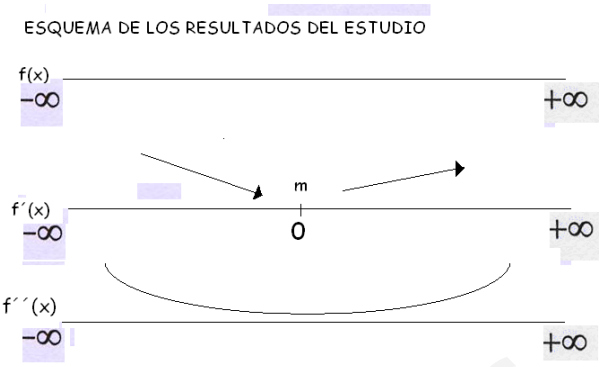
Estudio completo de $y = e^x + e^{-x}$



1º Dominio de f(x): $D[f(x)] = \Re$

2º Simetrías:

$f(-x) = e^{-x} + e^{x} = f(x)$

Simétrica con respecto a OY (Par).

3º Asíntotas:

***A.V.** : No tiene, la función existe $\forall x \in \Re$

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty}\left(e^x + e^{-x}\right) = e^{+\infty} + e^{-\infty} = \ +\infty + 0 = +\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

B) Se calcula el $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim_{x\to-\infty}\left(e^x + e^{-x}\right) = e^{-\infty} + e^{+\infty} = \ 0 + \infty = +\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

***A.O.** : y= m x+n

Sólo podrá existir en el +∞

A) Cuando $x \to +\infty$

1º Se calcula **"m":**

- $m = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{e^x + e^{-x}}{x}\right) \overset{L'Hopital}{\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}} \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x - e^{-x}}{1} = +\infty$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el +∞.** : curvatura $+\infty \dashrightarrow +\infty$

A) Cuando $x \to -\infty$

1º Se calcula **"m":**

- $m = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{e^x + e^{-x}}{x}\right) \underset{x \ por \ -x}{=} \lim_{x\to+\infty}\frac{e^{-x} + e^{x}}{-x} \overset{L'Hopital}{\underset{\frac{\infty}{-\infty}}{=}} \lim_{x\to+\infty}\frac{-e^{-x} + e^{x}}{1} = +\infty$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el -∞.** : curvatura $-\infty \dashleftarrow +\infty$

4º Corte con OX: (¿?, 0)

$0 = e^x + e^{-x} \Rightarrow e^x + \frac{1}{e^x} = 0 \Rightarrow \frac{e^{2x}+1}{e^x} = 0 \Rightarrow \ 0 = e^{2x} + 1 \Rightarrow \ e^{2x} = -1; \qquad e^{2x} > 0 \quad \forall x \in \Re$

Corte con OY: (0, ¿?)

$f(0) = e^0 + e^0 = 2 \Rightarrow \ (0\,,\,2)$ **punto de corte con OY**

5º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´ = 0 para estudiar el cambio de monotonía

$y' = e^x - e^{-x} = e^x - \frac{1}{e^x} = \frac{e^{2x}-1}{e^x}$

$y' = 0 \ \Rightarrow \ 0 = e^{2x} - 1 \Rightarrow \ e^{2x} = 1 \Rightarrow \ln e^{2x} = \ln 1 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

$\forall x \in (-\infty, 0) \quad y'(-4) < 0$ decreciente $\searrow$

www.yoquieroaprobar.es

$\forall x \in (0,+\infty) \Rightarrow \quad y'(4) > 0$ creciente

$x = 0 \quad ; f(0) = e^0 + e^0 = 2 \quad \Rightarrow (0\,,\,2)$

En $(0\,,\,2)$ existe un mínimo relativo.

6º Curvatura, puntos de inflexión.

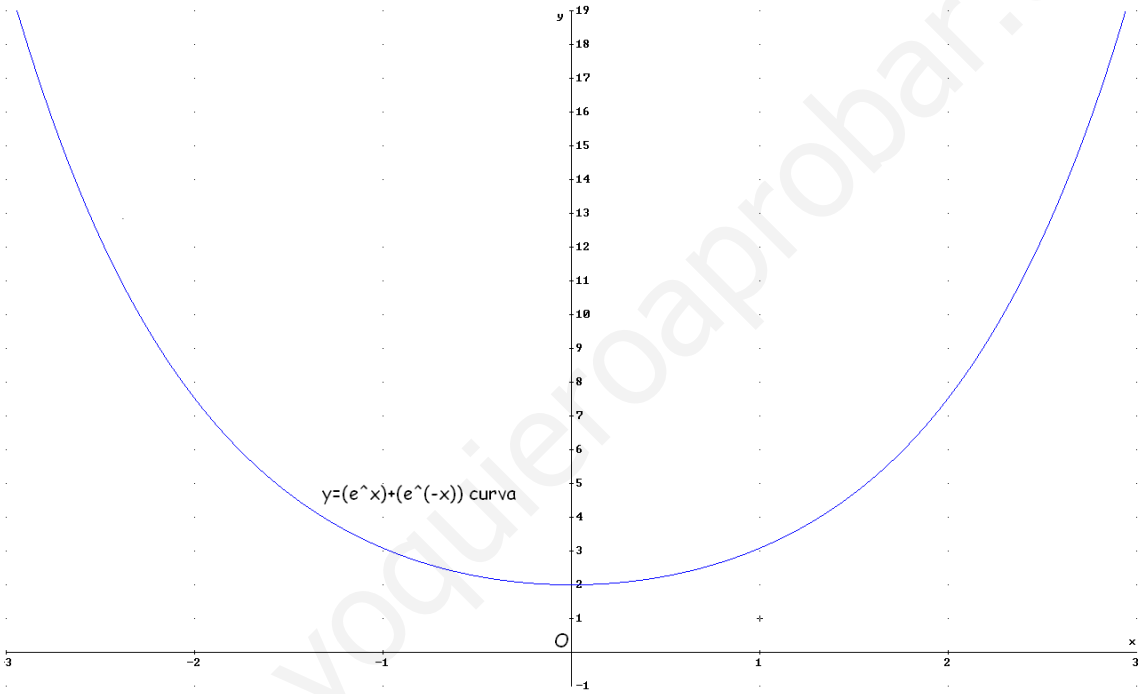
$$y'' = e^x + e^{-x} = e^x + \frac{1}{e^x} = \frac{e^{2x}+1}{e^x}$$

$y'' = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = e^{2x} + 1 \Rightarrow \quad e^{2x} = -1;$ Luego no existen puntos de inflexión.

$e^{2x} > 0 \quad \forall x \in \Re$

$\forall x \in (-\infty\,,+\infty) \quad y''(0) > 0$ cóncava

7º Gráfica:



www.yoquieroaprobar.es