Universidad de Cantabria

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JULIO 2023

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES

1. Debe escogerse sólo cuatro ejercicios elegidos entre los ocho de que consta el examen.
2. Si realiza más de cuatro ejercicios sólo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
3. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

Ejercicio 1 [2.5 PUNTOS]

Considere las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&0\\2&0&3\\2&1&-1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2&1&0\\-1&2&1\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}-1&2&1\\3&-1&2\end{pmatrix}$$

A) [0,5 PUNTOS] Calcule A^t, donde A^t denota la traspuesta de la matriz A.

B) [2 PUNTOS] Calcule $(3B-2C)(A^t-I)$, donde I es la matriz identidad de dimensión 3×3.

Ejercicio 2 [2.5 PUNTOS]

Considere la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$.

A) [0,5 PUNTOS] Calcule el dominio de definición de $f(x)$.

B) [0,75 PUNTOS] Determine si hay intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$. En caso afirmativo, calcúlelos.

C) [0,5 PUNTOS] Calcule los cortes de $f(x)$ con los ejes.

D) [0,75 PUNTOS] Determine los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

Ejercicio 3 [2.5 PUNTOS]

A) [1,5 PUNTOS] Escriba las ecuaciones paramétricas de las rectas que pasan por el punto (2, -1, 0). Es decir, de aquellas que tienen vector director (v_1, v_2, v_3), donde $v_1, v_2, v_3\in\mathbb{R}$ son parámetros.

B) [1 PUNTO] De las rectas anteriores, escriba las ecuaciones paramétricas de la recta que tiene vector director (-1, 4, 1).

Ejercicio 4 [2.5 PUNTOS]

Cierto test determina si una persona consume cierto tipo de droga. En el 99% de los casos, el test clasifica como usuario de la droga a aquellos que la han consumido y también en el 99% de los casos, el test clasifica como no usuarios de la droga a aquellos que no la han consumido. Además, el 0,5% de las personas a las que se les va a pasar el test consumen la droga.

A) [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga?

B) [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que una persona consuma la droga si ha dado positivo en el test?

Ejercicio 5 [2.5 PUNTOS]

Considere la matriz

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & b\end{pmatrix}$$

en función del parámetro $b\in\mathbb{R}$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule el rango de A para los distintos valores del parámetro $b \in$ R.

B) [0,75 PUNTOS] Determine para que valores de $b \in$ R la matriz A tiene inversa.

C) [1 PUNTO] Sea B el conjunto formado por los $b \in$ R tales que A tiene inversa. Calcule la inversa de A para los diferentes valores del parámetro $b \in B$.

Ejercicio 6 [2.5 PUNTOS]

Considere la función $f(x)=\sin(x)$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule una primitiva de $f(x)$.

B) [1,75 PUNTOS] Calcule el área del recinto del plano limitado por $f(x)$ y el eje OX de abscisas para $x\in[0,2\pi]$.

Ejercicio 7 [2.5 PUNTOS]

Considere el par de rectas

$$r:\begin{cases}3x-5=y\\ z=0\end{cases} \qquad s:\begin{cases}6x-2y=1\\ z=0\end{cases}$$

A) [1 PUNTO] Calcule la posición relativa de las dos rectas.

B) [0,5 PUNTOS] De la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

C) [1 PUNTO] De la ecuación de un plano ortogonal a la recta r.

Ejercicio 8 [2.5 PUNTOS]

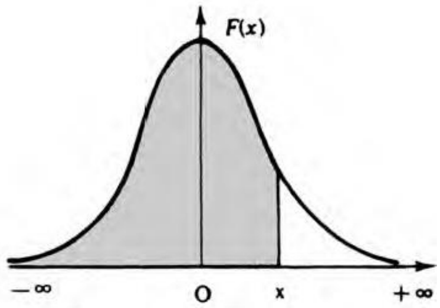
En una población determinada la altura de los niños de 17 años sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 7,41.

A) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que en dicha población la altura de un niño de 17 años esté entre 170 cm y 180 cm.

B) [1,5 PUNTOS] ¿A partir de que altura un niño de 17 años de dicha población se encontraría dentro del 5% de niños de 17 años más altos de dicha población?

Distribución normal

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$



x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

SOLUCIONES

Ejercicio 1 [2.5 PUNTOS]

Considere las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & 0 & 3\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

A) [0,5 PUNTOS] Calcule A^t, donde A^t denota la traspuesta de la matriz A.

B) [2 PUNTOS] Calcule $(3B-2C)(A^t-I)$, donde I es la matriz identidad de dimensión 3×3.

A)

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & 0 & 3\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ -1 & 0 & 1\\ 0 & 3 & -1\end{pmatrix}$$

B)

$$3B-2C=3\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 3 & 0\\ -3 & 6 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -4 & -2\\ -6 & 2 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & -1 & -2\\ -9 & 8 & -1\end{pmatrix}$$

$$A^t-I=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ -1 & 0 & 1\\ 0 & 3 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2 & 2\\ -1 & -1 & 1\\ 0 & 3 & -2\end{pmatrix}$$

$$(3B-2C)(A^t-I)=\begin{pmatrix}8 & -1 & -2\\ -9 & 8 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 2 & 2\\ -1 & -1 & 1\\ 0 & 3 & -2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 16+1-6 & 16-1+4\\ -8 & -18-8-3 & -18+8+2\end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix}1 & 11 & 19\\ -8 & -29 & -8\end{pmatrix}}$$

Ejercicio 2 [2.5 PUNTOS]

Considere la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$.

A) [0,5 PUNTOS] Calcule el dominio de definición de *f*(*x*).

B) [0,75 PUNTOS] Determine si hay intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*(*x*). En caso afirmativo, calcúlelos.

C) [0,5 PUNTOS] Calcule los cortes de *f*(*x*) con los ejes.

D) [0,75 PUNTOS] Determine los intervalos de concavidad y convexidad de *f*(*x*).

A) El denominador se anula en $x = 2$. El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{2\}$.

B) Utilizamos la derivada.

$$f(x)=\frac{x+1}{x-2} \Rightarrow f'(x)=\frac{1(x-2)-1(x+1)}{(x-2)^2}=\frac{x-2-x-1}{(x-2)^2}=\frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} -3<0 \\ (x-2)^2>0 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}=\frac{-}{+}<0$$

La derivada no cambia de signo, siempre es negativa.

La función decrece en todo su dominio $\mathbb{R}-\{2\}$.

C)

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{x+1}{x-2} \\ Eje\,OX \rightarrow y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x+1}{x-2}=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow \boxed{A(-1,0)}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{x+1}{x-2} \\ Eje\,OY \rightarrow x=0 \end{array}\right\} \Rightarrow f(0)=\frac{0+1}{0-2}=\frac{-1}{2} \Rightarrow \boxed{B\left(0,\frac{-1}{2}\right)}$$

D) Utilizamos la derivada segunda.

$$f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2} \Rightarrow f''(x)=\frac{0-(-3)2(x-2)}{(x-2)^4}=\frac{6}{(x-2)^3}$$

Estudiamos el signo de la derivada segunda antes y después de $x = 2$.

- En el intervalo $(-\infty,2)$ tomamos $x = 0$ y la derivada segunda vale $f''(0)=\dfrac{6}{(0-2)^3}=\dfrac{6}{-8}<0$. La función es cóncava (∩) en $(-\infty,2)$.

- En el intervalo $(2,+\infty)$ tomamos $x = 3$ y la derivada segunda vale $f''(3)=\dfrac{6}{(3-2)^3}=6>0$. La función es convexa (∪) en $(2,+\infty)$.

La función es cóncava (∩) en $(-\infty,2)$ y convexa (∪) en $(2,+\infty)$.

Ejercicio 3 [2.5 PUNTOS]

A) [1,5 PUNTOS] Escriba las ecuaciones paramétricas de las rectas que pasan por el punto (2, -1, 0). Es decir, de aquellas que tienen vector director $(v_1,\ v_2,\ v_3)$, donde $v_1,\ v_2,\ v_3 \in \mathbb{R}$ son parámetros.

B) [1 PUNTO] De las rectas anteriores, escriba las ecuaciones paramétricas de la recta que tiene vector director (-1, 4, 1).

A)

$$\left.\begin{array}{l}(2,-1,0)\in r\\ \overrightarrow{u_r}=(v_1,\ v_2,\ v_3)\end{array}\right\} \Rightarrow r:\begin{cases}x=2+v_1\beta\\ y=-1+v_2\beta,\ \beta\in\mathbb{R}\\ z=v_3\beta\end{cases}$$

B)

$$\left.\begin{array}{l}(2,-1,0)\in r\\ \overrightarrow{u_r}=(-1,4,1)\end{array}\right\} \Rightarrow r:\begin{cases}x=2-\beta\\ y=-1+4\beta,\ \beta\in\mathbb{R}\\ z=\beta\end{cases}$$

Ejercicio 4 [2.5 PUNTOS]

Cierto test determina si una persona consume cierto tipo de droga. En el 99% de los casos, el test clasifica como usuario de la droga a aquellos que la han consumido y también en el 99% de los casos, el test clasifica como no usuarios de la droga a aquellos que no la han consumido. Además, el 0,5% de las personas a las que se les va a pasar el test consumen la droga.

A) [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga?

B) [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que una persona consuma la droga si ha dado positivo en el test?

A) Si hay un 0.5 % de personas a las que se les va a pasar el test que consumen la droga entonces hay un 99.5 % que no la consumen.
La probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga es de 0.995.

B) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.
Llamamos D al suceso "Consume la droga" y A al suceso "Dar positivo en consumo de droga en el test"

A los no consumidores de droga el 99 % da en el test negativo, por lo que el 1% da positivo. Entonces tenemos que $P\left(A/D^C\right)=0.01$.

Calculamos la probabilidad de dar positivo en el test P(A) aplicando el teorema de la probabilidad total.

$$P(A)=P(D)P(A/D)+P\left(D^C\right)P\left(A/D^C\right)=0.005\cdot 0.99+0.995\cdot 0.01=0.0149$$

Nos piden el valor de $P(D/A)$.

$$P(D/A)=\frac{P(D\cap A)}{P(A)}=\frac{P(D)P(A/D)}{P(A)}=\frac{0.005\cdot 0.99}{0.0149}=\boxed{\frac{99}{298}\simeq 0.3322}$$

Ejercicio 5 [2.5 PUNTOS]

Considere la matriz

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & b\end{pmatrix}$$

en función del parámetro $b\in\mathbb{R}$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule el rango de A para los distintos valores del parámetro $b\in$ R.
B) [0,75 PUNTOS] Determine para que valores de $b\in$ R la matriz A tiene inversa.
C) [1 PUNTO] Sea B el conjunto formado por los $b\in$ R tales que A tiene inversa. Calcule la inversa de A para los diferentes valores del parámetro $b\in B$.

A) Calculamos el determinante de A y comprobamos cuando se anula.

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & b\end{vmatrix}=b-4$$

$$|A|=0\Rightarrow b-4=0\Rightarrow \boxed{b=4}$$

Si $b=4$ el determinante de A es nulo y su rango no es 2, por lo que su rango es 1, pues tiene elementos no nulos.
Si $b\neq 4$ el determinante de A es no nulo y su rango es 2.

B) La matriz A tiene inversa cuando su determinante es no nulo y por lo visto en el apartado anterior eso ocurre cuando $b\neq 4$.

C) Calculamos la inversa de la matriz A cuando $b\neq 4$.

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & b\end{pmatrix}}{b-4}=\frac{1}{b-4}\begin{pmatrix}b & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{b}{b-4} & \frac{-2}{b-4}\\ \frac{-2}{b-4} & \frac{1}{b-4}\end{pmatrix}}$$

Ejercicio 6 [2.5 PUNTOS]

Considere la función $f(x)=\sin(x)$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule una primitiva de $f(x)$.

B) [1,75 PUNTOS] Calcule el área del recinto del plano limitado por $f(x)$ y el eje OX de abscisas para $x\in[0,2\pi]$.

A)

$$F(x)=\int f(x)dx=\int \sin(x)dx=-\cos(x)+K$$

Una primitiva puede ser con $k = 0$ → $F(x)=-\cos(x)$

B) Averiguamos los puntos de corte de la función con el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\sin(x) \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sin(x)=0 \Rightarrow \{x\in[0,2\pi]\} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pi \\ x=2\pi \end{cases}$$

El recinto lo dividimos en dos partes: una entre $x = 0$ y $x = \pi$, la otra entre $x = \pi$ y $x = 2\pi$. Calculamos cada una de las áreas y luego las sumamos.

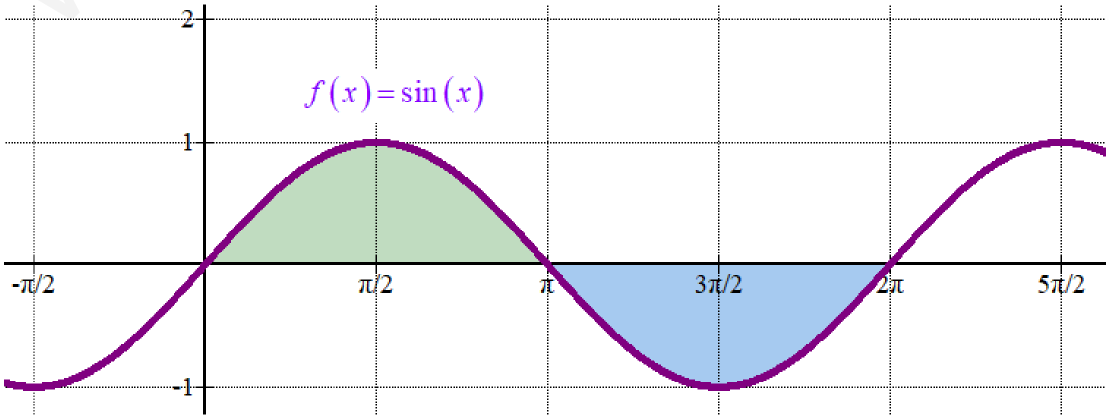
$$\int_0^{\pi} f(x)dx=\int_0^{\pi}\sin(x)dx=\left[-\cos(x)\right]_0^{\pi}=-\cos(\pi)+\cos(0)=1+1=2$$

$$\boxed{\text{Área } 1 = 2\ u^2}$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} f(x)dx=\int_{\pi}^{2\pi}\sin(x)dx=\left[-\cos(x)\right]_{\pi}^{2\pi}=-\cos(2\pi)+\cos(\pi)=-1-1=-2$$

$$\boxed{\text{Área } 2 = 2\ u^2}$$

El área del recinto del plano limitado por $f(x)$ y el eje OX de abscisas para $x\in[0,2\pi]$ tiene un valor de 2 + 2 = 4 unidades cuadradas.



Ejercicio 7 [2.5 PUNTOS]

Considere el par de rectas

$$r:\begin{cases}3x-5=y\\ z=0\end{cases} \qquad s:\begin{cases}6x-2y=1\\ z=0\end{cases}$$

A) [1 PUNTO] Calcule la posición relativa de las dos rectas.
B) [0,5 PUNTOS] De la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.
C) [1 PUNTO] De la ecuación de un plano ortogonal a la recta *r*.

A) Obtenemos de cada una de ellas un punto y un vector director.

$$r:\begin{cases}3x-5=y\\ z=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=-5+3x\\ z=0\end{cases} \Rightarrow r:\begin{cases}x=\lambda\\ y=-5+3\lambda\\ z=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{u_r}=(1,3,0)\\ P_r(0,-5,0)\end{cases}$$

$$s:\begin{cases}6x-2y=1\\ z=0\end{cases} \Rightarrow s:\begin{cases}-2y=1-6x \to y=\dfrac{-1}{2}+3x\\ z=0\end{cases} \Rightarrow s:\begin{cases}x=\alpha\\ y=\dfrac{-1}{2}+3\alpha\\ z=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)\\ Q_s\left(0,\dfrac{-1}{2},0\right)\end{cases}$$

Tienen el mismo vector director $\overrightarrow{u_r}=\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)$, por lo que las rectas son coincidentes o paralelas.
Comprobamos si un punto de la recta *r* pertenece a la recta *s*. De cumplirse las rectas son coincidentes, en caso contrario serán paralelas.

$$\left.\begin{array}{l}¿P_r(0,-5,0)\in s?\\ s:\begin{cases}6x-2y=1\\ z=0\end{cases}\end{array}\right\} \Rightarrow ¿s:\begin{cases}6\cdot 0-2(-5)=1\\ 0=0\end{cases}? \Rightarrow ¿s:\begin{cases}\color{red}{10=1}\\ 0=0\end{cases}?$$

Como no se cumple las rectas *r* y *s* son paralelas.

B) El plano que contiene a ambas rectas tiene como uno de sus vectores directores $\overrightarrow{u_r}=\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)$ y el otro vector director el vector que une un punto de *r* con un punto de *s* $\overrightarrow{P_rQ_s}$.

$$\left.\begin{array}{l}P_r(0,-5,0)\\ Q_s\left(0,\dfrac{-1}{2},0\right)\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{P_rQ_s}=\left(0,\frac{-1}{2},0\right)-(0,-5,0)=\left(0,\frac{9}{2},0\right)$$

Hallamos la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}=\overrightarrow{P_rQ_s}=\left(0,\dfrac{9}{2},0\right)\\ \vec{v}=\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)\\ (0,-5,0)\in\pi\end{array}\right\} \Rightarrow \pi:\begin{vmatrix}x & y+5 & z\\ 0 & 4.5 & 0\\ 1 & 3 & 0\end{vmatrix}=0 \Rightarrow 4.5z=0 \Rightarrow \boxed{\pi: z=0}$$

Es lógico pues este plano está en la definición de la recta *r*, por lo que la recta *r* está contenida en el plano *z* = *0* y lo mismo ocurre con la recta *s*.
El plano que contiene a ambas rectas es el plano *z* = *0*.

C) El plano ortogonal a la recta *r* tiene como vector normal el vector director de la recta $\overrightarrow{u_r} = (1,3,0)$ y como no indica el punto por el que debe pasar habrían infinitos planos cumpliendo lo pedido. Para obtener uno de esos planos tomamos $P_r(0,-5,0) \in r$.

$$\pi : \left.\begin{array}{l} \vec{n} = \overrightarrow{u_r} = (1,3,0) \\ P_r(0,-5,0) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \pi : x+3y+D=0 \\ P_r(0,-5,0) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow 0-15+D=0 \Rightarrow D=15 \Rightarrow \boxed{\pi : x+3y-15=0}$$

Ejercicio 8 [2.5 PUNTOS]

En una población determinada la altura de los niños de 17 años sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 7,41.

A) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que en dicha población la altura de un niño de 17 años esté entre 170 cm y 180 cm.

B) [1,5 PUNTOS] ¿A partir de que altura un niño de 17 años de dicha población se encontraría dentro del 5% de niños de 17 años más altos de dicha población?

Sea X = Altura de un niño de 17 años en centímetros.
X = N(175, 7.41)

A) Nos pide calcular $P(170 \leq X \leq 180)$.

$$P(170 \leq X \leq 180) = P(X \leq 180) - P(X \leq 170) = \{Tipificamos\} =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{180-175}{7.41}\right) - P\left(Z \leq \frac{170-175}{7.41}\right) = P(Z \leq 0.675) - P(Z \leq -0.675) =$$

$$= P(Z \leq 0.675) - P(Z \geq 0.675) = P(Z \leq 0.675) - \left[1 - P(Z \leq 0.675)\right] =$$

$$= \left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\} = \frac{0.7486+0.7517}{2} - \left[1 - \frac{0.7486+0.7517}{2}\right] \simeq \boxed{0.5}$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106

B) Nos piden hallar el valor de "a" tal que $P(X \geq a) = 0.05$.

$$P(X \geq a) = 0.05 \Rightarrow \{Tipificamos\} \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{a-170}{7.41}\right) = 0.05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{a-170}{7.41}\right) = 0.05 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a-170}{7.41}\right) = 1 - 0.05 = 0.95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a-170}{7.41} = 1.645 \Rightarrow a = 1.645 \cdot 7.41 + 170 \simeq \boxed{187.19\ cm}$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	[illegible]	[illegible]
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	[illegible]	[illegible]
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	[illegible]
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	[illegible]	[illegible]
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	[illegible]	[illegible]
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	[illegible]	[illegible]
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	[illegible]	[illegible]
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	[illegible]	[illegible]
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	[illegible]	[illegible]
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	[illegible]	[illegible]
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	[illegible]	[illegible]
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	[illegible]	[illegible]
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	[illegible]	[illegible]
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	[illegible]	[illegible]
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	[illegible]	[illegible]
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	[illegible]	[illegible]
1.6	[illegible]	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599