

Estudiar y representar gráficamente la función $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$

1º Dominio de f(x): $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{2\}$

La función no existe si

$$(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2$$

2ª Cortes con los ejes:

Corte con OX: $(\cdot, 0)$

$0=1$, imposible no corta al OX

Corte con OY: $(0, ?)$

$$f(0) = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4} ; (0, 1/4)$$

3º Simetrías:

$$f(-x) = \frac{1}{(-x-2)^2} = \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \begin{cases} \neq f(x) \\ \neq -f(x) \end{cases} \text{ No hay simetrías.}$$

4º Asíntotas:

***A.V. :** $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{2\}$

Luego tiene como posible asíntota vertical: $x=2$?

¿ A.V. en $x=2$?

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1}{+0} = +\infty \Rightarrow y=2, \text{ asíntota vertical}$$

***A.H. :**

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1}{+\infty} = +0 \text{ Luego "y=+0" será una asíntota horizontal, y la curva está}$$

por encima de la asíntota.

B) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1}{+\infty} = +0 \text{ Luego "y=+0" será una asíntota horizontal, y la curva está}$$

por encima de la asíntota.

A.O. : No tiene porque tiene asíntotas horizontales

5º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y'=0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = \frac{0 - (1) \cdot 2(x-2)}{(x-2)^4} = \frac{-2(x-2)}{(x-2)^4} \stackrel{\text{simplificamos}}{=} \frac{-2}{(x-2)^3}$$

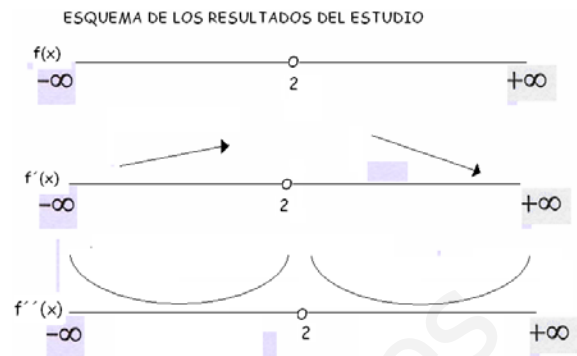
$$y'=0 \Rightarrow -2=0 \Rightarrow \text{imposible } -2 \neq 0$$

$$\forall x \in (-\infty, 2) \Rightarrow y'(0) > 0 \text{ creciente} \rightarrow$$

$$\forall x \in (2, +\infty) \Rightarrow y'(4) < 0 \text{ decreciente} \rightarrow$$

No existe ni Máximo ni mínimo relativo.

6º Curvatura, puntos de inflexión.



$$y'' = \frac{0 - (-2) \cdot 3 \cdot (x-2)^2}{(x-2)^6} = \frac{-6(x-2)^2}{(x-2)^6} \stackrel{\text{factorizar}}{=} \frac{-6}{(x-2)^4} \stackrel{\text{simplificamos}}{=} \frac{-6}{(x-2)^4}$$

$$y'' = 0 \Rightarrow -6 = 0 \Rightarrow \text{no hay solución } -6 \neq 0$$

No tiene puntos de inflexión

$$\forall x \in (-\infty, 2) \Rightarrow y''(-8) > 0 \quad \text{cóncava}$$

$$\forall x \in (2, +\infty) \Rightarrow y''(8) > 0 \quad \text{cóncava}$$

7º Gráfica:

