

Esboza la gráfica de $y = e^{-x}(x^2 + 1)$ calculando, asíntotas, extremos relativos y puntos de inflexión.

1° Dominio de $f(x)$: $D[f(x)] = \mathbb{R}$

2° Asíntotas:

*A.V. : No tiene, la función existe $\forall x \in \mathbb{R}$

*A.H. :

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}(x^2 + 1) = \lim_{0, +\infty \quad x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{e^x} \right) \stackrel{L'hopital}{=} \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{e^x} \right) \stackrel{L'hopital}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{e^x} \right) = +0 \Rightarrow y = +0$$

Luego hay asíntota horizontal $y=0$ en el $-\infty$. La curva está por encima de la asíntota.

B) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x}(x^2 + 1) = +\infty, + = +\infty$$

No hay asíntota horizontal en el $-\infty$;

*A.O. : $y = m x + n$

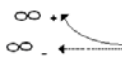
Sólo podrá existir en el $-\infty$

A) Cuando $x \rightarrow -\infty$

1° Se calcula "m":

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^{-x}(x^2 + 1)}{x} \right) \stackrel{\text{cambiamos } x \text{ por } -x}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e^x(x^2 + 1)}{-x} \right) \stackrel{L'hopital}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e^x(x^2 + 1) + e^x \cdot 2x}{-1} \right) = -\infty$$

Por lo tanto no existe una asíntota oblicua en el $-\infty$. : curvatura



3° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = -e^{-x}(x^2 + 1) + e^{-x} \cdot 2x = e^{-x}(-x^2 - 1 + 2x)$$

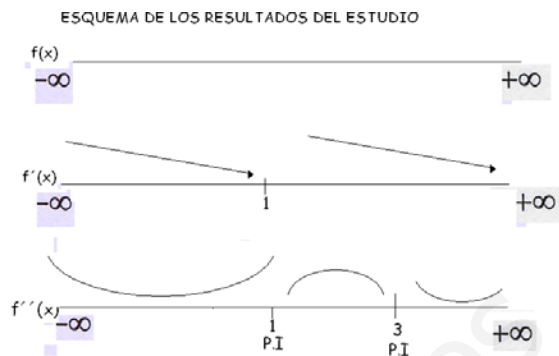
$$y' = 0 \Rightarrow 0 = e^{-x}(-x^2 - 1 + 2x) \Rightarrow -x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \left\{ x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} = 1 \right.$$

$$\forall x \in (-\infty, 1) \quad y'(0) < 0 \quad \text{decreciente}$$

$$\forall x \in (1, +\infty) \Rightarrow y'(4) < 0 \quad \text{decreciente}$$

No hay ni máximos ni mínimos relativos.

6° Curvatura, puntos de inflexión.



$$y' = -e^{-x}(-x^2 - 1 + 2x) + e^{-x}(-2x + 2) = e^{-x}(x^2 - 4x + 3)$$

$$y' = e^{-x}(x^2 - 4x + 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\forall x \in (-\infty, 1) \quad y''(-4) > 0 \quad \text{c\u00f3ncava}$$

$$\forall x \in (1, 3) \Rightarrow y''(2) < 0 \quad \text{convexa}$$

$$\forall x \in (3, +\infty) \Rightarrow y''(6) > 0 \quad \text{c\u00f3ncava}$$

$$x = 1 \quad ; \quad f(1) = \frac{2}{e} \Rightarrow \left(1, \frac{2}{e}\right) \quad \text{Punto de inflexi\u00f3n.}$$

$$x = 3 \quad ; \quad f(3) = \frac{10}{e^3} \Rightarrow \left(3, \frac{10}{e^3}\right)$$

7\u00b0 Gr\u00e1fica:

