

Estudio completo de $y = x.e^{3x}$

1° Dominio de $f(x)$: $D[f(x)] = \mathbb{R}$

2° Simetrías:

$$f(-x) = -x.e^{-3x} = \frac{-x}{e^{3x}}$$

No existen simetrías.

3° Asíntotas:

*A.V. : No tiene, la función existe $\forall x \in \mathbb{R}$

*A.H. :

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x.e^{3x}) = +\infty.e^{+\infty} = +\infty \text{ Luego no hay asíntota horizontal.}$$

B) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x.e^{3x}) = -\infty.e^{-\infty} = -\infty.0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (x.e^{3x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-3x}} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-3.e^{-3x}} = \frac{1}{-\infty} = -0$$

Asíntota horizontal " $y=0$ " en el $-\infty$; la curva se encuentra por debajo de la asíntota.

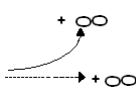
*A.O. : $y = m.x + n$

Sólo podrá existir en el $+\infty$

A) Cuando $x \rightarrow +\infty$

1° Se calcula "m":

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x.e^{3x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{3x} = e^{+\infty} = +\infty$$

Por lo tanto no existe una asíntota oblicua en el $+\infty$. : curvatura 

4° Corte con OX: (¿?, 0)

$$0 = x.e^{3x} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ e^{3x} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (0,0) \text{ punto de corte con OX}$$

Corte con OY: (0, ¿?)

$$f(0) = 0.e^0 = 0 \Rightarrow (0,0) \text{ punto de corte con OY}$$

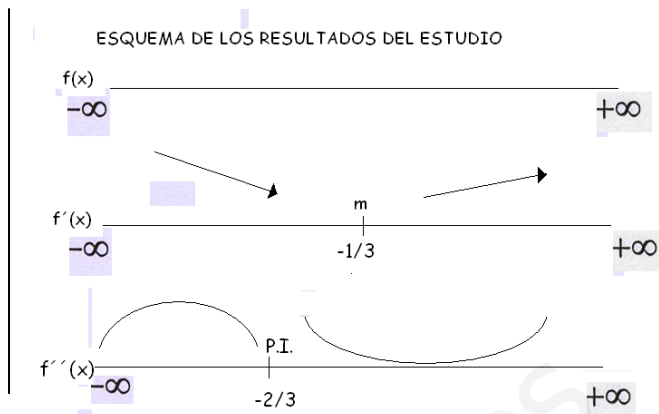
5° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = e^{3x} + x.3.e^{3x} = e^{3x}(1 + 3x)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 0 = 1 + 3x \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$\forall x \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \quad y'(-4) < 0 \quad \text{decreciente} \quad \rightarrow$$



$$\forall x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \Rightarrow y'(4) > 0 \text{ creciente} \rightarrow$$

$$x = -\frac{1}{3} ; f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} \cdot e^{3\left(-\frac{1}{3}\right)} = -\frac{1}{3e} \approx -0.1226 \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3e}\right)$$

En $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3e}\right)$ existe un mínimo relativo.

6º Curvatura, puntos de inflexión.

$$y' = 3e^{3x} + (1+3x)3e^{3x} = e^{3x}(6+9x)$$

$$\forall x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) y''(-4) < 0 \quad \text{convexa}$$

$$\forall x \in \left(-\frac{2}{3}, +\infty\right) \Rightarrow y'(4) > 0 \quad \text{cóncava}$$

$$x = -\frac{2}{3} ; f\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{3} \cdot e^{3\left(-\frac{2}{3}\right)} = -\frac{2}{3e^2} \approx -0.09 \Rightarrow \left(-\frac{2}{3}, -\frac{2}{3e^2}\right)$$

Punto de inflexión. $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{2}{3e^2}\right)$

7º Gráfica:

