	Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº Páginas: 2 (tabla adicional)**

OPTATIVIDAD: CADA ESTUDIANTE DEBERÁ ESCOGER **TRES** PROBLEMAS Y **UNA** CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN
Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

CALCULADORA: Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto ni para resolución de ecuaciones, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas.

PROBLEMAS (A ELEGIR TRES)

P1. (Números y álgebra)
Compramos tres entradas para tres actividades: una para el teatro, otra para un partido de baloncesto y otra para un concierto. Tras descontarnos el 10 % del precio total, hemos pagado 117 euros por todas las entradas. Sabiendo que el precio de la entrada al concierto es el doble que el precio de la entrada al teatro y que la entrada al concierto es 20 euros más cara que la entrada del partido de baloncesto, determinar el precio de la entrada a cada actividad.

P2. (Números y álgebra)

Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ -1 & 1 & a \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & b \\ 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

a) Hallar los valores de a y b para que se cumpla la igualdad $A\cdot B=C$.
b) Para $a = 2$ y $b = 4$, resolver la ecuación matricial $X = A\cdot B+3C$.

P3. (Análisis)
Tras una etapa de seis horas, un ciclista publica los datos sobre la potencia desarrollada en función del tiempo. Para la segunda parte de la etapa, dicha potencia (en vatios) viene dada por la función $f(t)=-32t^2+352t-568$ para $3\le t\le 6$, donde t es el tiempo (en horas).

a) ¿Qué potencia alcanzó en el momento de iniciar la segunda parte de la etapa? ¿En qué intervalo de esa segunda parte alcanzó una potencia inferior a 272 vatios?
b) ¿Al cabo de cuántas horas alcanzó la máxima potencia? Calcular esa potencia máxima.

P4. (Análisis)

Consideremos la función $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{2x-1} & si \quad x>1 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de *f(x)* en todo su dominio. Calcular, si los tiene, los puntos de discontinuidad.

b) Determinar el área encerrada entre *f(x)* y el eje OX en el intervalo [0,1], dibujando el recinto correspondiente.

P5. (Estadística y probabilidad)

El precio del litro de gasolina en una provincia sigue una distribución normal con media desconocida μ y desviación típica 0.05 euros. Un día cualquiera se toma una muestra de 10 estaciones de servicio, elegidas al azar en dicha provincia, registrando los siguientes precios del litro de gasolina (en euros):

1.612 1.739 1.625 1.771 1.642 1.713 1.705 1.654 1.632 1.647

a) Con esta muestra, determinar un intervalo de confianza, al nivel del 95 %, para la media poblacional μ (en euros) del precio del litro de gasolina en esa provincia.

b) Para un nivel de confianza del 99 %, ¿cuál es el tamaño mínimo de muestra que hay que tomar en esa provincia para que el error cometido al estimar la media poblacional μ (en euros) sea inferior a 2 céntimos de euro?

P6. (Estadística y probabilidad)

En el pasado mundial de fútbol, el 78 % de los penaltis fueron lanzados por un jugador diestro mientras que el resto de penaltis fueron lanzados por un jugador zurdo. Además, se marcó gol en el 82 % de los penaltis lanzados por jugadores diestros y en el 88% de los penaltis lanzados por jugadores zurdos. Si se elige al azar un jugador para lanzar un penalti:

a) ¿Qué probabilidad hay de que marque gol?

b) Si al lanzar el penalti no se marcó gol, ¿cuál es la probabilidad de que el jugador que lanzó el penalti sea zurdo?

CUESTIONES (A ELEGIR UNA)

C1. (Números y álgebra)

Dado el sistema $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y-z=0 \\ 3x-3y-3z=0 \end{cases}$ justifica que es un sistema compatible e indeterminado

C2. (Análisis)

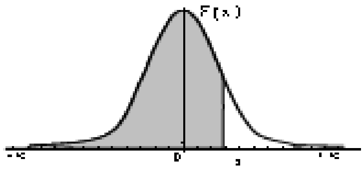
¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x)=\sqrt{x^2-1}$? Justifica la respuesta.

C3. (Estadística y probabilidad)

¿Qué probabilidad hay de que coincida algún día de cumpleaños en un grupo de tres amigas que no son hermanas? Considerar años no bisiestos para el cálculo.

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES

P1. (Números y álgebra)
Compramos tres entradas para tres actividades: una para el teatro, otra para un partido de baloncesto y otra para un concierto. Tras descontarnos el 10 % del precio total, hemos pagado 117 euros por todas las entradas. Sabiendo que el precio de la entrada al concierto es el doble que el precio de la entrada al teatro y que la entrada al concierto es 20 euros más cara que la entrada del partido de baloncesto, determinar el precio de la entrada a cada actividad.

Es un problema resoluble con sistema de ecuaciones.
Llamamos “x” al precio de la entrada al teatro, “y” al precio de la entrada al baloncesto, “z” al precio de la entrada al concierto.

“Tras descontarnos el 10 % del precio total, hemos pagado 117 euros por todas las entradas” → $0.90(x+y+z)=117$

“El precio de la entrada al concierto es el doble que el precio de la entrada al teatro” → $z=2x$
“La entrada al concierto es 20 euros más cara que la entrada del partido de baloncesto” → $z=20+y$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} 0.90(x+y+z)=117 \\ z=2x \\ z=20+y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=\frac{117}{0.9}=130 \\ \frac{z}{2}=x \\ z-20=y \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{z}{2}+z-20+z=130 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z+2z-40+2z=260 \Rightarrow 5z=300 \Rightarrow \boxed{z=\frac{300}{5}=60} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{x=\frac{60}{2}=30} \\ \boxed{y=60-20=40} \end{array}\right.$$

La entrada al teatro cuesta 30 euros, al baloncesto cuesta 40 y al concierto cuesta 60 euros.

P2. (Números y álgebra)

Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ -1 & 1 & a \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & b \\ 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

a) Hallar los valores de a y b para que se cumpla la igualdad $A\cdot B=C$.

b) Para a = 2 y b = 4, resolver la ecuación matricial $X = A\cdot B+3C$.

a)

$$A\cdot B=C \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ -1 & 1 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & b \\ 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2+4a & 2b+2a \\ -1+4+a & -b+2+3a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2+4a=-2 \\ 2b+2a=2 \\ 3+a=2 \\ 2-b+3a=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a=-4 \\ b+a=1 \\ a=-1 \\ -b+3a=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-4}{4}=-1 \\ b+a=1 \\ \boxed{a=-1} \\ -b+3a=-5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b-1=1 \\ -b+3(-1)=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{b=2} \\ -b-3=-5 \rightarrow 2=b \end{cases}$$

Los valores buscados son $a = -1$ y $b = 2$.

b) Para a = 2 y b = 4 las matrices quedan $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

Calculamos la expresión de la matriz X.

$$X = A\cdot B+3C=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 2+8 & 8+4 \\ -1+4+2 & -4+2+6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -6 & 6 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 11 & -5 \end{pmatrix}=X}$$

P3. (Análisis)
Tras una etapa de seis horas, un ciclista publica los datos sobre la potencia desarrollada en función del tiempo. Para la segunda parte de la etapa, dicha potencia (en vatios) viene dada por la función $f(t) = -32t^2 + 352t - 568$ para $3 \le t \le 6$, donde t es el tiempo (en horas).

a) ¿Qué potencia alcanzó en el momento de iniciar la segunda parte de la etapa? ¿En qué intervalo de esa segunda parte alcanzó una potencia inferior a 272 vatios?
b) ¿Al cabo de cuántas horas alcanzó la máxima potencia? Calcular esa potencia máxima.

a) Nos piden *f(3)*.

$$f(3) = -32 \cdot 3^2 + 352 \cdot 3 - 568 = 200$$

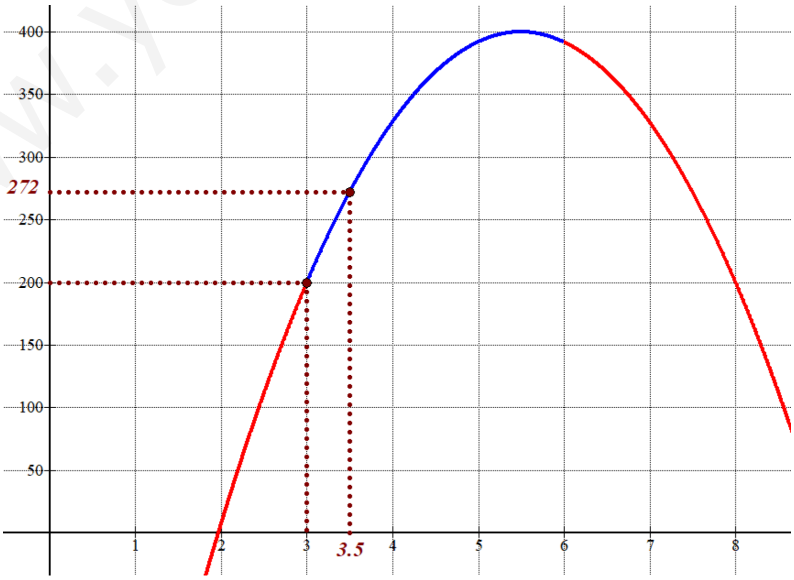
En la tercera hora la potencia desarrollada es de 200 vatios.

Averiguamos cuando la potencia es igual a 272.

$$\left.\begin{array}{l} f(t) = -32t^2 + 352t - 568 \\ f(t) = 272 \end{array}\right\} \Rightarrow -32t^2 + 352t - 568 = 272 \Rightarrow -32t^2 + 352t - 840 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4t^2 + 44t - 105 = 0 \Rightarrow t = \frac{-44 \pm \sqrt{44^2 - 4(-4)(-105)}}{-8} = \frac{-44 \pm 16}{-8} = \begin{cases} \dfrac{-44+16}{-8} = 3.5 = t \\ \dfrac{-44-16}{-8} = 7.5 = t \end{cases}$$

Como empieza con una potencia de 200 vatios (menor de 272) y la función es una parábola podemos afirmar que está con una potencia inferior a 272 vatios entre las 3 horas y las 3 horas y media. A partir de ese momento la potencia supera los 272 vatios hasta las 7 horas y media que no se contemplan en el entrenamiento.
Desde las 3 horas hasta las 3.5 horas está con una potencia inferior a 272 vatios.



b) Usamos la derivada.

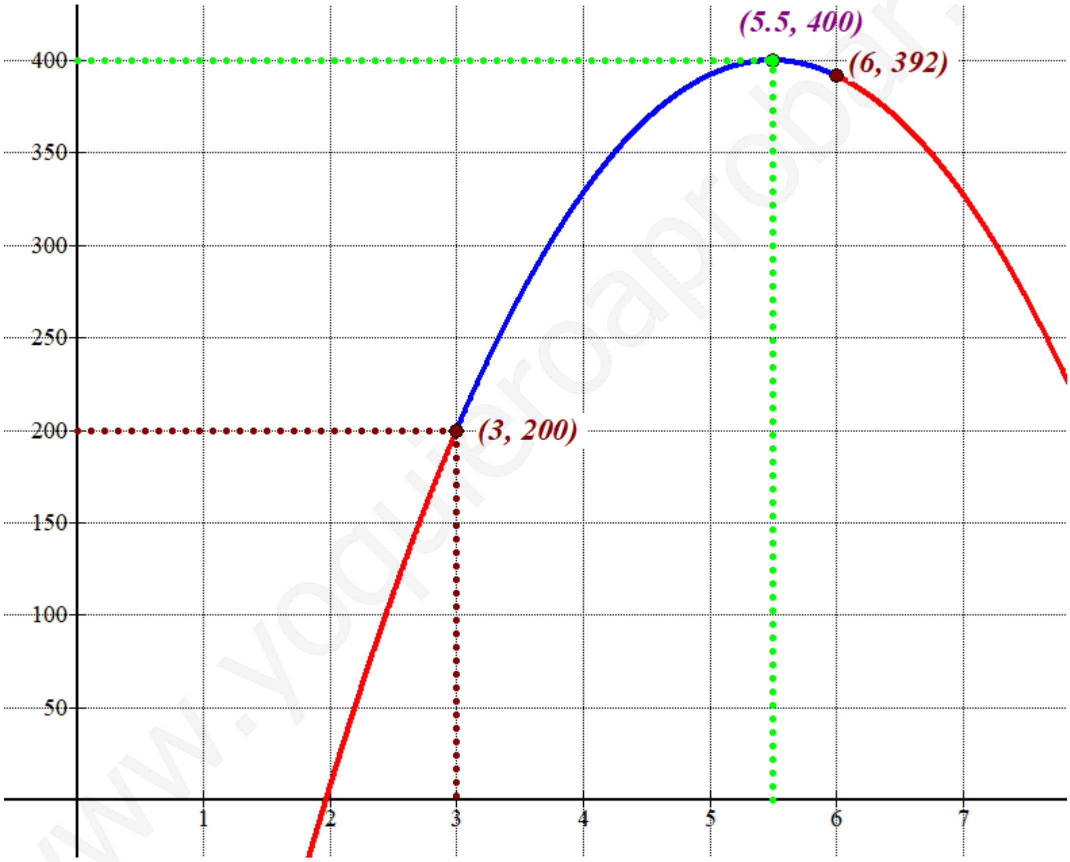
$$f(t) = -32t^2 + 352t - 568 \Rightarrow f'(t) = -64t + 352$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow -64t + 352 = 0 \Rightarrow 64t = 352 \Rightarrow \boxed{t = \frac{352}{64} = 5.5}$$

$$f''(t) = -64 \Rightarrow f''(5.5) = -64 < 0$$

A las 5 horas y media se anula la derivada primera y la derivada segunda es negativa, por lo que a esa hora hay un máximo valor de la potencia.

Como $f(5.5) = -32 \cdot 5.5^2 + 352 \cdot 5.5 - 568 = 400$. La máxima potencia que alcanza es de 400 vatios.



P4. (Análisis)

Consideremos la función $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{2x-1} & si \quad x>1 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de *f(x)* en todo su dominio. Calcular, si los tiene, los puntos de discontinuidad.

b) Determinar el área encerrada entre *f(x)* y el eje OX en el intervalo [0,1], dibujando el recinto correspondiente.

a) En el intervalo $(-\infty,1)$ la función es $f(x)=x^2$ que es continua (un trozo de parábola).

En el intervalo $(1,+\infty)$ la función es $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ que es continua pues su denominador se anula en $x=\dfrac{1}{2}\notin(1,+\infty)$.

Comprobamos si es continua en el cambio de definición ($x = 1$).

$$\left.\begin{array}{l} f(1)=1^2=1 \\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-} x^2=1 \\ \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{2x-1}=\dfrac{1}{2-1}=1 \end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^+} f(x)=f(1)=1$$

La función es continua en todo su dominio $\mathbb{R}$. No tiene puntos de discontinuidad.

b) En el intervalo [0,1] la función queda $f(x)=x^2$.

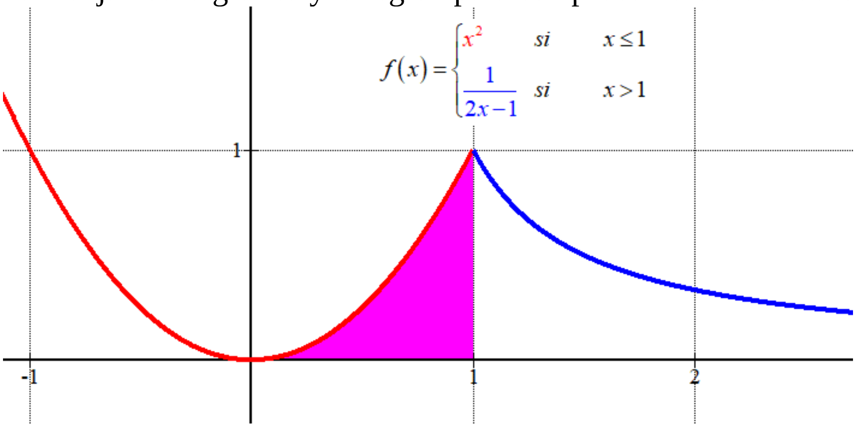
Vemos si la gráfica corta el eje de abscisas ($y = 0$).

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=x^2 \\ y=0 \end{array}\right\}\Rightarrow x^2=0\Rightarrow x=0$$

Como la gráfica solo corta el eje en un extremo del intervalo el área del recinto es el valor absoluto de la integral definida de la función entre 0 y 1.

$$Área=\int_0^1 f(x)\,dx=\int_0^1 x^2dx=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\frac{1^3}{3}-\frac{0^3}{3}=\boxed{\frac{1}{3}u^2}$$

No lo pide, pero dibujamos la gráfica y la región para comprobar la bondad de la solución.



P5. (Estadística y probabilidad)
El precio del litro de gasolina en una provincia sigue una distribución normal con media desconocida μ y desviación típica 0.05 euros. Un día cualquiera se toma una muestra de 10 estaciones de servicio, elegidas al azar en dicha provincia, registrando los siguientes precios del litro de gasolina (en euros):

1.612 1.739 1.625 1.771 1.642 1.713 1.705 1.654 1.632 1.647

a) Con esta muestra, determinar un intervalo de confianza, al nivel del 95 %, para la media poblacional μ (en euros) del precio del litro de gasolina en esa provincia.
b) Para un nivel de confianza del 99 %, ¿cuál es el tamaño mínimo de muestra que hay que tomar en esa provincia para que el error cometido al estimar la media poblacional μ (en euros) sea inferior a 2 céntimos de euro?

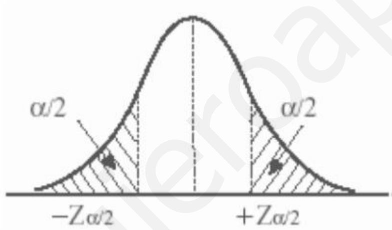
a) X = Precio del litro de gasolina. X = N(μ, 0.05)

La media muestral es:

$$\bar{x} = \frac{1.612 + 1.739 + 1.625 + 1.771 + 1.642 + 1.713 + 1.705 + 1.654 + 1.632 + 1.647}{10} = 1.674$$

Con un nivel de confianza del 95 % tenemos

1 – ∝ = 0,95 → ∝ = 0,05 →∝/2 = 0’025 →1 – ∝/2 = 0,975 → $z_{\alpha/2}$ **= 1.96**



Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{0.05}{\sqrt{10}} \simeq 0.031$$

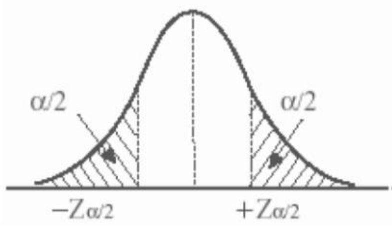
El error es de 0.031 euros.

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error,\, \bar{x} + Error\right) = \left(1.674 - 0.031,\; 1.674 + 0.031\right) = \left(1.643, 1.705\right)$$

b)
Con un nivel de confianza del 99 % tenemos

1 – ∝ = 0,99 → ∝ = 0,01 →∝/2 = 0’005 →1 – ∝/2 = 0,995 → $z_{\alpha/2}$ **= 2.575**



Utilizamos la fórmula del error.

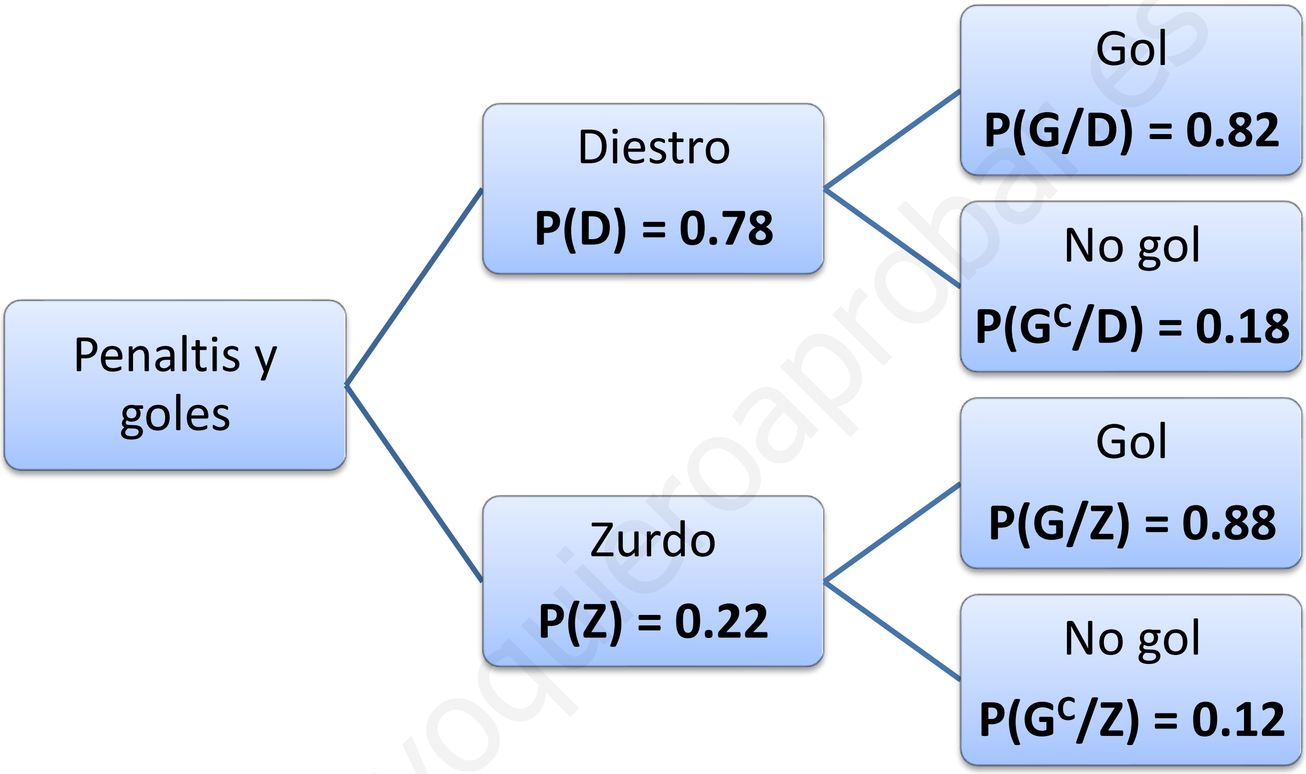
$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.02 = 2.575 \cdot \frac{0.05}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.02\sqrt{n} = 2.575 \cdot 0.05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2.575 \cdot 0.05}{0.02} \Rightarrow n = \left(\frac{2.575 \cdot 0.05}{0.02}\right)^2 \simeq 41.44$$

Como el tamaño de la muestra debe ser entero y superior al obtenido tenemos que el tamaño mínimo de la muestra cumpliendo lo pedido es de 42 estaciones de servicio.

P6. (Estadística y probabilidad)
En el pasado mundial de fútbol, el 78 % de los penaltis fueron lanzados por un jugador diestro mientras que el resto de penaltis fueron lanzados por un jugador zurdo. Además, se marcó gol en el 82 % de los penaltis lanzados por jugadores diestros y en el 88% de los penaltis lanzados por jugadores zurdos. Si se elige al azar un jugador para lanzar un penalti:
a) ¿Qué probabilidad hay de que marque gol?
b) Si al lanzar el penalti no se marcó gol, ¿cuál es la probabilidad de que el jugador que lanzó el penalti sea zurdo?

Realizamos un diagrama de árbol.
Llamamos D al suceso “ser lanzador de penalti Diestro”, Z al suceso “ser lanzador de penalti Zurdo” y G al suceso “marcar Gol”.



a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(G)=P(D)P(G/D)+P(Z)P(G/Z)=0.78\cdot 0.82+0.22\cdot 0.88=\boxed{0.8332}$$

b) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(Z/G^C)=\frac{P(Z\cap G^C)}{P(G^C)}=\frac{P(Z)P(G^C/Z)}{1-P(G)}=\frac{0.22\cdot 0.12}{1-0.8332}=\boxed{\frac{22}{139}\simeq 0.1583}$$

C1. (Números y álgebra)

Dado el sistema $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y-z=0 \\ 3x-3y-3z=0 \end{cases}$ justifica que es un sistema compatible e indeterminado

Triangulamos el sistema utilizando el método de Gauss.

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y-z=0 \\ 3x-3y-3z=0 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Ecuación } 3^a - 3\cdot\text{Ecuación } 2^a \\ \begin{array}{rrrl} 3x & -3y & -3z & =0 \\ -3x & +3y & +3z & =0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & =0 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^a \end{array} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ecuación } 2^a - \text{Ecuación } 1^a \\ \begin{array}{rrrl} x & -y & -z & =0 \\ -x & -y & -z & =0 \\ \hline 0 & -2y & -2z & =0 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 2^a \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=0 \\ -2y-2z=0 \\ 0=0 \end{cases}$$

Este sistema es compatible indeterminado.

OTRA FORMA DE RAZONARLO.

El sistema es compatible pues es un sistema homogéneo (término independiente = 0). Y como la tercera ecuación es proporcional a la 2ª el sistema se compone de 2 ecuaciones con 3 incógnitas. Es compatible indeterminado (más incógnitas que ecuaciones)

C2. (Análisis)

¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x)=\sqrt{x^2-1}$? Justifica la respuesta.

Su dominio son todos los valores que hacen el radicando positivo.
Vemos cuando se anula el radicando y después en que intervalos es positivo y existe la función.

$$x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1$$

- En el intervalo $(-\infty,-1)$ tomamos *x = –2* y el valor de la función es $f(-2)=\sqrt{(-2)^2-1}=\sqrt{3}$. La función existe en el intervalo $(-\infty,-1)$.
- En el intervalo $(-1,1)$ tomamos *x = 0* y el valor de la función es $f(0)=\sqrt{0^2-1}=\sqrt{-1}=\nexists$. La función no existe en el intervalo $(-1,1)$.
- En el intervalo $(1,+\infty)$ tomamos *x = 2* y el valor de la función es $f(2)=\sqrt{2^2-1}=\sqrt{3}$. La función existe en el intervalo $(1,+\infty)$.

El dominio de definición de la función es $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$.

C3. (Estadística y probabilidad)
¿Qué probabilidad hay de que coincida algún día de cumpleaños en un grupo de tres amigas que no son hermanas? Considerar años no bisiestos para el cálculo.

El año tiene 365 días. Determinamos la probabilidad de que no coincidan ninguno de los tres cumpleaños. Para ello la primera de las amigas puede cumplir años cualquier día del año, la segunda amiga solo podría cumplir años en uno de los 364 días restantes y la tercera amiga debería cumplir años en uno de los 363 días que restan del año.

$$P\left(\text{Cumpleaños no coincidentes}\right)=\frac{365}{365}\cdot\frac{364}{365}\cdot\frac{363}{365}=0.9918$$

La probabilidad de que coincida alguno de sus cumpleaños será 1 – 0.9918 = 0.0082.