

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**

**TEMA 5: PROBABILIDAD**

- Junio, Ejercicio C5
- Junio, Ejercicio C6
- Reserva 1, Ejercicio C5
- Reserva 1, Ejercicio C6
- Reserva 2, Ejercicio C5
- Reserva 2, Ejercicio C6
- Reserva 3, Ejercicio C5
- Reserva 3, Ejercicio C6
- Reserva 3, Ejercicio C5
- Reserva 3, Ejercicio C6
- Julio, Ejercicio C5
- Julio, Ejercicio C6

En un estudio realizado en una sucursal bancaria se ha determinado que el 70% de los créditos concedidos son hipotecarios y el 25% de los créditos superan los 200.000 €. El 20% de los créditos son hipotecarios y de más de 200.000 €. Se elige al azar un cliente al que le han concedido un crédito. Calcule la probabilidad de que:

- El crédito no sea hipotecario y no supere los 200.000 €.
- Si su crédito no es hipotecario, este no supere los 200.000 €.
- Si su crédito supera los 200.000 €, que este no sea hipotecario.

**SOCIALES II. 2022 JUNIO. EJERCICIO C5**

### R E S O L U C I Ó N

Llamamos suceso  $A$ : “Crédito hipotecario” y suceso  $B$ : “el crédito supera los 200.000 €”

Datos del problema:  $p(A) = 0'7$  ;  $p(B) = 0'25$  ;  $p(A \cap B) = 0'2$

a) Calculamos  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0'7 + 0'25 - 0'2 = 0'75$

Nos piden:  $p(A^c \cap B^c) \xrightarrow{\text{Morgan}} p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0'75 = 0'25$

b)  $p(B^c / A^c) = \frac{p(A^c \cap B^c)}{p(A^c)} = \frac{0'25}{1 - 0'7} = \frac{5}{6} = 0'833$

c)  $p(A^c / B) = \frac{p(A^c \cap B)}{p(B)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0'25 - 0'2}{0'25} = \frac{1}{5} = 0'2$

En su tiempo libre, el 65% de los estudiantes de un centro educativo juega con videojuegos, el 45% lee libros y el 15% no hace ninguna de las dos cosas. Elegido al azar un estudiante de dicho centro, calcule la probabilidad de que:

- Juegue con videojuegos o lea libros.
- Juegue con videojuegos y no lea libros.
- Lea libros sabiendo que no juega con videojuegos.

**SOCIALES II. 2022 JUNIO. EJERCICIO C6**

## R E S O L U C I Ó N

Llamamos suceso  $A$ : “Jugar con videojuegos” y suceso  $B$ : “Leer libros”

Datos del problema:  $p(A) = 0'65$  ;  $p(B) = 0'45$  ;  $p(A^c \cap B^c) = 0'15$

a) Nos piden  $p(A \cup B)$

$$p(A^c \cap B^c) \xrightarrow{\text{Morgan}} \Rightarrow p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow 0'15 = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 1 - 0'15 = 0'85$$

b) Calculamos:  $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0'65 + 0'45 - 0'85 = 0'25$

Nos piden:  $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0'65 - 0'25 = 0'4$

$$c) p(B / A^c) = \frac{p(A^c \cap B)}{p(A^c)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{p(A^c)} = \frac{0'45 - 0'25}{1 - 0'65} = \frac{4}{7} = 0'5714$$

El 80% de los restaurantes de una localidad admite el pago con tarjeta de crédito, el 50% admite pagar mediante el móvil y el 10% no admite el pago con ninguno de estos métodos. Escogido al azar un restaurante de dicha localidad.

a) Calcule la probabilidad de que el restaurante admita

i) alguno de estos dos medios de pago

ii) Pagar con móvil sabiendo que admite pagar con tarjeta de crédito

b) ¿Son independientes los sucesos “Pagar con tarjeta” y “Pagar con móvil”?

**SOCIALES II. 2022 RESERVA 1. EJERCICIO C5**

### R E S O L U C I Ó N

Datos del problema:  $A =$  “Pagar con tarjeta de crédito”.  $p(A) = 0'8$

$B =$  “Pagar con móvil”.  $p(B) = 0'5$

$p(A^c \cap B^c) = 0'1$

a) i) Nos piden  $p(A \cup B)$

$$p(A^c \cap B^c) = \{Ley de Morgan\} = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 1 - 0'1 = 0'9$$

a) ii) Nos piden  $p(B/A)$

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{p(A) + p(B) - p(A \cup B)}{p(A)} = \frac{0'8 + 0'5 - 0'9}{0'8} = \frac{0'4}{0'8} = 0'5$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = 0'4 \\ p(A) \cdot p(B) = 0'8 \cdot 0'5 = 0'4 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Son independientes, ya que: } p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

En una localidad se han vendido 1335 boletos de lotería en tres establecimientos A, B y C. En el establecimiento A se han vendido 1054 boletos, 99 en el B y el resto en C. De los boletos premiados, 5 han sido vendidos en B y 13 en C. Sabemos que 95 de cada 100 boletos vendidos no han obtenido premio. Elegido un boleto al azar, se pide:

a) ¿Cuál es el establecimiento que tiene una mayor probabilidad de haber vendido un boleto no premiado?.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un boleto no premiado haya sido vendido en el establecimiento A?.

**SOCIALES II. 2022. RESERVA 1. EJERCICIO C6**

### R E S O L U C I Ó N

$$\text{Boletos no premiados } 1335 \cdot \frac{95}{100} = 1268'25$$

$$\text{Boletos premiados } 1335 \cdot \frac{5}{100} = 66'75$$

Hacemos una tabla de doble entrada con los datos del problema

	A	B	C	Total
Premiados	<b>48'75</b>	<b>5</b>	<b>13</b>	<b>66'75</b>
No premiados	<b>1005'25</b>	<b>94</b>	<b>169</b>	<b>1268'25</b>
Total	<b>1054</b>	<b>99</b>	<b>182</b>	<b>1335</b>

a)

$$p(A) = \frac{1005'25}{1268'25} = 0'7926$$

$$p(B) = \frac{94}{1268'25} = 0'0741$$

$$p(C) = \frac{169}{1268'25} = 0'1332$$

Luego, el establecimiento que tiene una mayor probabilidad de haber vendido un boleto no premiado es el A.

b)  $p(A) = \frac{1005'25}{1268'25} = 0'7926$

Se ha llevado a cabo una encuesta en un centro educativo para saber qué actividades extraescolares se realizan por la tarde. El 80% de los encuestados practican deporte o estudian idiomas, el 35% realizan ambas actividades y el 60% no estudian idiomas.

a) Elegido un estudiante de ese centro al azar, calcule la probabilidad de que:

- i) Practique deporte y no estudie idiomas.
- ii) Estudie idiomas y no practique deporte.
- iii) Haga solamente una de las dos actividades.
- iv) No haga ninguna de las dos actividades.

b) ¿Son independientes los sucesos “Practicar deporte” y “Estudiar idiomas”?

**SOCIALES II. 2022 RESERVA 2. EJERCICIO C5**

### R E S O L U C I Ó N

Datos del problema:  $A = \text{“Practicar deporte”}$ .

$B = \text{“Estudiar idiomas”}$ .

$$p(A \cup B) = 0'8 ; p(A \cap B) = 0'35 ; p(B^c) = 0'6$$

Calculamos:  $p(B) = 1 - p(B^c) = 1 - 0'6 = 0'4$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow 0'8 = p(A) + 0'4 - 0'35 \Rightarrow p(A) = 0'75$$

a) i) Nos piden  $p(A \cap B^c)$

$$p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0'75 - 0'35 = 0'4$$

ii) Nos piden  $p(A^c \cap B)$

$$p(A^c \cap B) = p(B) - p(A \cap B) = 0'4 - 0'35 = 0'05$$

iii) Nos piden  $p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B)$

$$p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B) = 0'4 + 0'05 = 0'45$$

iv) Nos piden  $p(A^c \cap B^c)$

$$p(A^c \cap B^c) = \{Ley de Morgan\} = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0'8 = 0'2$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = 0'35 \\ p(A) \cdot p(B) = 0'75 \cdot 0'4 = 0'3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Son dependientes, ya que: } p(A \cap B) \neq p(A) \cdot p(B)$$

Del total de personas vacunadas en un país para prevenir una enfermedad, el 48% recibió la vacuna A, el 35% la vacuna B y el resto la vacuna C.

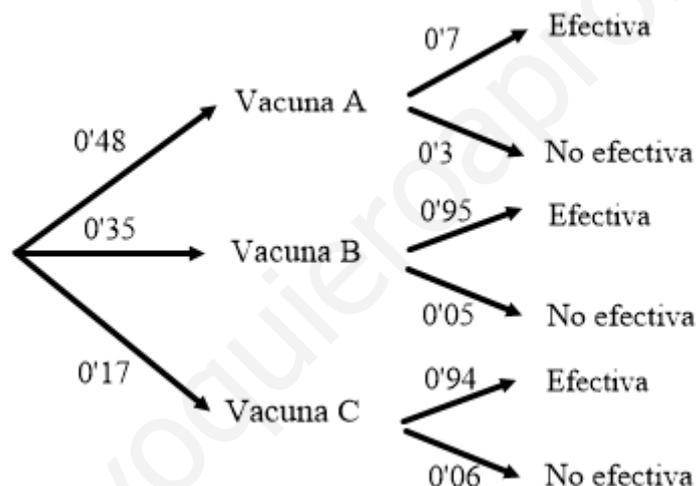
La efectividad de la vacuna A se sitúa en el 70%, la de B en el 95% y la de C en el 94%. Elegida al azar una persona vacunada:

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido vacunada con A y no le sea efectiva?
- ¿Qué probabilidad hay de que la vacuna le sea efectiva?
- Sabiendo que la vacuna no le ha sido efectiva, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido vacunada con C?

**SOCIALES II. 2022. RESERVA 2. EJERCICIO C6**

### R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(A \text{ y No efectiva}) = 0'48 \cdot 0'3 = 0'144$$

$$b) p(\text{efectiva}) = 0'48 \cdot 0'7 + 0'35 \cdot 0'95 + 0'17 \cdot 0'94 = 0'8283$$

$$p(C / \text{No efectiva}) = \frac{p[C \cap \text{No efectiva}]}{p(\text{No efectiva})} = \frac{0'17 \cdot 0'06}{1 - 0'8283} = \frac{0'0102}{0'1717} = 0'0594$$

De los sucesos  $A$  y  $B$  de un mismo experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:  $P(A) = 0'7$  ;  $P(B) = 0'6$  ;  $P(A \cup B) = 0'8$ .

Calcule la probabilidad de que:

- a) Ocurra  $A$  y  $B$ .
- b) No ocurra ni  $A$  ni  $B$ .
- c) Ocurra  $A$  pero no  $B$ .
- d) Ocurra  $A$  sabiendo que no ha ocurrido  $B$ .

**SOCIALES II. 2022 RESERVA 3. EJERCICIO C5**

### R E S O L U C I Ó N

a)  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - p(A \cup B) = 0'7 + 0'6 - 0'8 = 0'5$

b)  $p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0'8 = 0'2$

c)  $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0'7 - 0'5 = 0'2$

d)  $p(A / B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(B^c)} = \frac{0'2}{1 - 0'6} = 0'5$

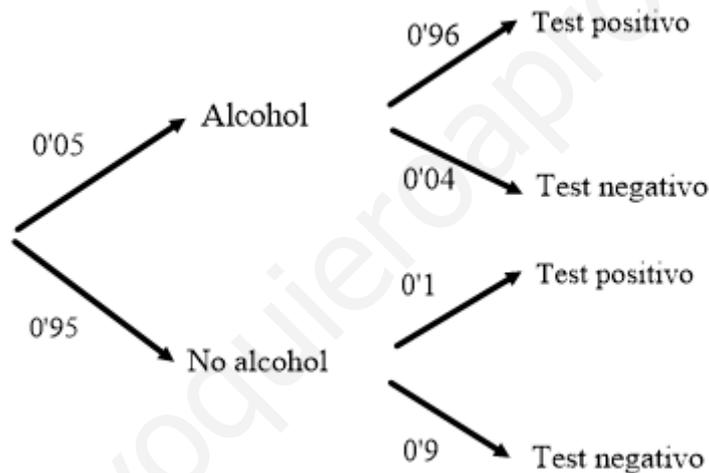
El porcentaje de conductores que consumen alcohol durante la madrugada del sábado es del 5%. La policía realiza controles de alcoholemia mediante un test del que se sabe que da positivo en un 96% si la persona ha bebido alcohol y en un 10% si la persona no ha bebido alcohol. Elegido al azar un conductor en la madrugada del sábado y realizado el test de alcoholemia, halle la probabilidad de que:

- Si el test da positivo, el conductor haya consumido alcohol.
- El test dé negativo y el conductor no haya consumido alcohol.
- Si el test ha dado negativo, el conductor no haya consumido alcohol.

**SOCIALES II. 2022 RESERVA 3. EJERCICIO C6**

### RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(\text{Alcohol} / \text{test positivo}) = \frac{0'05 \cdot 0'96}{0'05 \cdot 0'96 + 0'95 \cdot 0'1} = \frac{0'048}{0'143} = 0'3356$$

$$b) p(\text{test negativo y no alcohol}) = 0'95 \cdot 0'9 = 0'855$$

$$c) p(\text{No Alcohol} / \text{test negativo}) = \frac{0'95 \cdot 0'9}{0'95 \cdot 0'9 + 0'05 \cdot 0'04} = \frac{0'855}{0'857} = 0'9976$$

Juan realiza el siguiente juego: Lanza dos dados simultáneamente y si la suma es 2 o mayor que 7, gana y termina el juego. En caso contrario, tiene una segunda y última oportunidad lanzando de nuevo los dos dados y ganaría si la suma es mayor que 9.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane lanzando una sola vez los dados?.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane en la segunda oportunidad?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane?.

**SOCIALES II. 2022. RESERVA 4. EJERCICIO C5**

### R E S O L U C I Ó N

1,1 1,2 1,3 1,4 1,5 1,6

2,1 2,2 2,3 2,4 2,5 2,6

3,1 3,2 3,3 3,4 3,5 3,6

4,1 4,2 4,3 4,4 4,5 4,6

5,1 5,2 5,3 5,4 5,5 5,6

6,1 6,2 6,3 6,4 6,5 6,6

$$a) p(2 \text{ ó mayor que } 7) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} = 0'4444$$

$$b) p(\text{ganar en segunda oportunidad}) = \frac{20}{36} \cdot \frac{6}{36} = \frac{5}{54} = 0'0925$$

$$c) p(\text{ganar}) = \frac{4}{9} + \frac{5}{54} = \frac{29}{54} = 0'5370$$

Una encuesta realizada a los clientes de un banco muestra que el 60% de sus clientes tiene un ordenador, el 50% tiene una tablet y el 20% posee un ordenador y una tablet. Se elige al azar un cliente de ese banco.

a) Calcule la probabilidad de que:

- i) Tenga un ordenador o una tablet.
- ii) No tenga tablet si no tiene ordenador.
- iii) Tenga ordenador y no tenga tablet.

b) ¿Son los sucesos “Tener un ordenador” y “Tener una tablet” incompatibles? ¿Son sucesos independientes?

**SOCIALES II. 2022 RESERVA 4. EJERCICIO C6**

### R E S O L U C I Ó N

Datos del problema:  $A =$  “Tener ordenador”.

$B =$  “Tener tablet”.

$$p(A) = 0'6 \ ; \ p(B) = 0'5 \ ; \ p(A \cap B) = 0'2$$

a) i)  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0'6 + 0'5 - 0'2 = 0'9$

ii)  $p(B^c / A^c) = \frac{p(A^c \cap B^c)}{p(A^c)} = \frac{p(A \cup B)^c}{p(A^c)} = \frac{1 - p(A \cup B)}{1 - p(A)} = \frac{1 - 0'9}{1 - 0'6} = \frac{0'1}{0'4} = 0'25$

iii)  $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0'6 - 0'2 = 0'4$

b) Como  $p(A \cap B) = 0'2 \neq 0 \Rightarrow$  Son compatibles

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = 0'2 \\ p(A) \cdot p(B) = 0'6 \cdot 0'5 = 0'3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Son dependientes, ya que: } p(A \cap B) \neq p(A) \cdot p(B)$$

En una determinada región hay tres universidades A, B y C. De los estudiantes que terminaron sus estudios el año pasado, el 60% procedían de la universidad A, el 30% de la B y el resto de la C. Además, se conoce que la probabilidad de que un estudiante de la universidad A no encuentre trabajo en su región es 0'4, y para un estudiante de B es 0'5.

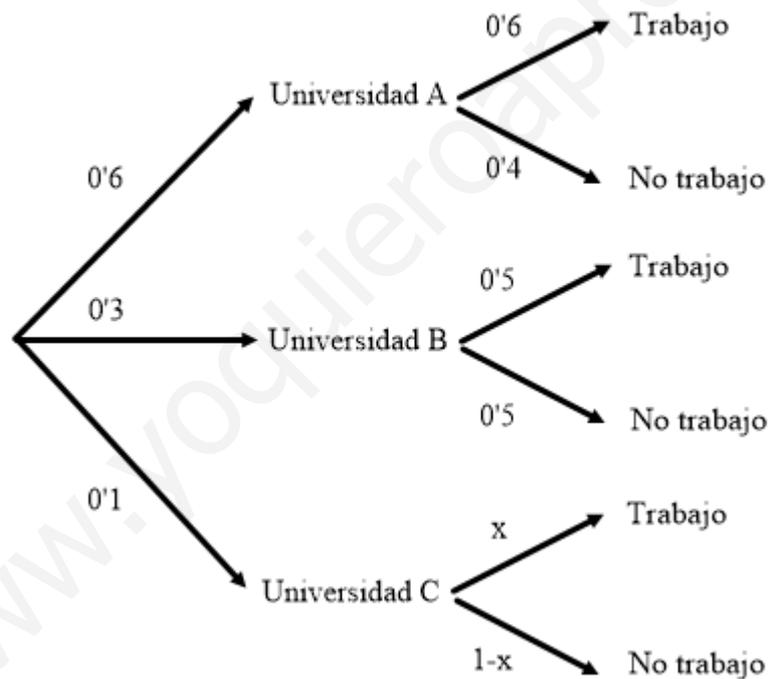
a) Si la probabilidad de que un estudiante no encuentre trabajo en su región es 0'395, determine la probabilidad de que un estudiante de la universidad C encuentre trabajo en su región.

b) Calcule la probabilidad de que un estudiante no haya encontrado trabajo en su región proceda de la universidad A o de la B.

**SOCIALES II. 2022. JULIO. EJERCICIO C5**

### RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(\text{No trabajo}) = 0'395 = 0'6 \cdot 0'4 + 0'3 \cdot 0'5 + 0'1 \cdot (1 - x) \Rightarrow 0'005 = 0'1 - 0'1x \Rightarrow x = 0'95$$

$$b) p(A \cup B / T^c) = \frac{p[(A \cup B) \cap T^c]}{p(T^c)} = \frac{0'6 \cdot 0'4 + 0'3 \cdot 0'5}{0'395} = \frac{0'39}{0'395} = \frac{78}{79} = 0'9873$$

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos del mismo espacio muestral tales que:

$$P(A \cup B) = \frac{3}{7}; p(A^c) = \frac{5}{7}; p(B^c) = \frac{2}{3}.$$

a) ¿Son  $A$  y  $B$  independientes?. ¿Son  $A$  y  $B$  incompatibles?.

b) Calcule  $p(A^c \cap B^c)$ .

c) Calcule  $p(B / A^c)$

**SOCIALES II. 2022 JULIO. EJERCICIO C6**

### RESOLUCIÓN

Sabemos que:

$$p(A^c) = \frac{5}{7} \Rightarrow p(A) = 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

$$p(B^c) = \frac{2}{3} \Rightarrow p(B) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

a)

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{2}{7} + \frac{1}{3} - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = \frac{2}{7} + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} = \frac{4}{21}$$

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = \frac{4}{21} \\ p(A) \cdot p(B) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{21} \end{array} \right\} \Rightarrow p(A \cap B) \neq p(A) \cdot p(B) \Rightarrow \text{Dependientes}$$

$$p(A \cap B) = \frac{4}{21} \neq 0 \Rightarrow \text{Compatibles}$$

$$b) p(A^c \cap B^c) \xrightarrow{\text{Morgan}} = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

c)

$$p(B / A^c) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{p(A^c)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{4}{21}}{\frac{5}{7}} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{5}{7}} = \frac{1}{5} = 0,2$$