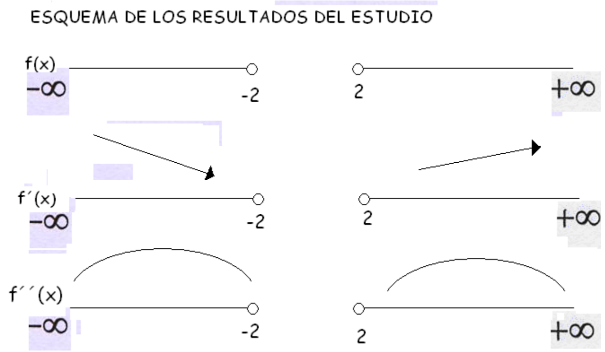
# Estudio completo de $y=\ln(x^2-4)$




**1º Dominio de f(x):**

$D[f(x)]=\forall x\in(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

**Pues**

$$\begin{cases} \ln(x^2-4)\in\Re\Rightarrow x^2-4>0 \\ x^2-4=0\begin{cases} x=2 \\ x=-2\end{cases}\begin{cases}\forall x\in(-\infty,-2)\Rightarrow x^2-4>0 \\ \forall x\in(-2,2)\Rightarrow x^2-4<0 \\ \forall x\in(2,\infty)\Rightarrow x^2-4>0\end{cases}\end{cases}$$

**2º Simetrías:**

$f(-x)=\ln((-x)^2-4)=\ln(x^2-4)$

**Función par, simetría con respecto a OY.**

**3º Asíntotas:**

***A.V.** :

**Posible asíntota en ¿x=-2?**

$\lim\limits_{x\to -2^-}\ln(x^2-4)=\ln(+0)=-\infty$ **En x=-2 hay asíntota vertical.**

**Posible asíntota en ¿x=2?**

$\lim\limits_{x\to 2^+}\ln(x^2-4)=\ln(+0)=-\infty$ **En x=2 hay asíntota vertical.**

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x^2-4)=\ln(+\infty)=+\infty$ **No hay Asíntota horizontal en el +∞.**

B) Se calcula el $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(x^2-4)=\ln(+\infty)=+\infty$ **No hay Asíntota horizontal en el +∞.**

***A.O.** : y= m x+n

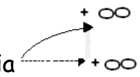
A) Cuando $x\to+\infty$

1º Se calcula **"m"**:

$$m=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(x^2-4)}{x}\right)\overset{L´Hopital}{\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}}\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\frac{2x}{x^2-4}}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{x^3-4x}\right)\overset{L´Hopital}{\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}}$$

-

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{3x^2-4}\right)=\frac{2}{+\infty}=+0$$

- Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el +∞** : curvatura y tendencia 



B) Cuando $x\to-\infty$

***A.O.** : y= m x+n

A) Cuando $x\to+\infty$

1º Se calcula **"m"**:

$$m = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{\ln(x^2-4)}{x}\right) \overset{L'Hopital}{\underset{\frac{\infty}{-\infty}}{=}} \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{\frac{2x}{x^2-4}}{x}\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x}{x^3-4x}\right) \overset{L'Hopital}{\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2}{3x^2-4}\right) = \frac{2}{+\infty} = +0$$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el -∞**: curvatura y tendencia $+\infty$ $-\infty$

**4º Corte con OX: ( ¿?, 0)**

$$0 = \ln(x^2-4) \Rightarrow x^2-4=1 \Rightarrow x^2=5 \begin{cases} x=+\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{cases} \quad puntos \quad de \quad corte: \begin{matrix} (-\sqrt{5},0) \\ (\sqrt{5},0) \end{matrix}$$

**Corte con OY: ( 0, ¿?)**

$x=0 \quad pero \quad f(0) \quad no \quad existe$ **no hay corte**

**5º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:**

Calculamos y´ = 0 para estudiar el cambio de monotonía

$y' = \dfrac{2x}{x^2-4} \qquad y'=0 \quad \Rightarrow 0 = 2x \Rightarrow \quad x = 0 \notin D[f(x)]$ **No hay ni máximos ni mínimos relativos**

$\forall x \in (-\infty,-2) \quad y'(-4) < 0$ decreciente

$\forall x \in (2,+\infty) \quad y'(4) > 0$ creciente

**6º Curvatura, puntos de inflexión.**

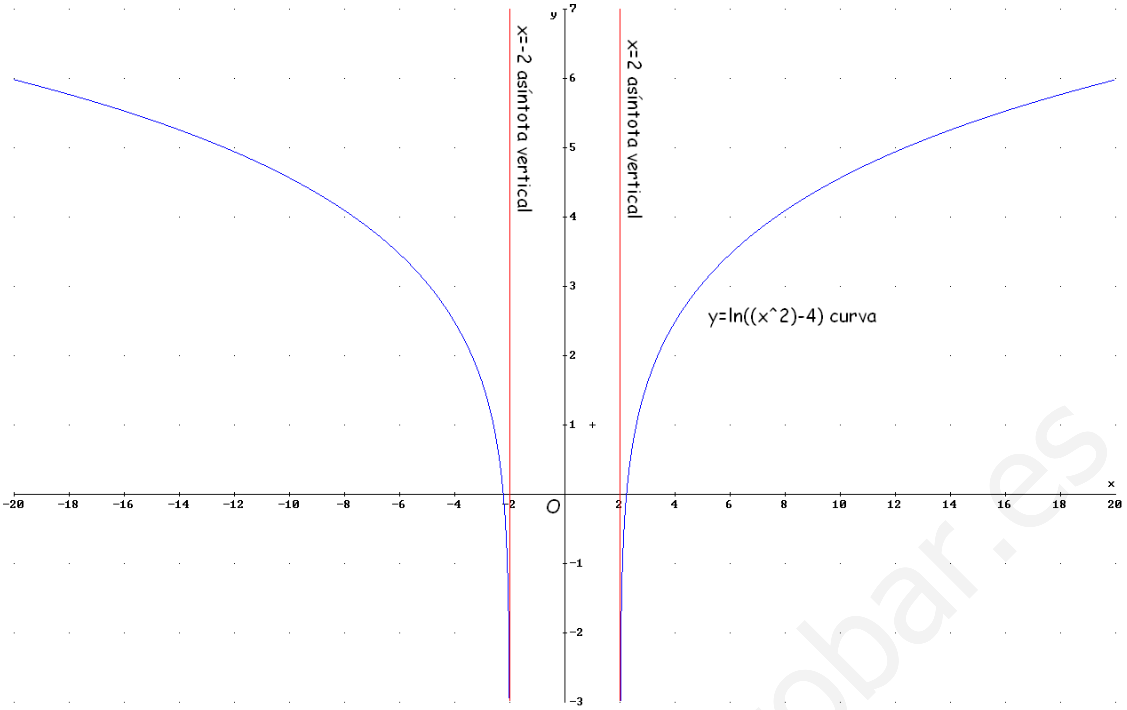
$$y'' = \frac{(x^2-4)2 - 2x.2x}{(x^2-4)^2} = \frac{-2x^2-8}{(x^2-4)^2} \Rightarrow y'' \neq 0 \quad porque \quad -2x^2-8 \neq 0 \quad \forall x \in \Re$$

**No hay puntos de inflexión.**

$\forall x \in (-\infty,-2) \quad y''(-4) < 0$ convexa

$\forall x \in (2,+\infty) \quad y''(4) < 0$ convexa

**7º Gráfica:**


x=-2 asíntota vertical
x=2 asíntota vertical
y=ln((x^2)-4) curva