ENERGÍA POTENCIAL

Energía potencial gravitatoria

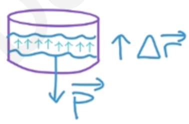
1. ¿Cuánto trabajo se realiza al elevar 50m el agua contenida en un depósito de 5m x 4m x 2m? Dato: densidad del agua = 1kg/L.

La masa del agua contenida en el depósito es:

$V_{agua} = 5 \cdot 4 \cdot 2 = 40 m^3 = 40 \cdot 10^3 \ dm^3 = 40 \cdot 10^3 \ L$

$d = \frac{m}{V} \longrightarrow m_{agua} = d \cdot V_{agua} = 1 \frac{kg}{L} \cdot 40 \cdot 10^3 L = 4 \cdot 10^4 \ kg$

Trabajo:



$W_{1 \to 2} = p \cdot \Delta r \cdot \cos 180° = -m \cdot g \cdot \Delta h =$

$= -4 \cdot 10^4 \cdot 9'8 \cdot 50 = -1'96 \cdot 10^7 \ (J)$

Como la fuerza de la gravedad se opone al desplazamiento, su trabajo es negativo. Por tanto, el trabajo para vencerla será positivo.

2. Calcula el trabajo que realiza la fuerza de gravedad sobre la masa de 100g de un péndulo de 2m de longitud que oscila con amplitud angular de 10° en los siguientes casos:

a)

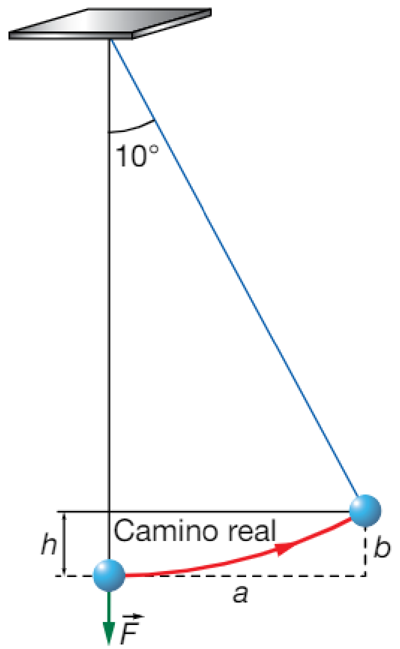
El cálculo directo del trabajo, W_g, es difícil, porque el movimiento no es rectilíneo y el ángulo entre el desplazamiento instantáneo y el peso va cambiando. Sin embargo, como la fuerza de la gravedad es conservativa, el trabajo que realiza en un ciclo (oscilación) es nulo:

$$W_g(ciclo, fuerza\ conservativa) = 0$$

b) En el trayecto desde el centro a un extremo.

Como la fuerza gravitatoria es conservativa, calculamos el trabajo por un camino $(a + b)$ diferente al real, pero que empieza y termina en los mismos puntos.

$$W_{gTOTAL} = W_g(a) + W_g(b)$$



$h = 2 \cdot (1 - \cos 10°) = 0{,}03$ m

En el tramo a el trabajo es nulo ($\phi = 90°$), mientras que en el tramo b el trabajo de la fuerza gravitatoria es:

$$W_g(b) = p \cdot h \cdot \cos(180°) = -m \cdot g \cdot h =$$
$$= -0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}03 = -0{,}0294\, J$$

Quedando:

$$W_{gTOTAL} = -0{,}0294\, J$$

3. ¿Con qué trabajo se vence a la gravedad cuando se eleva un satélite de 2500kg desde la superficie terrestre hasta una altura de 400km? Razona el problema y efectúa un cálculo aproximado.

Como la fuerza de la gravedad se opone al desplazamiento, su trabajo es negativo. Por tanto, el trabajo para vencerla será positivo (la fuerza y el desplazamiento tienen el mismo sentido).

$$W_g = p \cdot h \cdot \cos(180°) = -mgh$$

Esta expresión no sería válida porque la aceleración de la gravedad, g, varía con la altura. Sin embargo, como la altura alcanzada es mucho menor que el radio de la Tierra ($400km \ll 6371km$) no cometemos un gran error si tomamos g como aproximadamente constante:

$$W_g = -mgh = -2500 \cdot 9{,}8 \cdot 400 \cdot 10^3 = -9{,}8 \cdot 10^9\, J$$

Y el trabajo exterior empleado entonces: $W_{exterior} = -W_g = 9{,}8 \cdot 10^9\, J$

4. Un libro de 2kg está en una balda situada a 1,8m sobre el nivel del suelo de la habitación. Calcula el valor de su energía potencial respecto a dicho suelo. Si el suelo de la habitación está a 10m sobre el nivel de la calle, ¿cuál es el valor de la energía potencial respecto al suelo de la calle? ¿Y respecto al nivel del mar, si la casa está situada a una altura de 1200m sobre dicho nivel?

$E_{P1} = m \cdot g \cdot h_1 = 2 \cdot 9'8 \cdot 1'8 = 35'3\,(J)$

$E_{P2} = m \cdot g \cdot h_2 = 2 \cdot 9'8 \cdot (10 + 1'8) = 231'3\,(J)$

$E_{P3} = m \cdot g \cdot h_3 = 2 \cdot 9'8\,(10 + 1'8 + 1200) = 23751{,}28\,(J)$

Observa que el concepto de altura es relativo y, por tanto, el valor de la energía potencial varía según el cero elegido ($h = 0$). Comprueba, sin embargo, que la variación de la energía potencial, ΔE_P, es absoluta y no depende del nivel de referencia.

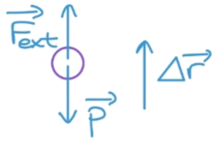
5. Un cuerpo de 50kg cae al suelo desde una altura de 100m. ¿Cuál es el trabajo de la fuerza gravitatoria? Si se toma el suelo como nivel de referencia, ¿en qué cantidad se ha modificado su energía potencial? ¿Es energía ganada o perdida?

$$W = p\cdot\Delta r\cdot\underbrace{\cos 0^\circ}_{1} = m\cdot g\cdot\Delta r =$$
$$= 50\cdot 9'8\cdot 100 = 49000\,(J)$$

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = m\cdot g\cdot \cancel{h_{suelo}} - m\cdot g\cdot h_{altura} = -49000\,(J)$$

Por tanto, la energía potencial del cuerpo a los 100m de altura se va perdiendo hasta llegar al suelo que se anula. Pero no desaparece, sino que se transforma en energía cinética que adquiere el cuerpo durante la caída.

6. Si la misma masa de 50kg es restituida a su posición inicial a 100m sobre el nivel del suelo, ¿qué trabajo ha sido necesario realizar? ¿Cuál es en este caso el valor del trabajo realizado por la fuerza gravitatoria?



Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria:

$$W_g = p\cdot\Delta r\cdot\underbrace{\cos(180^\circ)}_{-1} = -m\cdot g\cdot\Delta r =$$
$$= -50\cdot 9'8\cdot 100 = -49000\,(J)$$

Trabajo externo realizado:

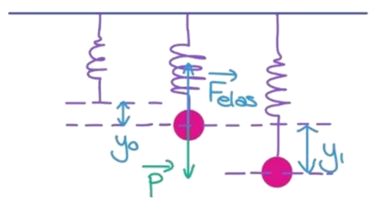
$$W_{ext} = -W_g = 49000\,(J)$$

Energía potencial elástica
Fuerzas conservativas
Teorema de la energía potencial

7. De un muelle de constante elástica $k = 8N/cm$ se cuelga una bola metálica de 250g. Una vez alcanzado el equilibrio mecánico, calcula el trabajo que debemos efectuar para bajar 1cm la bola.

$$k = 8\,\frac{N}{\cancel{cm}}\cdot\frac{100\,\cancel{cm}}{1m} = 800\,\frac{N}{m}$$

$$m = 250g = 0'25kg$$



II Ley de Newton en el equilibrio junto con la ley de Hooke:

$$p + F_{elas} = 0 \longrightarrow p = F_{elas} \longrightarrow m\cdot g = k\cdot y_0$$

$$\longrightarrow y_0 = \frac{m\cdot g}{k} = \frac{0'25\cdot 9'8}{800} = 0'00306\,m = 3'1mm$$

El trabajo externo realizado para deformar el muelle coincide con la variación de energía potencial: $W^{ext}_{0\to 1} = \Delta E_p$

↓

elástica + gravitatoria → conservativas

- $\Delta E_{Pe} = E_{P1} - E_{P0} = \frac{1}{2}ky_1^2 - \frac{1}{2}ky_0^2 = \frac{1}{2}k\left[y_1^2 - y_0^2\right] =$
$= \frac{1}{2}800\left[0'01306^2 - 0'00306^2\right] = 0'0645\,(J)$

- $\Delta E_P = E_{P1} - E_{P0} = mgy_1 - mgy_0 = m \cdot g \cdot (y_1 - y_0) =$
$= 0'25 \cdot 9'8 \cdot \left[-0'01306 - (-0'00306)\right] = -0'0245\,(J)$

$\longrightarrow W_{0\to 1}^{ext} = \Delta E_{Pe} + \Delta E_{Pg} = 0'04\,(J)$

Debemos realizar un trabajo externo, contra la Felas y a favor de la gravitatoria igual a $+0'04\,(J)$.

8. ¿Qué trabajo se realiza contra la fuerza elástica para deformar 1cm un muelle de constante elástica $k = 8N/mm$?

$k = 8\,\frac{N}{\cancel{mm}} \cdot \frac{10^3\,\cancel{mm}}{1m} = 8000\,\frac{N}{m}$

Para deformar un muelle se necesita una fuerza externa. El trabajo aplicado se acumula en el muelle en forma de energía potencial elástica.

$W_{1\to 2}^{ext} = \Delta E_P = E_{P2} - E_{P1} = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 =$
$= \frac{1}{2}k\left[x_2^2 - x_1^2\right] = \frac{1}{2}8000 \cdot \left[0'01^2 - 0^2\right] = 0'4\,(J)$

9. Comprueba que las energías cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica tienen dimensiones de trabajo.

Las dimensiones de las energías cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica son:

$$[E_C] = \left[\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2\right] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$
$$[E_{Pg}] = [m \cdot g \cdot h] = M \cdot (L \cdot T^{-2}) \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$
$$[E_{Pelas}] = \left[\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2\right] = [k] \cdot [x^2] = \frac{[F]}{[x]} \cdot [x^2] = M \cdot (L \cdot T^{-2}) \cdot L^{-1} \cdot L^2$$
$$= M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

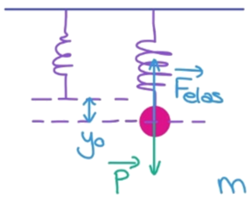
Que, además de coincidir entre ellas, coinciden con las del trabajo:

$$[W] = [F \cdot \Delta r] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

10. Explica por qué no se puede aplicar la expresión $E_P = m \cdot g \cdot h$ al cálculo de la energía de un satélite artificial en órbita alrededor de la Tierra.

Dicha fórmula solo se aplica a cuerpos que se encuentran en las proximidades de la superficie terrestre, ya que es donde la aceleración de la gravedad, g, tiene un valor aproximadamente constante. Cuando la altura varía apreciablemente, la fórmula deja de ser válida.

11. Para determinar la constante elástica de un muelle, lo colgamos verticalmente con una pesa de 50g en su extremo inferior. Si el muelle se estira 2mm, ¿cuánto vale k? ¿cuánta energía potencial elástica ha acumulado el sistema?



II Ley de Newton en el equilibrio junto con la Ley de Hooke:

$$\vec{P} + \vec{F}_{elas} = 0 \longrightarrow P = F_{elas} \longrightarrow$$

$$m\cdot g = k\cdot y_0 \longrightarrow k = \frac{m\cdot g}{y_0} = \frac{0'05\cdot 9'8}{2\cdot 10^{-3}} = 245\ (N/m)$$

Energía potencial elástica:

$$E_P = \frac{1}{2}k y_0^2 = \frac{1}{2}\cdot 245\cdot 0'002^2 = 4'9\cdot 10^{-4}\ (J)$$

12. Si estiramos un muelle, se acumula energía potencial elástica. ¿Se pierde energía elástica si lo comprimimos? Razona la respuesta.

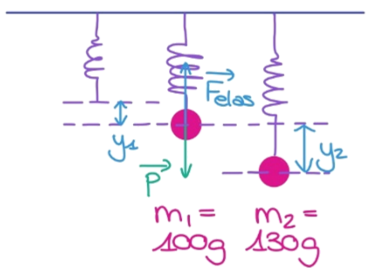
No, si el muelle se comprime, también se acumula energía potencial elástica. Lo importante es cuánto se deforma, no el tipo de deformación.

13. Un muelle colgado del techo tiene una masa de 100g suspendida de su extremo. Al agregar 30g más, el muelle se alarga 5cm más.

a) Calcula la constante elástica del muelle.

b) Obtén el incremento de energía potencial elástica cuando se añade la segunda masa.

a) II Ley de Newton en el equilibrio junto con la Ley de Hooke:



$$\vec{P} + \vec{F}_{elas} = 0$$

$$\longrightarrow P = F_{elas} \longrightarrow m_1\cdot g = k\cdot y_1$$

Cuando se cuelga $m_T = m_1 + m_2$:

$$\vec{P} + \vec{F}_{elas} = 0 \longrightarrow P = F_{elas}$$

$$\longrightarrow m_T\cdot g = k(y_1 + y_2) \longrightarrow m_T\cdot g = k\cdot y_1 + k y_2 = m_1\cdot g + k y_2$$

$$k = \frac{m_T\cdot g - m_1\cdot g}{y_2} = \frac{(\cancel{m_1} + m_2)g - \cancel{m_1 g}}{y_2} =$$

$$= \frac{m_2 g}{y_2} = \frac{0'03\cdot 9'8}{0'05} = 5'88\ (N/m)$$

(b) Ahora puedo sacar y_1:

$$y_1 = \frac{m_1 \cdot g}{k} = \frac{0'1 \cdot 9'8}{5'88} = 0'167 \text{ (m)}$$

Entonces: $y_2 = y_1 + 0'05 = 0'217 \text{ (m)}$

y la variación de Ep elástica:

$$\Delta E_P = E_{P2} - E_{P1} = \frac{1}{2} k \left[y_2^2 - y_1^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5'88 \left[0'217^2 - 0'167^2 \right] = 0'056 \text{ (J)}$$