

Estudio completo de $y = \frac{1-x}{x^2}$

1º Dominio de f(x):

$$D[f(x)] = \mathbb{R} - \{0\}$$

La función no existe si

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

2ª Cortes con los ejes:

Corte con OX: (1,0)

$$0 = 1 - x, x = 1; \quad (1,0)$$

Corte con OY: (0,?)

No corta al OY en x=0 no existe.

3º Simetrías:

$$f(-x) = \frac{1-(-x)}{(-x)^2} = \frac{1+x}{x^2} \Rightarrow \text{No hay simetría}$$

4º Asíntotas:

***A.V. :** $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{0\}$

Luego tiene como posible asíntota vertical: $x=0$?

¿ A.V. en x=0 ?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x^2} = \frac{1}{+0} = +\infty$$

Este límite nos sirve para determinar que $x=0$ es **ASÍNTOTA VERTICAL**

***A.H. :**

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = -0$$

Luego " $y=0$ " será una **ASÍNTOTA HORIZONTAL**.

B) Se determina la posición relativa de la gráfica y la asíntota:

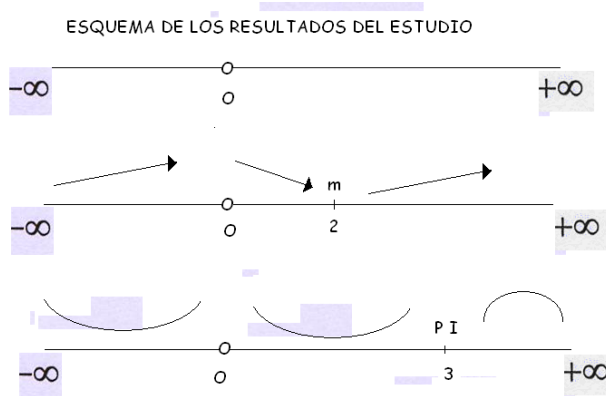
	$y = \frac{1-x}{x^2}$	$y_1 - 0$	Situación relativa de la gráfica y la asíntota
$x=100$	$y = \frac{-99}{(100)^2} = -0,0099$	$-0,0099 - 0 < 0$	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $+\infty$
$x=-100$	$y = \frac{101}{(-100)^2} = 0,0101$	$0,0101 - 0 > 0$	La gráfica esta por encima de la asíntota en el $-\infty$

A.O. : No tiene porque tiene asíntota horizontal

5º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = \frac{x^2 \cdot (-1) - (1-x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{-x^2 - 2x + 2x^2}{x^4} = \frac{x^2 - 2x}{x^4} \underset{\text{simplificamos}}{=} \frac{x-2}{x^3}$$



$$y' = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\forall x \in (-\infty, 0) \Rightarrow y'(-4) > 0 \text{ creciente} \rightarrow$$

$$\forall x \in (0, 2) \Rightarrow y'(1) < 0 \text{ decreciente} \rightarrow$$

$$\forall x \in (2, +\infty) \Rightarrow y'(4) > 0 \text{ creciente} \rightarrow$$

En $(2, \frac{-1}{4})$ existe un mínimo relativo.

6º Curvatura, puntos de inflexión.

$$y'' = \frac{x^3 \cdot 1 - (x-2) \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{(x^2)(x-3x+6)}{x^6} = \frac{-2x+6}{x^4}$$

$$y'' = 0 \Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\forall x \in (-\infty, 0) \Rightarrow y''(-8) > 0 \text{ cóncava}$$

$$\forall x \in (0, 3) \Rightarrow y''(1) > 0 \text{ cóncava}$$

$$\forall x \in (3, +\infty) \Rightarrow y''(8) < 0 \text{ convexa}$$

En $(3, -2/9)$ hay un punto de inflexión.

7º Gráfica:

