Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2021
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El examen está compuesto de 3 secciones de dos bloques cada una. A su vez cada bloque tiene dos ejercicios. El alumno deberá elegir un bloque de cada una de las tres secciones. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Sección 1 (3 puntos) Bloque 1

1. *Una carpintería ofrece tres modelos de mesas cuyo precio varía en función del tipo de madera utilizada y lo clasifica en: gama baja, media y superior. El precio de la mesa de gama superior es el mismo que de las otras dos juntas. Vendiendo 50 mesas de gama media se obtiene el mismo dinero que con 30 de la superior y por la venta de 5 mesas de gama baja, 5 de media y 10 de gama superior se obtienen 7500 euros.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto cuesta cada modelo de mesa. (1 punto)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 puntos)

2. *En un terreno se dispone de 18 hectáreas para sembrar aguacates y mangos. Para los aguacates deseamos destinar como mucho 16 hectáreas. Por cada hectárea sembrada de aguacates y mangos se obtiene 10000 y 12000 euros respectivamente. Se quiere que la superficie correspondiente a los mangos no sea mayor que la que ocupen los aguacates.*

a) Expresa la función objetivo. (0.25 puntos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1 punto)

c) Determina cuántas hectáreas de cada tipo se debe dedicar a cada producto para conseguir máximo beneficio. (0.25 puntos)

Bloque 2

1. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x+3+t & si\ x<1 \\ 3 & si\ x=1 \\ (x-3)^2+t & si\ x>1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x = 1$? (0.5 puntos)

b) Para $t = 0$, calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(1, +\infty)$. (0.5 puntos)

c) Para $t = 0$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(1, +\infty)$. (0.5 puntos)

2. *La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene un máximo en el punto $(0, -3)$ y la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa $x = -1$ es 6. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c. (1.5 puntos)*

Sección 2 (3.5 puntos) Bloque 1

3. *El consumo por persona y semana de azúcar en España sigue una distribución normal con desviación típica $\sigma = 60$ gramos. Se hizo un estudio y se observó que la media de consumo por semana de 50 personas fue de 200 gramos. Se pide:*

a) Calcula el intervalo de confianza del 95 % para el consumo medio por persona y semana de azúcar. (1 punto)

b) Razona cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza. (0.5 puntos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ de consumo por persona y semana de azúcar es 220 gramos con una probabilidad del 90 %? Razona tu respuesta. (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

4. *De 100 alumnos que han terminado una titulación 6 no han encontrado trabajo el primer año.*

a) Calcula la proporción de alumnos que han encontrado trabajo el primer año. (0.25 puntos)

b) Calcula la probabilidad de que si elegimos tres alumnos sin repetición, ninguno haya encontrado trabajo el primer año. (0.5 puntos)

c) Si elegimos tres alumnos al azar sin repetición y el primero no ha encontrado trabajo el primer año, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo y el tercero tampoco hayan encontrado trabajo el primer año? (0.75 puntos)

Bloque 2

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & si\ x<0 \\ t & si\ x=0 \\ (x-2)^2 & si\ x>0 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = 0. (0.5 puntos)

b) Para t = 2, representa gráficamente la función f(x). (1 punto)

4. *En un local se venden pizzas en porciones. Las ventas durante cuatro semanas consecutivas siguen la función:* $P(t) = -40t^2 + 240t + 540$, *con t=semanas y* $(1 \leq t \leq 4)$.

a) ¿Cuántas porciones han vendido durante los dos primeras semanas? (0.5 puntos)

b) ¿Durante qué semana se vendieron más porciones y cuántas fueron? (0.75 puntos)

c) ¿Qué semana vendieron menos? ¿Cuántas porciones? (0.75 puntos)

Sección 3 (3.5 puntos) Bloque 1

5. *Dadas las matrices* $A=\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -1/2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$ *y* $D = \begin{pmatrix} -6 & 3 \end{pmatrix}$

a) Calcula $A \cdot C + D^T$. *(0.5 puntos)*

b) Razona si A y B tienen matriz inversa (no es necesario calcularlas). (0.5 puntos)

c) ¿Qué dimensiones tienen las matrices resultantes de los producto $D \cdot C$ *y* $D^T \cdot C^T$*? (no es necesario hacer las multiplicaciones). (0.5 puntos)*

6. *En un concesionario de motos disponen de 100 motos dispuestas para su venta. Las motos son de tres tipos: las que consumen gasolina únicamente, las que usan gasolina y aceite y las eléctricas. Las más numerosas son las que usan gasolina y aceite, y la diferencia entre la cantidad de estas y las de gasolina es igual a la mitad del número de eléctricas. La diferencia entre las de gasolina y las eléctricas es igual a la tercera parte de las que utilizan gasolina y aceite.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas motos hay de cada tipo. (1.5 puntos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 puntos)

Bloque 2

5. *Según los datos de 2020, en la universidad española hay un porcentaje de 24.8 % de mujeres estudiando Grados de Informática, el resto son hombres. Además una mujer tiene una probabilidad de 0.95 de terminar informática, mientras que para los hombres es del 0.85.*

a) Elegido un estudiante al azar de informática, ¿cuál es la probabilidad de que consiga terminar la titulación? (0.75 puntos)

b) Sabiendo que un estudiante elegido al azar ha terminado informática, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? (0.75 puntos)

6. *Se desea investigar la altura en cm de un tipo de planta, se sabe que la altura sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* σ *=15 cm. Se tomó una muestra aleatoria de 400 plantas de ese tipo y se comprobó que la altura media de dicha muestra era de 110 cm.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional de la altura de ese tipo de planta, con un nivel de confianza del 95 %. (1 punto)

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza. (0.5 puntos)

c) ¿Se puede admitir que la media de altura μ *de ese tipo de planta pueda ser de 109 cm con una confianza del 95 %? Razona tu respuesta. (0.5 puntos)*

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Mis soluciones son estas: **S1B1E1.- Solución:**

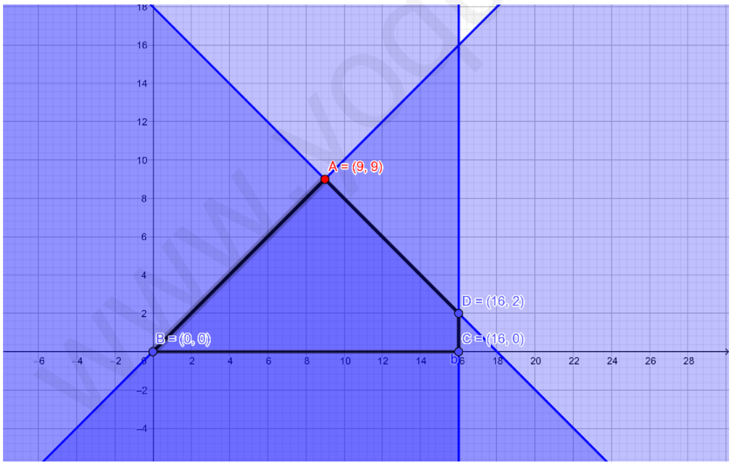
Llamaremos B al precio de una mesa de gama baja. M al precio de una mesa de gama media y S al precio de una de gama superior.

$$\begin{cases} \begin{matrix} S = M + B \\ 50M = 30S \\ 5B + 5M + 10S = 7500 \end{matrix} \Rightarrow \\ \begin{cases} B + M + 2S = 1500 \\ S + 2S = 1500 \\ Sustituyendo\ 1^a\ en\ 3^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3S = 1500 \Rightarrow S = 500 \\ Sustituyendo\ en\ 2^a \\ 5M = 1500 \\ M = 300 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} Sustituyendo\ en\ 1^a \\ B = S - M \\ B = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 500€ \\ M = 300€ \\ B = 200€ \end{cases} \end{cases}$$

S1B1E2.- Solución:

Llamaremos x al nº de hectáreas de dedicadas a aguacates y llamaremos y al nº de hectáreas dedicadas a mangos

$$\begin{cases} \begin{matrix} x + y \leq 18 \\ x \leq 16 \\ x \geq y \\ x \geq 0, y \geq 0 \\ F = 10000x + 12000y \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x + y = 18 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = 18 \\ x = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 16 \\ y = 0 \end{cases} \end{cases} \\ FMáximo = F(9,9) = 198000€ \Rightarrow 9\ de\ aguacates\ y\ 9\ de\ mangos \end{cases}$$



S1B2E1.- Solución:

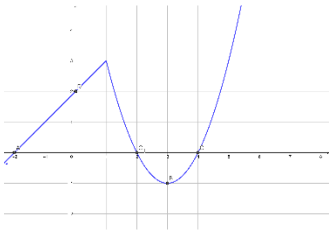
$$f(x) = \begin{cases} x + 3 + t\ si\ x < 1 \\ 3\ si\ x = 1 \\ (x-3)^2 + t \quad si \quad x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 3 \\ \lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (x-3)^2 + t = 4 + t \\ \lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} x + 3 + t = 4 + t \end{cases} \Rightarrow t = -1$$

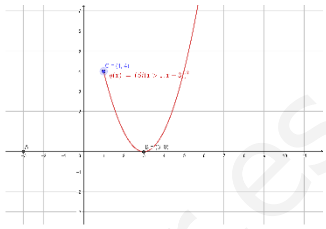
$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ \text{para continua en x} = 1 \end{cases}$$

$b)$ Para t = 0 extremos en (1,+∞) , $\begin{cases} f'(x) = 2(x-3) \Rightarrow 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ f''(x) = 2 \Rightarrow f''(3) = 2 > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow Mínimo\ en\ (3,0)$

$c)$ Creciente cuando $f^{'}(x) > 0 \Rightarrow 2x - 6 > 0 \Rightarrow x > 3$. Decreciente cuando 1< x < 3





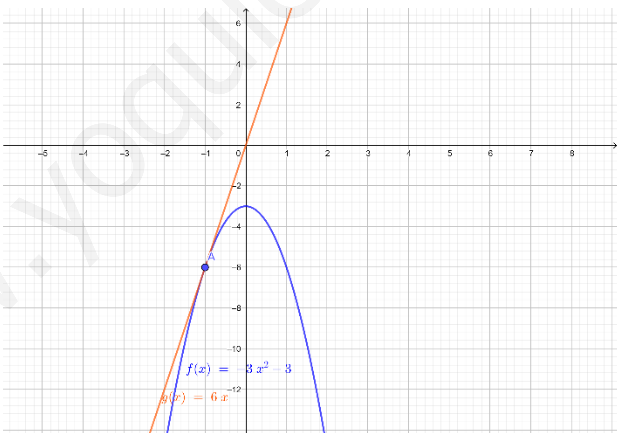
S1B2E2.- Solución:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 2a$$

$$Pasa\ por\ (0,-3) \Rightarrow f(0) = -3 \Rightarrow c = -3,$$

$Máximo\ en\ (0,3) \Rightarrow f'(0) = b \Rightarrow b = 0,\ \ pendiente\ 6\ en\ x = -1 \Rightarrow f'(-1) = -2a + b \Rightarrow a = -3$

Luego $f(x) = -3x^2 - 3$



S2B1E3.- Solución:

Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:

$P\left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1-\alpha$, donde 1-α es el nivel de confianza (0,95 en nuestro caso). $\bar{x}$ la media de la muestra, en nuestro caso 200 g; σ la desviación típica, ahora 60; n el tamaño de la muestra = 50.

$1-\alpha = 0{,}95 \Rightarrow \alpha = 0{,}05 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}025 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$ ya que $(1 - 0{,}025 = 0{,}975)$ Ver tabla) Luego el intervalo pedido es:

$$a)\ \left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(200 - 1'96\frac{60}{\sqrt{50}}\ ,\ 200 + 1'96\frac{60}{\sqrt{50}}\right) = (183'37,\ 216'63)$$

b) Podríamos disminuir la amplitud aumentando el tamaño de la muestra pues n figura en el denominador de la fórmula y al aumentar, disminuye el radio del intervalo.

c) Vemos que 220 no pertenece al intervalo calculado anteriormente, pero si ahora queremos menos seguridad, 90% en lugar de 95%, se trataría de hacer el cálculo con ese nuevo dato. Veamos:

$1-\alpha = 0{,}9 \Rightarrow \alpha = 0{,}1 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}05 \Rightarrow z_{\alpha/2} < 1{,}8$ ya que $(1-0{,}05 = 0{,}95)$

Con lo que el radio del intervalo sería menor y tampoco pertenecería

S2B1E4.- Solución:

a) Si 6% no han encontrado trabajo NT entonces 100-6=94% si han encontrado trabajo T.

b) Si elegimos tres alumnos 1,2,3 nos piden $P(NT1 \cap NT2 \cap NT3) = \frac{6}{100}\frac{5}{99}\frac{4}{98}$

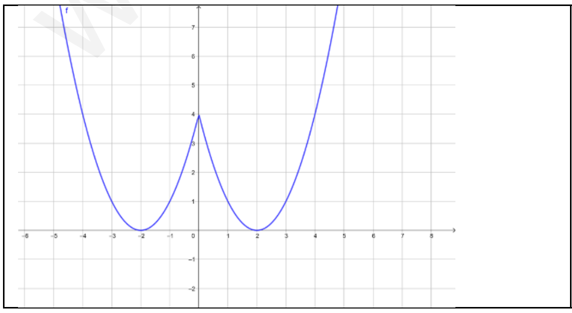
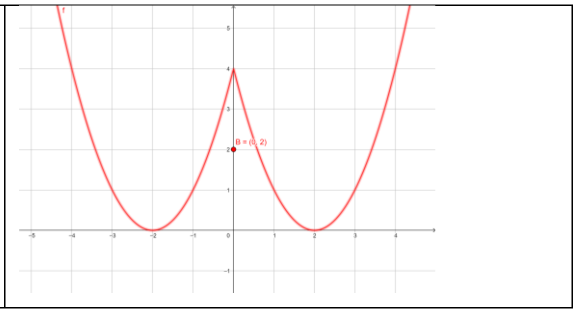
c) $P\left(NT2 \cap NT3/_{NT1}\right) = \dfrac{\frac{6}{100}\frac{5}{99}\frac{4}{98}}{\frac{6}{100}} = \frac{5}{99}\frac{4}{98}$

S2B2E3.- Solución:

$$a) f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 \ si\ x < 0 \\ t\ si\ x = 0 \\ (x-2)^2 \quad si \quad x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = t \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}(x-2)^2 = 4 \\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-}(x+2)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow t = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 4 \\ \text{para continua en x} = 0 \end{cases}$$

b) Si t=2 son dos ramas de parábola y un punto el (0 , 2)

S2B2E4.- Solución:

$$P(t) = -40t^2 + 240t + 540, 1 \leq t \leq 4\ , t\ semanas,$$

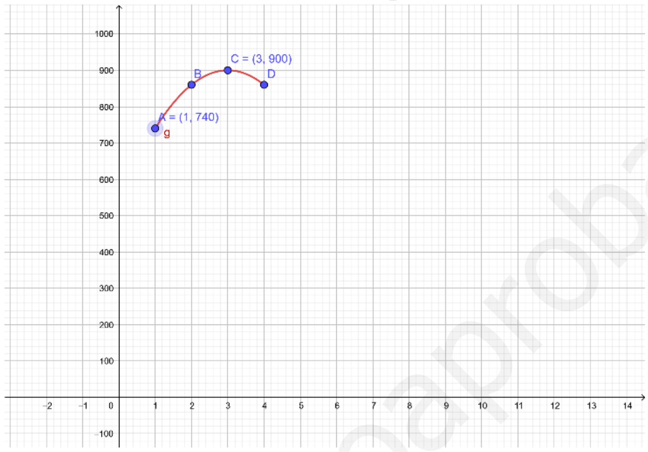
a) P(1)+P(2)=(-40+240+540)+(-160+480+540)=740+860=1600 pizzas

$$b) P'(t) = -80t + 240, P'(t) = 0 \Rightarrow t = 3$$

$$P''(t) = -80 \Rightarrow P''(3) = -80 < 0 \Rightarrow Máximo\ en\ (3\ , P(3) = (3\ , 900)$$

P(4)=-640+960+540=860 pizzas

c) Luego la semana 1 se vendieron menos pizzas, solo 740.



S3B1E5.- Solución:

$$\text{a) } \mathrm{A} \cdot \mathrm{C} + \mathrm{D}^T = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ \frac{1}{2} & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b)} |A| = 6 \neq 0 \Rightarrow \exists \mathrm{A}^{-1}; |B| = 0 \Rightarrow \nexists \mathrm{B}^{-1}$$

$$\text{c)Dimensiones de D} \cdot \text{C} = \text{1x1 pues D es 1x2 y C es 2x1}$$

$$\text{Dimensiones de } D^T \cdot C^T = \text{2x2 pues } D^T \text{es 2x1 y } C^T \text{ es 1x2}$$

S3B1E6.- Solución:

Llamaremos G al nº de motos de gasolina, GA al nº de motos de gasolina y aceite y E al nº de motos eléctricas.

$$\begin{cases} G + GA + E = 100 \\ GA - G = \dfrac{1}{2}E \\ G - E = \dfrac{1}{3}GA \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G + GA + E = 100 \\ -2G + 2GA - E = 0 \\ 3G - GA - 3E = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sumando\ 1^{a}\ y\ 2^{a} \\ -G + 3GA = 100 \\ Luego\ G = 3GA - 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} Sustituimos\ en\ 2^a\ y\ 3^a \\ 9GA-300-GA-3E=0 \\ 3GA-100+GA+E=100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Simplificamdo \\ 8GA-3E=300 \\ 4GA+E=200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1^a+3por3^a \\ 20GA=900 \\ Luego\ GA=45 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} E=200-180 \\ E=20 \\ G=100-45-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G=35 \\ GA=45 \\ E=20 \end{cases}$$

S3B2E5.- Solución:

Llamaremos M al suceso elegir un estudiante de informática al azar y resulte mujer, H que resulte hombre, I que se haya titulado en Informática.

Sabemos que $P(M)=24'8\%; P(H)=75'2\%; P\left({}^{I}/_{M}\right)=0{,}95; P\left({}^{I}/_{H}\right)=0{,}85$

$$a)\ P(I)=P(M\cap\ I)+P(H\cap\ I)=P(M)P\left({}^{I}/_{M}\right)+P(H)P\left({}^{I}/_{H}\right)=$$

$$P(M)P\left({}^{I}/_{M}\right)+P(H)P\left({}^{I}/_{H}\right)=0{,}248\cdot 0{,}95+0{,}752\cdot 0{,}85=0{,}875=87'5\%$$

$b)P\left({}^{M}/_{I}\right)=\left(P(M)P\left({}^{I}/_{M}\right)\right)/P(I)=(\ 0{,}248\cdot 0{,}95)/0{,}875$=0,269=26'9%

S3B2E6.- Solución:

Sabemos que se trata de una N(μ ,15), tenemos n=400 y $\bar{x}$=110 cm

$$1-\alpha=95\Rightarrow\alpha=0{,}05\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0{,}025\Rightarrow z_{\alpha/2}=1'96\ Ver\ tabla$$

$$a)\ \left(\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(110-1'96\frac{15}{\sqrt{400}}\ ,\ 110+1'96\frac{15}{\sqrt{400}}\right)$$
$$=(108'53,\ 111'47)$$

$$b)\ Si\ 1-\alpha\ aumenta\ el\ intervalo\ de\ confianza\ aumenta, ver\ tabla$$

$$Si\ 1-\alpha\ disminuye\ el\ intervalo\ de\ confianza\ aumenta, ver\ tabla$$

$c)$ $109\in(108'53,\ 111'47)$ Luego sí, se puede admitir.