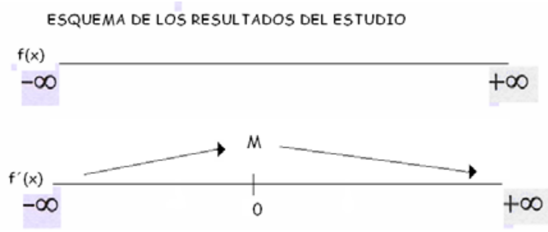
Dada la función $f(x)=\dfrac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2}$ **.Calcular los extremos locales y/o globales de la función f(x). Asíntotas y Esboza la gráfica.**



1° Dominio de f(x): $D[f(x)]=\Re$

La función no existe si:

$\left(1+e^x\right)^2=0 \Rightarrow 1+e^x=0 \Rightarrow e^x=-1 \; no\ es\ posible$

2° Asíntotas:

***A.V.** : No tiene, la función existe $\forall x \in \Re$

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{2\left(1+e^x\right)e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2\left(1+e^x\right)}=\dfrac{1}{+\infty}=+0$

Luego **"y=0" asíntota horizontal en el +∞.La curva está por encima de la asíntota.**

B) Se calcula el $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2}=\dfrac{+0}{1}=+0$

Luego **"y=0" asíntota horizontal en el -∞.La curva está por encima de la asíntota.**

3° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´=\frac{\left(1+e^x\right)^2.e^x-e^x.2\left(1+e^x\right)e^x}{\left(e^x+1\right)^4} \underset{factorizamos}{=} \frac{\left(1+e^x\right)e^x\left[\left(1+e^x\right)-2e^x\right]}{\left(e^x+1\right)^4} \underset{simplificamos}{=} \frac{e^x\left(1-e^x\right)}{\left(e^x+1\right)^3}$$

$$y´=0 \quad \Rightarrow e^x\left(1-e^x\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} e^x\neq 0 \\ 1-e^x=0 \Rightarrow \quad e^x=1 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

$\forall x\in(-\infty,0) \quad y´(-4)>0$ creciente $\qquad \forall x\in(0,+\infty) \quad y´(0)<0$ decreciente

$x=0 \quad ; f(0)=\dfrac{e^0}{\left(1+e^0\right)^2}=\dfrac{1}{4}.$

En $\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$ **existe un Máximo relativo relativo.**

Máximos y mínimos globales $\begin{cases} si\ x\to+\infty \Rightarrow f(x)\to 0 \\ si\ \ en\ x=0 \Rightarrow f(0)=\dfrac{1}{4} \\ si\ x\to-\infty \Rightarrow f(x)\to 0 \end{cases}$

La función tiene un máximo absoluto f(0)=1/4 y no tiene mínimo absoluto →0 , pero nunca toma ese valor

4° Gráfica: