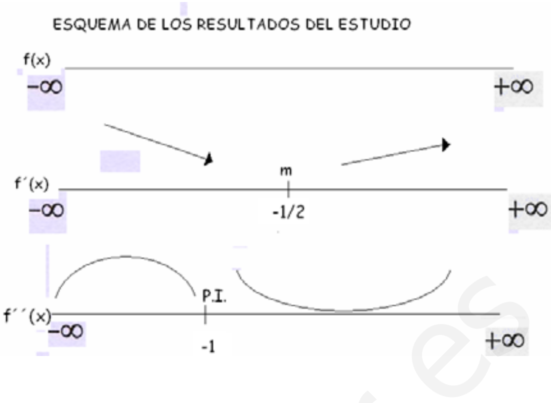
Dada $y = x.e^{2x}$. Dibujar gráfica calculando dominio, asíntotas e intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, y puntos de inflexión



1° Dominio de f(x): $D[f(x)] = \Re$

2° Asíntotas:

***A.V.** : No tiene, la función existe $\forall x \in \Re$

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty}\left(x.e^{2x}\right) = +\infty.e^{+\infty} = +\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

B) Se calcula el $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x.e^{2x}\right) = -\infty.e^{-\infty} = -\infty.0 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\left(x.e^{2x}\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{x}{e^{-2x}} \underset{\frac{-\infty}{\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}} \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{-2.e^{-2x}} = \frac{1}{-\infty} = -0$$

Asíntota horizontal "y=0" en el -∞; la curva se encuentra por debajo de la asíntota.

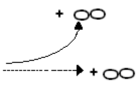
***A.O.** : y= m x+n

Sólo podrá existir en el +∞

A) Cuando $x \to +\infty$

1° Se calcula **"m"**:

- $m = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x.e^{2x}}{x}\right) = \lim_{x\to+\infty} e^{2x} = e^{+\infty} = +\infty$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el +∞.** : curvatura 

3° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´ = e^{2x} + x.2.e^{2x} = e^{2x}(1+2x)$$

$$y´ = 0 \Rightarrow 0 = 1+2x \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$\forall x \in \left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$ $y´(-4) < 0$ decreciente

$\forall x \in \left(\frac{-1}{2}, +\infty\right) \Rightarrow$ $y´(4) > 0$ creciente

$$x = \frac{-1}{2} \quad ; f(\frac{-1}{2}) = \frac{-1}{2}.e^{2.\left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{-1}{2e} \approx -0.1839 \quad \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2e}\right)$$

En $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2e}\right)$ **existe un mínimo relativo.**

4° Curvatura, puntos de inflexión.

$y'' = 2.e^{2x} + (1+2x)2.e^{2x} = e^{2x}(4+4x) = 4e^{2x}(x+1)$

$y'' = 0 \Rightarrow 4e^{2x}(x+1) = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$\forall x \in (-\infty,-1) \quad y''(-4) < 0$ convexa

$\forall x \in (1,+\infty) \Rightarrow \quad y'(4) > 0$ cóncava

$x = -1 \quad ; f(-1) = -1.e^{-2} = \frac{-1}{e^2} \approx -0{,}1353.. \quad \left(-1\,,\frac{-1}{e^2}\right)$

Punto de inflexión. $\left(-1\,,\frac{-1}{e^2}\right)$

7° Gráfica: