las tres pruebas le ha quedado una nota global de 6. Robert sabe que la nota de la tercera prueba ha sido igual que la media aritmética de las notas de las otras dos pruebas.

a) Con esta información, ¿puede saber alguna de las tres notas? En caso afirmativo, ¿de qué prueba y cuál sería la nota obtenida? [1,25 puntos]

b) La profesora le dice que ha sido muy irregular y que si sólo se tuvieran en cuenta las notas de las dos últimas pruebas habría obtenido una media de 7. ¿Qué nota ha obtenido en cada prueba? [1,25 puntos]

4. Una empresa de Menorca quiere ofrecer dos tipos de actividades: bautizos de submarinismo desde una barca y excursiones en barca por la costa para bañarse en calas. El bautizo de submarinismo tiene un precio de 60 euros por persona y en cada embarcación irán 10 participantes y 5 instructores. La excursión por la costa tiene un precio de 18 euros por persona y en cada embarcación irán 25 participantes y 2 instructores. La empresa dispone de 30 embarcaciones iguales y de 75 instructores que pueden realizar salidas de submarinismo o excursiones en barca por las calas indistintamente. Su intención es obtener el máximo de ingresos suponiendo que llenará todas las embarcaciones.

a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. [1,25 puntos]

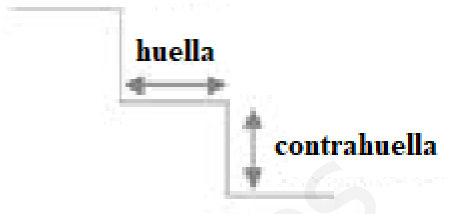
b) ¿Cuántas salidas de cada tipo debe ofrecer la empresa todos los días para obtener el máximo de ingresos? ¿Cuánto dinero ingresará a diario? [1,25 puntos]

5. El número de kilogramos de comida que han gastado en un albergue de animales durante una semana concreta se puede calcular mediante la función $f(t)=10\left(-\frac{t^3}{8}+\frac{3t^2}{2}-\frac{9t}{2}+10\right)$, en la que t es el tiempo en días y va desde el día $t = 1$ (lunes) hasta el día $t = 8$ (lunes de la semana siguiente).

a) Calcule cuántos kilogramos de comida se gastaron el primer lunes y el lunes siguiente. Encuentre qué día de esa semana se gastaron 100 kg de comida. [1 punto]

b) Determine los días de la semana en que el gasto en comida fue mayor y los días en que fue menor. ¿Cuántos kilogramos de comida se gastaron estos días? [1,5 puntos]

6. Cuando se diseñan los escalones de una escalera hay varios parámetros a tener en cuenta, dos de los cuales son la huella (la parte horizontal del escalón, donde se pone el pie) y la contrahuella (la parte vertical del escalón, es decir, la altura). El arquitecto francés François Blondel estableció a finales del siglo XVII que la relación ideal entre estas dos magnitudes era que la suma de dos contrahuellas más una huella fuera igual a 64 cm. Llamamos y la longitud de la contrahuella y x a la longitud de la huella.



a) Encuentre la función que permite calcular la longitud ideal de la contrahuella en función de la longitud de la huella. ¿Cuál sería la longitud ideal de la contrahuella si la huella es de 28 cm? [1 punto]

b) La normativa actual establece que en el diseño de escaleras de uso público es necesario que la huella sea como mínimo de 28 cm y que la contrahuella esté comprendida entre 13 y 18,5 cm. Además, la suma de dos contrahuellas más una huella debe estar entre 54 y 70 cm. Escriba estas tres condiciones en función de x y de y. Si queremos construir una escalera con escalones de 40 cm de huella, calcule entre qué valores debe estar comprendida la contrahuella para cumplir con la normativa actual. [1,5 puntos]

SOLUCIONES

1. El precio de un vuelo entre Barcelona e Islandia es de 500€. Una compañía aérea tiene capacidad para 300 pasajeros diarios, pero existe una determinada época del año en la que sólo vende 180 billetes. Después de realizar un estudio de mercado, la compañía se da cuenta de que la relación entre el precio del billete y el número de pasajeros es lineal, por lo que por cada 5 € de descuento en el precio del billete consigue dos pasajeros más.

a) Si llamamos x el número de veces que se aplica el descuento, escriba la función que da los ingresos diarios de la compañía por la venta de billetes en función de x. [1 punto]

b) ¿A qué precio es necesario vender cada billete para obtener el máximo de ingresos? ¿Qué ingresos se obtendrán con este precio? [1,5 puntos]

a) Para $x = 0$ el número de pasajeros es 180, para $x = 1$ el número de pasajeros es 180 + 2, para $x = 2$ el número de pasajeros es 180 + 2 · 2, así sucesivamente para x descuentos de 5 € el número de pasajeros es $180 + 2x$. Como el precio del vuelo sin descuentos es de 500 €, tenemos que para x descuentos de 5 € el billete costará $500 - 5x$ y los ingresos serán $(180+2x)(500-5x)$.

$$I(x)=(180+2x)(500-5x)=90000-10x^2+1000x-900x=-10x^2+100x+90000$$

b) Derivamos la función ingresos y buscamos sus puntos críticos.

$$\left.\begin{array}{r} I(x)=-10x^2+100x+90000 \Rightarrow I'(x)=-20x+100 \\ I'(x)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -20x+100=0 \Rightarrow \boxed{x=5}$$

Sustituimos este valor en la derivada segunda.

$$I'(x)=-20x+100 \Rightarrow I''(x)=-20 \Rightarrow I''(5)=-20<0 \rightarrow x=5 \text{ es máximo relativo}$$

La función ingresos toma un valor máximo para 5 descuentos.

Con 5 descuentos de 5 € el precio del billete es 500 – 5 · 5 = 475 €.
Los ingresos que se obtendrán son $I(5)=-10\cdot 5^2+100\cdot 5+90.000=90.250$ €.

2. Un centro cívico ofrece cursos de francés de nivel principiante, intermedio y avanzado. Los alumnos inscritos, si lo desean, tienen garantizada una plaza para el siguiente curso. Es por ello que, antes de terminar el curso, se hacen las reservas de plaza para el próximo curso. Del alumnado de nivel principiante, un 15% quiere repetir el mismo curso, un 50% quiere realizar el curso intermedio y un 5% quiere pasar directamente al curso de nivel avanzado. En cuanto al alumnado de nivel intermedio, un 10 % quiere repetir el curso y un 60 % quiere realizar el curso de nivel avanzado. Por último, del alumnado de nivel avanzado, un 20% quiere repetir el curso. Ningún alumno pide reserva de plaza para un curso de nivel inferior y el resto de alumnos no quieren continuar en el centro el próximo curso. Este año ha habido 100 alumnos matriculados de nivel novato, 90 de nivel intermedio y 60 de nivel avanzado.

a) Calcule el número de plazas a reservar de cada nivel para el curso siguiente mediante un producto de matrices. [1,25 puntos]

b) El mismo centro cívico ofrece dos horarios de yoga, uno por la mañana y uno por la tarde. Para el próximo curso, el 50 % de los alumnos que actualmente hacen yoga por la mañana quieren continuar con el mismo horario, mientras que un 30 % quieren pasar al horario de tarde. El resto de alumnos por la mañana no continuarán. En cuanto a los alumnos que actualmente realizan yoga por la tarde, un 40% quieren pasar al horario de mañana y un 60% quieren continuar haciendo el horario de tarde. Si sabemos que para el curso siguiente es necesario reservar 49 plazas para el horario de mañana y 51 plazas para el horario de tarde, ¿cuántos alumnos están matriculados actualmente en cada horario? [1,25 puntos]

a) Representamos en las columnas de una matriz cuadrada de orden 3 los porcentajes de alumnos que se van a matricular por cada nivel.

$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{ccc} Prin & Interm & Avanz \end{array} \\ \begin{array}{r} Nivel\ principiante(\%) \rightarrow \\ Nivel\ Intermedio(\%) \rightarrow \\ Nivel\ Avanzado(\%) \rightarrow \end{array} & \begin{pmatrix} 0.15 & 0 & 0 \\ 0.50 & 0.10 & 0 \\ 0.05 & 0.60 & 0.20 \end{pmatrix} \end{array}$$

En una matriz columna ponemos el número de alumnos matriculados en cada nivel.

$$\begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 100 \\ 90 \\ 60 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \rightarrow Nivel\ principiante \\ \rightarrow Nivel\ Intermedio \\ \rightarrow Nivel\ Avanzado \end{array} \end{array}$$

Realizando el producto de ambas matrices obtenemos el número de alumnos que el curso próximo se matricularán en cada nivel.

$$\begin{pmatrix} 0.15 & 0 & 0 \\ 0.50 & 0.10 & 0 \\ 0.05 & 0.60 & 0.20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 100 \\ 90 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15\cdot 100 \\ 0.5\cdot 100 + 0.1\cdot 90 \\ 0.05\cdot 100 + 0.6\cdot 90 + 0.2\cdot 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 59 \\ 71 \end{pmatrix}$$

El número de plazas a reservar son 15 en nivel principiante, 59 en nivel intermedio y 71 en nivel avanzado.

b) Si llamamos "x" a los alumnos matriculados por la mañana e "y" a los alumnos matriculados por la tarde tenemos la siguiente igualdad.

$$\begin{pmatrix} 0.50 & 0.40 \\ 0.30 & 0.60 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \\ 51 \end{pmatrix}$$

Resolvemos la ecuación matricial.

$$\begin{pmatrix} 0.50 & 0.40 \\ 0.30 & 0.60 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \\ 51 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0.5x+0.4y \\ 0.3x+0.6y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \\ 51 \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 0.5x+0.4y=49 \\ 0.3x+0.6y=51 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 5x+4y=490 \\ 3x+6y=510 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 5x+4y=490 \\ x+2y=170 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 5x+4y=490 \\ x=170-2y \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(170-2y)+4y=490 \Rightarrow 850-10y+4y=490 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 360=6y \Rightarrow \boxed{y=\frac{360}{6}=60} \Rightarrow \boxed{x=170-120=50}$$

Hay matriculados 50 alumnos en horario de mañana y 60 en horario de tarde.

OTRA FORMA DE RESOLVERLO

También podemos resolver la ecuación matricial usando la matriz inversa.

Hallamos la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.40 \\ 0.30 & 0.60 \end{pmatrix}$.

$$A^{-1} = \frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.50 & 0.40 \\ 0.30 & 0.60 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{pmatrix} 0.6 & -0.4 \\ -0.3 & 0.5 \end{pmatrix}}{0.30-0.12} = \frac{1}{0.18}\begin{pmatrix} 0.6 & -0.4 \\ -0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Con lo que

$$\begin{pmatrix} 0.50 & 0.40 \\ 0.30 & 0.60 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \\ 51 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1}\begin{pmatrix} 49 \\ 51 \end{pmatrix} = \frac{1}{0.18}\begin{pmatrix} 0.6 & -0.4 \\ -0.3 & 0.5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 49 \\ 51 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{0.18}\begin{pmatrix} 0.6\cdot 49-0.4\cdot 51 \\ -0.3\cdot 49+0.5\cdot 51 \end{pmatrix} = \frac{1}{0.18}\begin{pmatrix} 9 \\ 10.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \end{pmatrix}$$

Hay matriculados 50 alumnos en horario de mañana y 60 en horario de tarde.

3. Robert ha realizado tres pruebas de una asignatura. Haciendo la media aritmética de las notas obtenidas en cada una de las tres pruebas le ha quedado una nota global de 6. Robert sabe que la nota de la tercera prueba ha sido igual que la media aritmética de las notas de las otras dos pruebas.

a) Con esta información, ¿puede saber alguna de las tres notas? En caso afirmativo, ¿de qué prueba y cuál sería la nota obtenida? [1,25 puntos]

b) La profesora le dice que ha sido muy irregular y que si sólo se tuvieran en cuenta las notas de las dos últimas pruebas habría obtenido una media de 7. ¿Qué nota ha obtenido en cada prueba? [1,25 puntos]

a) Llamamos "x", "y" y "z" a las notas de la primera, la segunda y la tercera prueba.

"Haciendo la media aritmética de las notas obtenidas en cada una de las tres pruebas le ha quedado una nota global de 6" → $\frac{x+y+z}{3}=6$.

"La nota de la tercera prueba ha sido igual que la media aritmética de las notas de las otras dos pruebas" → $z=\frac{x+y}{2}$.

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema de 2 ecuaciones lineales con 3 incógnitas.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x+y+z}{3}=6\\ z=\frac{x+y}{2}\end{array}\right\}$$

Intentamos resolver el sistema.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x+y+z}{3}=6\\ z=\frac{x+y}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x+y+z=18\\ 2z=x+y\end{array}\right\}\Rightarrow 2z+z=18\Rightarrow 3z=18\Rightarrow\boxed{z=6}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x+y+6=18\\ 12=x+y\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{y=12-x}$$

Solo podemos obtener la tercera nota (6). Las otras dos notas no tienen una solución concreta.

b) "Si sólo se tuvieran en cuenta las notas de las dos últimas pruebas habría obtenido una media de 7" → $\frac{y+6}{2}=7$.

Añadimos esta tercera ecuación al sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x+y+z}{3}=6\\ z=\frac{x+y}{2}\\ \frac{y+6}{2}=7\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}z=6\\ x+y=12\\ y=14-6=8\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{\left.\begin{array}{l}z=6\\ x=12-8=4\\ y=8\end{array}\right\}}$$

Las notas de las pruebas han sido 4 en la primera, 8 en la segunda y 6 en la tercera.

4. Una empresa de Menorca quiere ofrecer dos tipos de actividades: bautizos de submarinismo desde una barca y excursiones en barca por la costa para bañarse en calas. El bautizo de submarinismo tiene un precio de 60 euros por persona y en cada embarcación irán 10 participantes y 5 instructores. La excursión por la costa tiene un precio de 18 euros por persona y en cada embarcación irán 25 participantes y 2 instructores. La empresa dispone de 30 embarcaciones iguales y de 75 instructores que pueden realizar salidas de submarinismo o excursiones en barca por las calas indistintamente. Su intención es obtener el máximo de ingresos suponiendo que llenará todas las embarcaciones.

a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. [1,25 puntos]

b) ¿Cuántas salidas de cada tipo debe ofrecer la empresa todos los días para obtener el máximo de ingresos? ¿Cuánto dinero ingresará a diario? [1,25 puntos]

a) Llamamos “x” al número de barcas dedicadas a los bautizos de submarinismo e “y” al número de barcas dedicadas a las excursiones en barca.

Hacemos una tabla para ordenar los datos.

	Nº de instructores	Nº de personas	Ingresos
Nº barcas de bautizos (x)	$5x$	$10x$	$600x$
Nº de barcas de excursiones (y)	$2y$	$25y$	$450y$
TOTALES	$5x+2y$		$600x+450y$

Queremos maximizar los ingresos (función objetivo) → $f(x,y)=600x+450y$

Las restricciones planteadas en el problema las expresamos como inecuaciones:

“La empresa dispone de 30 embarcaciones iguales” → $x+y\leq 30$

“La empresa dispone de 75 instructores” → $5x+2y\leq 75$

Las cantidades deben ser positivas → $x\geq 0;\ y\geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l}5x+2y\leq 75\\ x+y\leq 30\\ x\geq 0;\ y\geq 0\end{array}\right\}$$

Para dibujar la región factible dibujamos primero las rectas asociadas.

$5x+2y=75$

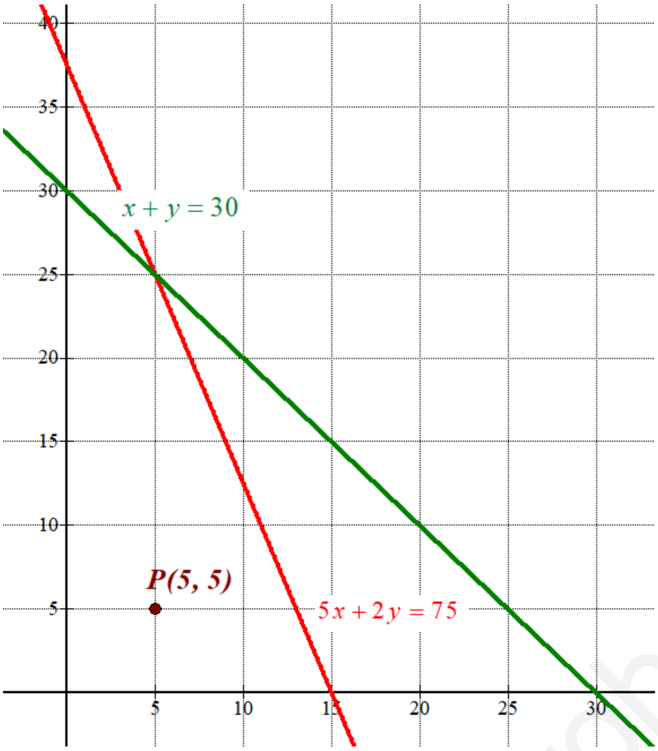
x	$y=\dfrac{75-5x}{2}$
5	25
15	0

$x+y=30$

x	$y=30-x$
5	25
30	0

$x\geq 0;\ y\geq 0$

Primer Cuadrante

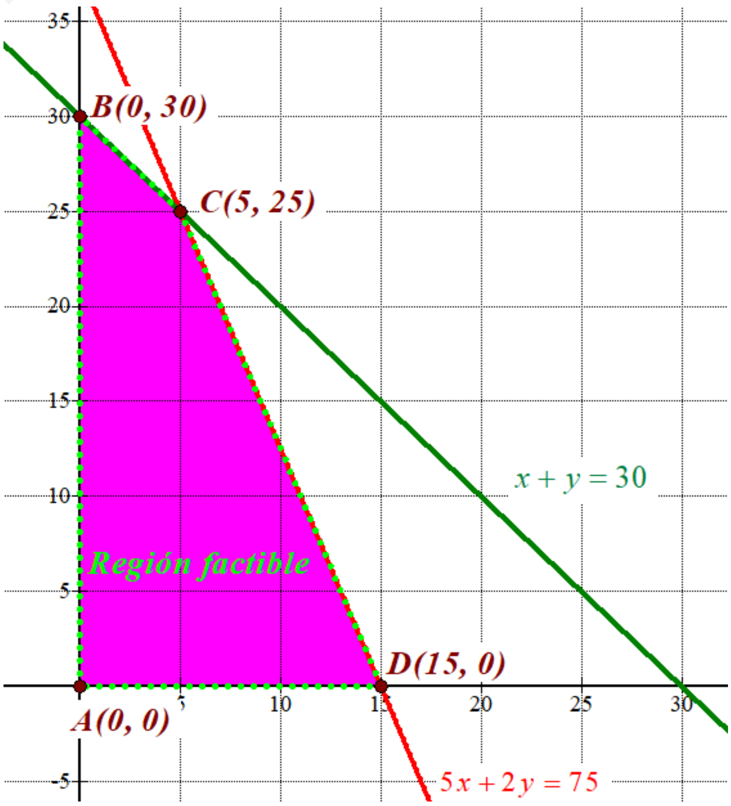


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 5x+2y\leq 75 \\ x+y\leq 30 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por debajo de las rectas roja y verde.

Comprobamos que el punto P(5, 5) perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 5\cdot 5+2\cdot 5\leq 75 \\ 5+5\leq 30 \\ 5\geq 0;\ 5\geq 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible.



b) Valoramos la función objetivo $f(x,y)=600x+450y$ en cada vértice de la región factible para determinar su valor máximo en la región factible.

A(0, 0) → $f(0,0)=0$

B(0, 30) → $f(0,30)=0+450\cdot 30=13.500$

C(5,25) → $f(5,25)=600\cdot 5+450\cdot 25=$ 14.250 ¡Máximo!

D(15,0) → $f(15,0)=600\cdot 15+0=9.000$

Los ingresos máximos ajustándose a las restricciones pedidas son 14.250 € y se consiguen utilizando 5 barcas para los bautizos de submarinismo y 25 para las excursiones.

5. El número de kilogramos de comida que han gastado en un albergue de animales durante una semana concreta se puede calcular mediante la función $f(t)=10\left(-\frac{t^3}{8}+\frac{3t^2}{2}-\frac{9t}{2}+10\right)$, en la que *t* es el tiempo en días y va desde el día *t = 1* (lunes) hasta el día *t = 8* (lunes de la semana siguiente).

a) Calcule cuántos kilogramos de comida se gastaron el primer lunes y el lunes siguiente. Encuentre qué día de esa semana se gastaron 100 kg de comida. [1 punto]

b) Determine los días de la semana en que el gasto en comida fue mayor y los días en que fue menor. ¿Cuántos kilogramos de comida se gastaron estos días? [1,5 puntos]

a) Nos piden el valor de *f(1)*.

$$f(1)=10\left(-\frac{1^3}{8}+\frac{3\cdot 1^2}{2}-\frac{9}{2}+10\right)=\frac{275}{4}=68.75$$

El primer lunes se gastaron 68.75 kg de comida.

Los kilos de comida del lunes siguiente es *f(8)*.

$$f(8)=10\left(-\frac{8^3}{8}+\frac{3\cdot 8^2}{2}-\frac{9\cdot 8}{2}+10\right)=60$$

El lunes siguiente se gastaron 60 kg de comida.

Nos piden el valor de *t* para el que *f(t) = 100*.

$$100=10\left(-\frac{t^3}{8}+\frac{3t^2}{2}-\frac{9t}{2}+10\right)\Rightarrow 10=-\frac{t^3}{8}+\frac{3t^2}{2}-\frac{9t}{2}+10\Rightarrow -\frac{t^3}{8}+\frac{3t^2}{2}-\frac{9t}{2}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -t^3+12t^2-36t=0\Rightarrow -t\left(t^2-12t+36\right)=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} t=0 \\ t^2-12t+36=0\Rightarrow t=\dfrac{12\pm\sqrt{(-12)^2-4(1)(36)}}{2}=\dfrac{12\pm 0}{2}=6\end{cases}$$

El valor *t = 0* no se corresponde con ningún día de los considerados. Solo es válido el valor $t=6$.

Se consumieron 100 kg de comida el día 6, es decir, el sábado.

b) Derivamos e igualamos a cero en busca de los puntos críticos de la función.

$$\left.\begin{array}{r} f'(t)=10\left(-\dfrac{3t^2}{8}+\dfrac{6t}{2}-\dfrac{9}{2}\right) \\ f'(t)=0\end{array}\right\}\Rightarrow 10\left(-\frac{3t^2}{8}+\frac{6t}{2}-\frac{9}{2}\right)=0\Rightarrow -\frac{3t^2}{8}+\frac{6t}{2}-\frac{9}{2}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3t^2+24t-36=0\Rightarrow t^2-8t+12=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow t=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4(1)(12)}}{2}=\frac{8\pm 4}{2}=\begin{cases}\frac{8+4}{2}=\boxed{6=t}\\ \frac{8-4}{2}=\boxed{2=t}\end{cases}$$

Valoramos la función en los extremos del intervalo [1, 8] y en los puntos críticos obtenidos para decidir donde se alcanza el valor máximo y mínimo.

$$f(1)=10\left(-\frac{1^3}{8}+\frac{3\cdot 1^2}{2}-\frac{9}{2}+10\right)=\frac{275}{4}=68.75$$

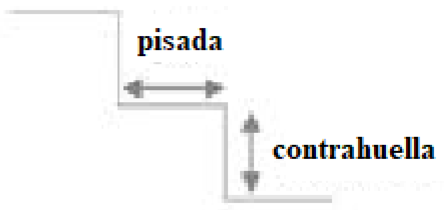
$$f(2)=10\left(-\frac{2^3}{8}+\frac{3\cdot 2^2}{2}-\frac{9\cdot 2}{2}+10\right)=10(-1+6-9+10)=60 \ \text{¡Mínimo!}$$

$$f(6)=10\left(-\frac{6^3}{8}+\frac{3\cdot 6^2}{2}-\frac{9\cdot 6}{2}+10\right)=10(-27+54-27+10)=100 \ \text{¡Máximo!}$$

$$f(8)=10\left(-\frac{8^3}{8}+\frac{3\cdot 8^2}{2}-\frac{9\cdot 8}{2}+10\right)=60 \ \text{¡Mínimo!}$$

El menor consumo se produjo el día 2 (martes) y el día 8 (lunes siguiente) siendo un consumo de 60 kg.
El mayor consumo se produjo el día 6 (sábado) siendo un consumo de 100 kg.

6. Cuando se diseñan los escalones de una escalera hay varios parámetros a tener en cuenta, dos de los cuales son la huella (la parte horizontal del escalón, donde se pone el pie) y la contrahuella (la parte vertical del escalón, es decir, la altura). El arquitecto francés François Blondel estableció a finales del siglo XVII que la relación ideal entre estas dos magnitudes era que la suma de dos contrahuellas más una huella fuera igual a 64 cm. Llamamos *y* la longitud de la contrahuella y *x* a la longitud de la huella.



a) Encuentre la función que permite calcular la longitud ideal de la contrahuella en función de la longitud de la huella. ¿Cuál sería la longitud ideal de la contrahuella si la huella es de 28 cm? [1 punto]

b) La normativa actual establece que en el diseño de escaleras de uso público es necesario que la huella sea como mínimo de 28 cm y que la contrahuella esté comprendida entre 13 y 18,5 cm. Además, la suma de dos contrahuellas más una huella debe estar entre 54 y 70 cm. Escriba estas tres condiciones en función de *x* y de *y*. Si queremos construir una escalera con escalones de 40 cm de huella, calcule entre qué valores debe estar comprendida la contrahuella para cumplir con la normativa actual. [1,5 puntos]

a) "La suma de dos contrahuellas más una huella fuera igual a 64 cm" → $2y + x = 64$.

Si despejamos de esta expresión tenemos la función que relaciona la longitud de la contrahuella con la longitud de la huella.

$$2y + x = 64 \Rightarrow 2y = 64 - x \Rightarrow y = \frac{64 - x}{2}$$

¿Cuál sería la longitud ideal de la contrahuella si la huella es de 28 cm?

Aplicando la fórmula obtenida para $x = 28$ → $y = \frac{64-28}{2} = 18$ cm.

b) "La huella sea como mínimo de 28 cm" → $x \geq 28$.

"La contrahuella esté comprendida entre 13 y 18,5 cm" → $13 \leq y \leq 18.5$.

"La suma de dos contrahuellas más una huella debe estar entre 54 y 70 cm" → $54 \leq 2y + x \leq 70$.

Si queremos construir una escalera con escalones de 40 cm de huella → $x = 40$.

$$54 \leq 2y + 40 \leq 70 \Rightarrow 54 - 40 \leq 2y \leq 70 - 40 \Rightarrow \frac{14}{2} \leq y \leq \frac{30}{2} \Rightarrow 7 \leq y \leq 15$$

La contrahuella debe tener una longitud entre 7 y 15 centímetros. Pero como la normativa dice que $13 \leq y \leq 18.5$ para cumplir todas las normas la contrahuella debe tener una longitud entre 13 y 15 centímetros.