1) El vector de posición de un móvil viene dado por: $r = (2 - t^2)\ i\ - 3\,t^2\ j$ m

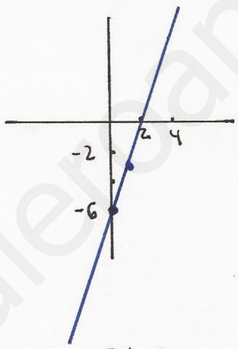
A) Calcula y representa la ecuación de la trayectoria **B)** Calcular la velocidad y aceleración instantánea para t = 2 s **C)** Hallar las componentes intrínsecas de la aceleración para t = 2 s. **D)** ¿De qué tipo de movimiento se trata? *Puntuación máxima por apartado: 0,5 puntos*

$\vec{r}(t) = (2-t^2)\,\vec{i} - 3t^2\,\vec{j}$ m

A) $\begin{cases} x = 2-t^2 \\ y = -3t^2 \end{cases}$ $\quad t^2 = 2-x$

$\boxed{y = -3(2-x) = 3x-6}$

x	y
0	-6
1	-3



B) $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt} = -2t\,\vec{i} - 6t\,\vec{j}$

$\boxed{\vec{v}(2) = -4\vec{i} - 12\vec{j}}$ $\quad \boxed{v(2) = \sqrt{(-4)^2+(-12)^2} = 12{,}64\ m/s}$

$\boxed{\vec{a}(t) = \dfrac{dv(t)}{dt} = -2\vec{i} - 6\vec{j}}$ $\quad \boxed{a(2) = \sqrt{(-2)^2+(-6)^2} = 6{,}32\ m/s^2}$

C) $a_t = \dfrac{dv}{dt}$ $\quad v(t) = \sqrt{(-2t)^2+(-6t)^2} = \sqrt{40t^2} = \sqrt{40}\,t = 6{,}32\,t$

$\boxed{a_t = 6{,}32\ m/s^2}$

$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{(6{,}32)^2 - (6{,}32)^2} = 0$

$\boxed{a_n = 0}$

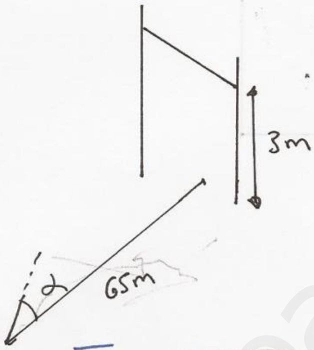
D) MRUA → tiene trayectoria rectilínea y aceleración constante.

2) Un jugador de rugby patea un balón hacia los palos. La velocidad de salida del balón es 105 km/h y el ángulo de lanzamiento es de 30 º. La portería se encuentra a 65 m del punto de lanzamiento y el palo transversal está elevado 3 m sobre el césped.

A) Determina la velocidad del balón al cabo de 5 s del lanzamiento **B)** la altura máxima del lanzamiento y su alcance máximo **C)** Indica razonadamente si marcará el tanto

Puntuación máxima por apartado: A) y C) 0,5 puntos B) 1 punto

$v_0 = 105\ km/h$
$= 29{,}16\ m/s$
$\alpha = 30°$



A) $v_x = v_0 \cos\alpha = 29{,}25\ m/s \cdot \cos 30° = 25{,}25\ m/s$

$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \operatorname{sen}\alpha - gt = 29{,}25\ m/s\ \operatorname{sen} 30° - 9{,}8\ m/s^2 \cdot 5s = -34{,}42\ m/s$

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(25{,}25)^2 + (-34{,}41)^2} = 42{,}69\ m/s}$$

B) $v_y = 0$ $(Y_{máx})$

$v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha - gt = 0$ $\quad \boxed{t_{Y_{máx}} = \frac{v_0 \operatorname{sen}\alpha}{g} = \frac{29{,}16\ m/s \cdot \operatorname{sen} 30°}{9{,}8\ m/s^2} = 1{,}51\ s}$

$Y_{máx} = v_0 \operatorname{sen}\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2 = 29{,}16 \operatorname{sen} 30° \cdot 1{,}51s - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ m/s^2 (1{,}51s)^2$

$$\boxed{Y_{máx} = 10{,}85\ m}$$

$X_{máx} \rightarrow t_{X_{máx}} = 2 \cdot t_{Y_{máx}} = 2 \cdot 1{,}51s = 3{,}02s$

$$\boxed{X_{máx} = v_0 \cos\alpha \cdot t_{X_{máx}} = 29{,}25\ m/s \cdot \cos 30° \cdot 3{,}02s = 76{,}26\ m}$$

C) $x = v_0 \cos\alpha\, t \rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos 30°} = \frac{65\ m}{29{,}16\ m/s \cos 30°} = 2{,}57s$

$y = v_0 \operatorname{sen}\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2 = 29{,}16\ m/s \operatorname{sen} 30°\ 2{,}57s - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ m/s^2 (2{,}57s)^2$

$\boxed{y = 5{,}11\ m}$ Si marcará el tanto

3) Un tiovivo de 10 m de radio gira a 6 rpm. Cuando se apaga el motor, tarda 12 s en pararse. Calcula:

A) La aceleración angular de parada, supuesta constante **B)** El número de vueltas que da hasta detenerse, desde que se apaga el motor. **C)** La velocidad lineal de un asiento (caballo), que se encuentra a r = 5 m del eje de giro, a los 10 s de pararse el motor **D)** La aceleración tangencial de este asiento en ese instante (a los 10 s) *Puntuación máxima por apartado: 0,5 puntos*

$R = 10\,m \qquad \omega_0 = 6\,r.p.m. = 6\,\frac{vueltas}{min} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,vuelta} \cdot \frac{1\,min}{60\,s} = 0{,}2\pi\,rad/s$

A) $\boxed{\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 0'2\pi\,rad/s}{12\,s} = -0{,}0166\pi\,rad/s^2 = -0{,}052\,rad/s^2}$

B) $\varphi = \cancel{\varphi_0} + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0{,}2\pi\,rad/s \cdot 12\,s + \frac{1}{2}(-0{,}0166\pi\,rad/s^2)(12\,s)^2$

$\varphi = 1'2\,\pi\,rad$

$\boxed{n^o\,vueltas = \frac{1{,}2\pi\,rad}{2\pi\,rad} = 0{,}6\,vueltas}$

C) $v = \omega \cdot R \qquad t = 10\,s \qquad R = 5\,m$

$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0{,}2\pi\,rad/s + (-0{,}0166\pi)\,rad/s^2 \cdot 10\,s = 0'1\,rad/s$

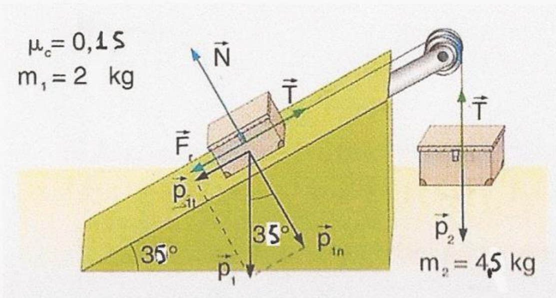
$\boxed{v = 0{,}1\,rad/s \cdot 5\,m = 0{,}5\,m/s}$

D) $\boxed{a_t = \alpha \cdot R = -0{,}052\,rad/s^2\; 5\,m = -0{,}26\,m/s^2}$

4) Un cuerpo de masa $m_1 = 2$ kg se halla sobre un plano inclinado de 35º y está unido, mediante una cuerda que pasa por una polea, a otro cuerpo de masa $m_2 = 4{,}5$ kg que cuelga verticalmente. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo es de 0,15

A) Calcula la aceleración del sistema

B) El trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo m_1 cuando recorre 1,5 m sobre el plano inclinado *Puntuación máxima por apartado: 1 punto*



A)

$$F = m \cdot a$$

$$P_2 - \cancel{T} = m_2 \cdot a$$

$$\cancel{T} - P_{1t} - F_{R_1} = m_1 \cdot a$$

$$P_2 - P_{1t} - F_{R_1} = (m_1 + m_2)\, a$$

$$m_2 g - m_1 g \operatorname{sen} 35^\circ - \mu m_1 g \cos 35^\circ = (m_1 + m_2)\, a$$

$$\boxed{a = \frac{m_2 g - m_1 g \operatorname{sen} 35^\circ - \mu m_1 g \cos 35^\circ}{m_1 + m_2} = 4{,}68\ m/s^2}$$

B)

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ = T \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = 1{,}5\ m$$

$$T = P_2 - m_2 a = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a) = 23{,}04\ N$$

$$\boxed{W_T = 23{,}04\ N \cdot 1{,}5\ m = 34{,}56\ J}$$

$$\boxed{W_N = N \cdot \Delta x \cdot \cos 90^\circ = 0\ J}$$

$$\boxed{W_{P_1} = P_1 \cdot \Delta x \cdot \cos 125^\circ = m_1 g\, \Delta x \cdot \cos 125^\circ = -16{,}86\ J}$$

$$W_{FR_1} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = -F_R \cdot \Delta x$$

$$F_{R_1} = \mu N_1 = \mu \cdot m_1 g \cos 35^\circ = 2{,}4\ N$$

$$\boxed{W_{FR_1} = -2{,}4\ N \cdot 1{,}5\ m = -3{,}6\ J}$$

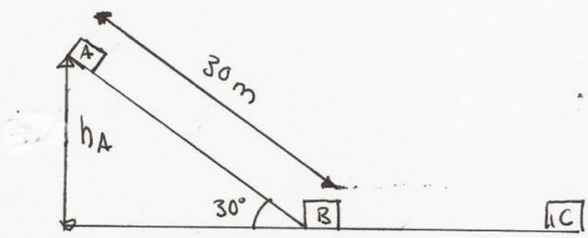
$$\boxed{W_R = W_T + W_N + W_{P_1} + W_{FR} = 14{,}1\ J}$$

5) Una persona sobre un trineo inicia el descenso desde un punto de una pendiente de 30º y 30 m de longitud. La masa conjunta de la persona y el trineo es de 90 kg. El coeficiente de rozamiento entre el trineo y la nieve es de 0,12.

A) Calcular la velocidad del trineo al llegar a la pendiente

B) Al llegar al punto más bajo de la pendiente el trineo sigue deslizándose por una pista horizontal, también de nieve, hasta que se para ¿Qué distancia horizontal recorre hasta detenerse?

Puntuación máxima por apartado: 1 punto



$\text{sen } 30° = \dfrac{h_A}{\Delta x}$

$h_A = \Delta x \text{ sen } 30°$

$m = 90 \text{ kg}$

$\mu = 0{,}12$

$N = P_n = mg \cos 30°$

A) $W_{FR} = \Delta Em = Em_B - Em_A$

$$F_R \cdot \Delta x \cos 180° = (\cancel{Ep_B} + Ec_B) - (Ep_A + \cancel{Ec_A})$$

$$-\mu \cancel{m} g \cos 30° \Delta x = \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 - \cancel{m} g h_A$$

$$-\mu g \cos 30° \Delta x = \frac{1}{2} v_B^2 - g h_A$$

$$-0{,}12 \cdot 9{,}8 \cos 30° \cdot 30 = \frac{v_B^2}{2} - 9{,}8 \cdot 30 \text{ sen } 30°$$

$$\boxed{v_B = 15{,}26 \text{ m/s}}$$

B) $W_{FR} = \Delta Em = Em_C - Em_B$

$$F_R \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = (\cancel{Ep_C} + \cancel{Ec_C}) - (\cancel{Ep_B} + Ec_B)$$

$$-\mu \cancel{m} g \Delta x = -\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{v_B^2}{2 g \mu} = \frac{(15{,}26 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}12} = 99 \text{ m}}$$