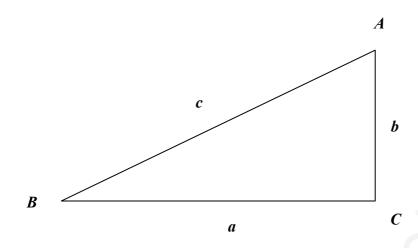
Resolución de Triángulos

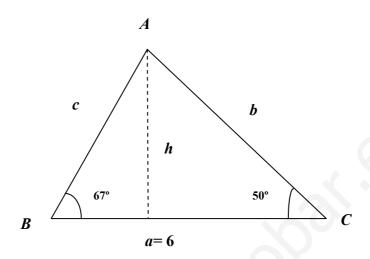
Dado el siguiente triángulo



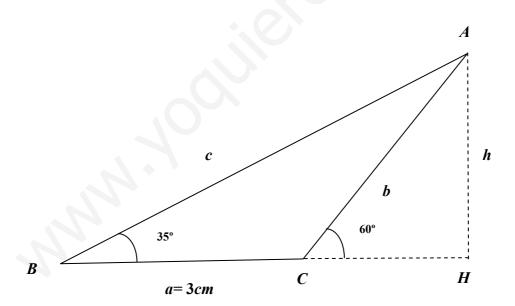
Se pide resolverlo en los siguientes casos:

- a) Cuando $c=12 \text{ y } A=35^{\circ}$
- b) Cuando c=17 y a=15
- c) Cuando *b*=28 y *a*=45
- d) Cuando *c*=73 y *b*=48
- e) Cuando b=5 y $B=40^{\circ}$
- f) Cuando $c=25 \text{ y } B=30^{\circ}$
- g) Cuando b=72 y a=65
- 2. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 85 dm cada uno y el desigual 168 dm. Calcular los ángulos de dicho triángulo, así como la altura sobre el lado desigual.
- 3. En un triángulo isósceles, el ángulo opuesto al lado desigual mide 65°, y cada uno de los lados iguales mide 12. Calcular el lado desigual y la altura sobre él.

4. Calcula la altura h y los lados b y c del triángulo no rectángulo siguiente:

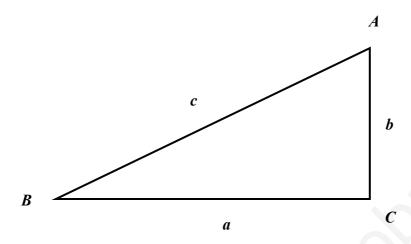


5. Calcula la altura h y los lados b y c del siguiente triángulo no rectángulo



Resolución de Triángulos

Dado el siguiente triángulo



Se pide resolverlo en los siguientes casos:

- a) Cuando $c=12 \text{ y } A=35^{\circ}$
- b) Cuando *c*=17 y *a*=15
- c) Cuando *b*=7 y *a*=24
- d) Cuando *b*=28 y *a*=45
- e) Cuando c=73 y b=48
- f) Cuando b=5 y $B=40^{\circ}$
- g) Cuando *c*=25 y *B*=30°
- h) Cuando *b*=72 y *a*=65

Solución:

a)

$$A + B = 90^{\circ} \Rightarrow B = 90^{\circ} - A = 55^{\circ}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 55^{\circ} = 9,83$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos B = 12 \cdot \cos 55^{\circ} = 6,88$$

b)

$$\cos B = \frac{a}{c} = \frac{15}{17} = 0,8823 \Rightarrow B = 28^{\circ}4'21''$$

$$A + B = 90^{\circ} \Rightarrow A = 90^{\circ} - B = 90^{\circ} - 28^{\circ}4'21'' = 61^{\circ}55'39''$$

$$c^{2} = a^{2} + b^{2} \Rightarrow b = \sqrt{17^{2} - 15^{2}} = 8$$

c)
$$c^{2} = a^{2} + b^{2} \Rightarrow c = \sqrt{24^{2} + 7^{2}} = 25$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{7}{24} = 0,2916 \Rightarrow B = 16^{\circ}15'37''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 73^{\circ}44'23''$$

d)
$$c^{2} = a^{2} + b^{2} \Rightarrow c = \sqrt{45^{2} + 28^{2}} = 53$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{28}{45} = 0,6222 \Rightarrow B = 31^{\circ}53'27''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 58^{\circ}6'33''$$

e)
$$c^{2} = a^{2} + b^{2} \Rightarrow a = \sqrt{73^{2} - 48^{2}} = 55$$

$$\sin B = \frac{b}{c} = \frac{48}{73} = 0,6575 \Rightarrow B = 41^{\circ}6'43''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 48^{\circ}53'17''$$

f)
$$A = 90^{\circ} - B = 90^{\circ} - 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{5}{\sin 40^{\circ}} = 7,78$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos 40^{\circ} = 7,78 \cdot 0,766 = 5,96$$

$$A = 90^{\circ} - B = 60^{\circ}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 25 \cdot \frac{1}{2} = 12,5$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos B = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 21,65$$

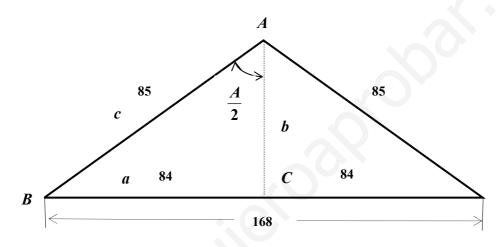
 $\frac{\cos B - \cos B - 2S}{c}$

$$c^{2} = a^{2} + b^{2} \Rightarrow c = \sqrt{65^{2} + 72^{2}} = 97$$

 $\tan B = \frac{b}{a} = \frac{72}{65} = 1,1077 \Rightarrow B = 47^{\circ}55'30''$
 $A = 90^{\circ} - B = 42^{\circ}4'30''$

2. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 85 dm cada uno y el desigual 168 dm. Calcular los ángulos de dicho triángulo, así como la altura sobre el lado desigual.

Solución:

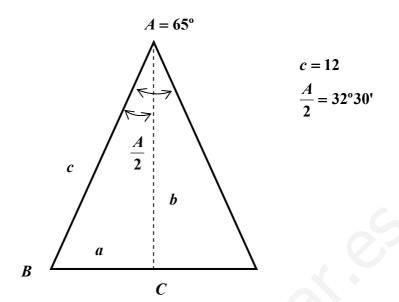


$$c^{2} = a^{2} + b^{2} \Rightarrow b = \sqrt{85^{2} - 84^{2}} = 13$$

$$\sin B = \frac{b}{c} = \frac{13}{85} = 0,1529 \Rightarrow B = 8^{\circ}47'51''$$

$$\frac{A}{2} = 90^{\circ} - B = 81^{\circ}12'9'' \Rightarrow A = 162^{\circ}24'18''$$

3. En un triángulo isósceles, el ángulo opuesto al lado desigual mide 65°, y cada uno de los lados iguales mide 12. Calcular el lado desigual y la altura sobre él. Solución:

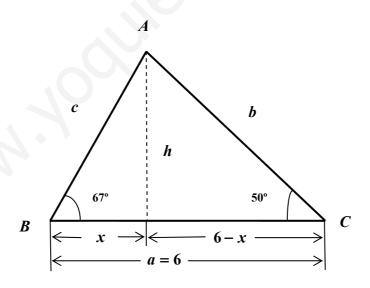


$$\sin \frac{A}{2} = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \frac{A}{2} = 12 \cdot 0,5373 = 6,45$$

$$\text{lado desigual} = 2a = 12,9cm$$

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \frac{A}{2} = 12 \cdot 0,8434 = 10,12cm \text{ de altura}$$

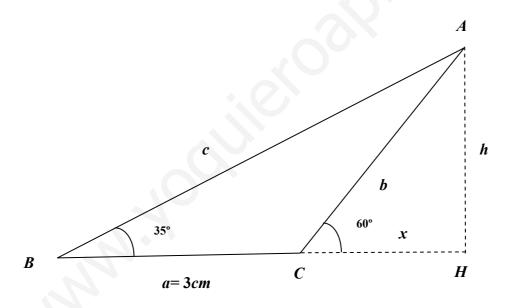
4. Calcula la altura h y los lados b y c del triángulo no rectángulo siguiente:



Solución:

$$\begin{cases} \tan 67^{\circ} = \frac{h}{x} \\ \tan 50^{\circ} = \frac{h}{6 - x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 2,3559 \cdot x \\ h = 1,1918(6 - x) \end{cases} \Rightarrow 2,3559 \cdot x = 1,1918(6 - x) \Rightarrow \\ x = \frac{7,1508}{3,5476} \approx 2cm \\ 6 - x = 4 \\ h = 4,73cm \text{ de altura} \\ \cos 67^{\circ} = \frac{x}{c} \Rightarrow c = \frac{2}{\cos 67^{\circ}} = 5,12cm \\ \cos 50^{\circ} = \frac{6 - x}{b} \Rightarrow b = \frac{4}{\cos 50^{\circ}} = 6,22cm \end{cases}$$

5. Calcula la altura h y los lados b y c del siguiente triángulo no rectángulo



Solución:

$$\begin{cases} \tan 35^{\circ} = \frac{h}{3+x} \\ \tan 60^{\circ} = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 0.7(3+x) \\ h = 1.73 \cdot x \end{cases} \Rightarrow 0.7(3+x) = 1.73 \cdot x \Rightarrow \\ x = \frac{2.1}{1.03} = 2.03cm \Rightarrow h = 1.73 \cdot 2.03 = 3.53cm \text{ de altura} \\ \sin 60^{\circ} = \frac{h}{b} \Rightarrow b = \frac{h}{\sin 60^{\circ}} = \frac{3.53}{0.866} = 4.07cm \\ \sin 35^{\circ} = \frac{h}{c} \Rightarrow c = \frac{h}{\sin 35^{\circ}} = \frac{3.53}{0.5736} = 6.15cm \end{cases}$$