<u>ENCUENTRO DE DOS MÓVILES</u> (Importante)

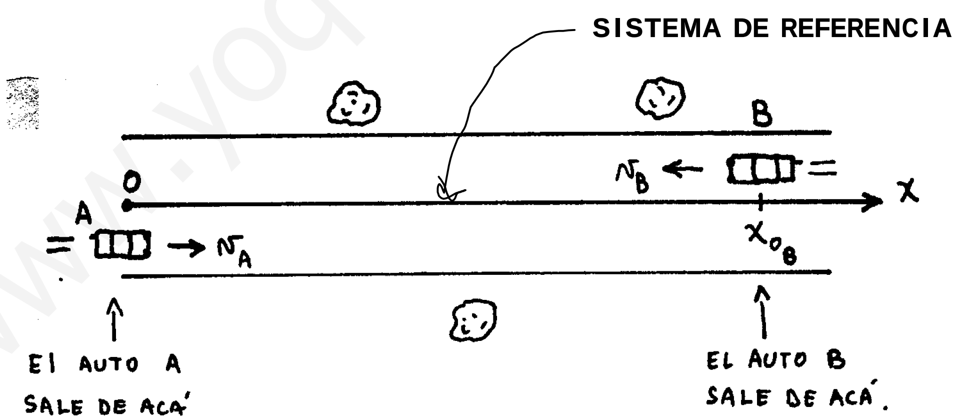
Encuentro es un tema que les gusta bastante. Suelen tomarlo en los exámenes y hay que saberlo bien.
No es muy difícil. Lee con atención lo que sigue.

¿ <u>CUÁNDO DOS COSAS SE ENCUENTRAN</u> ?

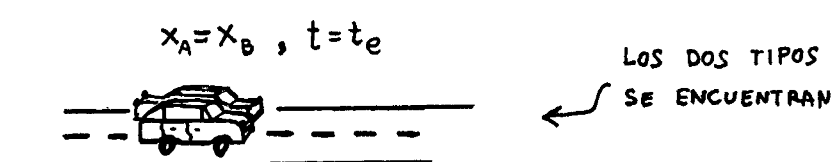
Dos cosas se encuentran cuando <u>pasan por el mismo lugar al mismo tiempo.</u>
Fijate que esto último lo subrayé. Es que para que 2 cosas se encuentren no alcanza con que pasen por el mismo lugar. Tienen que pasar por el mismo lugar ***<u>al mismo tiempo</u>***.
El otro dia vos fuiste a lo de tu primo. ¿ Vos sabés que justamente yo también fui a lo de tu primo ?. Pero no te vi.
¿ Cómo puede ser que no te haya visto si estuvimos en el mismo lugar ?.
Bueno, seguramente habremos estado a diferentes horas, o diferentes días.

Es decir, los 2 estuvimos en el mismo lugar pero **<u>NO</u>** al mismo tiempo.
No te compliques. Esto que parece fácil, **ES** fácil.

Una situación de encuentro podría ser la siguiente: Esto muestra una ruta vista de arriba. (Típico problema de encuentro).



En algún momento los dos autos se van a encontrar en alguna parte de la ruta.
Lo que va a pasar ahí es esto:



Este asunto del encuentro lo pongo en forma física así:

¡IMPORTANTE! $\boxed{x_A = x_B \quad para \quad t = t_e}$ ← Condición de encuentro.

Esta condición se cumple en todos los casos y en todos los problemas de encuentro. Es decir, puede ser que los coches estén viajando en el mismo sentido o en sentido contrario. Puede ser que uno vaya frenando y el otro acelerando. Puede uno ir con MRUV y el otro con MRU. Lo que sea. La historia es siempre la misma y la condición será $x_A = x_B$ para $t = t_e$.

<u>COMO RESOLVER PROBLEMAS DE ENCUENTRO</u>:

Los problemas de encuentro son problemas en los que una cosa sale del lugar A y otra sale del lugar B. Pueden salir al mismo tiempo o no. Pueden moverse en el mismo sentido o no. Pueden ir con MRU o no.
Lo que siempre te van a preguntar es: dónde se encuentran los tipos y después de cuánto tiempo.
Para resolver esto conviene seguir estos pasos. Prestá atención:

1- Hago un dibujo de lo que plantea el problema. En ese dibujo elijo un sistema de referencia. Sobre este sistema marco las posiciones iniciales de los móviles y la velocidad de c/u de ellos ***<u>con su signo</u>***. Si la velocidad va en el mismo sentido del eje **x** es (**+**). Si va al revés, es (**-**) . (ojo !).

2- Escribo las ecuaciones horarias para c/u de los móviles.(x_A = ..., x_B = ...)

3- Planteo la condición de encuentro que dice que la posición de A debe ser igual a la de B para $t = t_e$.

4- Igualo las ecuaciones y despejo t_e . Reemplazando t_e en la ecuación de x_A o de x_B calculo la posición de encuentro.

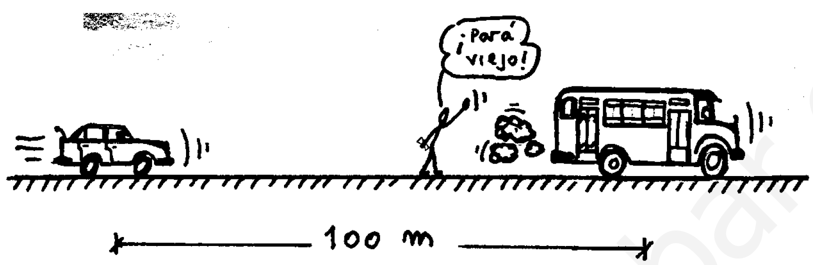
5- Conviene hacer un gráfico Posición en función del tiempo para los 2 móviles en donde se vea la posición de encuentro y el tiempo de encuentro.

<u>Ejemplo</u>: Problema de encuentro en MRU

Un auto y un colectivo están ubicados como muestra el dibujo y se mueven a *60* y *20 Km/h* respectivamente.

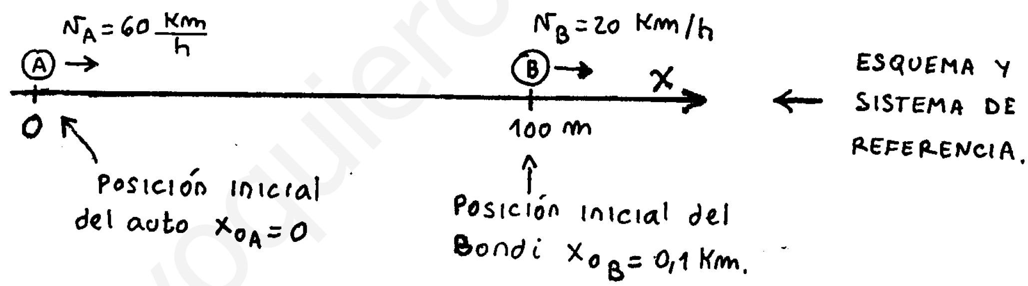
a)-Calcular cuánto tiempo tardan en encontrarse.
b)-Hallar el lugar donde se encuentran.
c)-Hacer el gráfico de x(t) para los 2 móviles y verificar los puntos a) y b).

Bueno, empiezo haciendo un dibujito que explique un poco el enunciado.



Para calcular lo que me piden sigo los pasos que puse antes:

1 - Hago un esquema. Elijo un sistema de referencia. Marco las posiciones y las velocidades iniciales:



Puse el sistema de referencia en el lugar donde estaba el auto al principio. Las dos velocidades son (**+**) porque van en el mismo sentido del eje x.

2 - Planteo las ecuaciones horarias. (Ojo. Esto hay que revisarlo bien, porque <u>si están mal planteadas todo lo que sigue va a estar mal</u>...).

Para el auto $\begin{cases} x_A = 0 + 60\ Km/h \cdot t \\ v_A = 60\ Km/h \\ a_A = 0 \end{cases}$ Para el bondi $\begin{cases} x_B = 0{,}1Km + 20\ \dfrac{Km}{h} \cdot t \\ v_B = 20\ Km/h \\ a_A = 0 \end{cases}$

3 - Planteo la condición de encuentro que dice que la posición de los 2 tipos debe coincidir en el momento del encuentro:

$$x_A = x_B \quad para \quad t = t_e$$

Las ecuaciones de la posición para A y B eran:

$$\begin{cases} x_A = 0 + 60\,\dfrac{Km}{h}\cdot t \\[2ex] x_B = 0{,}1\,Km + 20\,\dfrac{Km}{h}\cdot t \end{cases}$$

$$60\,\frac{Km}{h}\cdot t_e = 0{,}1\,Km + 20\,\frac{Km}{h}\cdot t_e$$

$$\Rightarrow \quad 60\,\frac{Km}{h}\cdot t_e - 20\,\frac{Km}{h}\cdot t_e = 0{,}1\,Km$$

$$\Rightarrow \quad 40\,\frac{Km}{h}\cdot t_e = 0{,}1\,Km$$

$$\Rightarrow \quad t_e = \frac{0{,}1\,Km}{40\,Km/h} = 0{,}0025\,hs$$

Una hora son 3600 segundos, entonces, multiplicando por 3600 :

$$\boxed{t_e = 9\,seg} \;\leftarrow\; \text{TIEMPO DE ENCUENTRO}$$

4 - Igualo las ecuaciones y despejo lo que me piden:

Reemplazando este t_e en cualquiera de las ecuaciones horarias tengo la posición de encuentro. Por ejemplo, si reemplazo en la de x_A :

$$\underline{\underline{x_e}} = 0 + 60\,\frac{Km}{h}\cdot \underline{\underline{t_e}}^{\;0{,}0025\ hs}$$

$$\Rightarrow \quad x_e = 0{,}15\ Km\ \ (= 150\ m) \qquad \leftarrow \quad \text{POSICION DE ENCUENTRO}$$

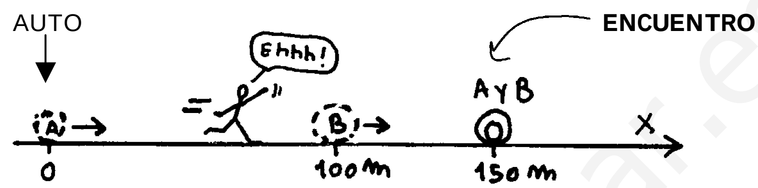
Para verificar puedo reemplazar t_e en la otra ecuación y ver si da lo mismo.
A mi me gusta verificar, porque si me da bien ya me quedo tranquilo. A ver :

$$x_e = 0{,}1 + 20\,\frac{Km}{h}\cdot t_e^{\;0{,}0025\ hs}$$

$$\Rightarrow x_e = 0{,}15\,Km\ \ (= 150\ m) \qquad \leftarrow \quad \text{Bien, dió.}$$

Es decir que la respuesta al problema es que el coche alcanza al colectivo en *9 seg*, después de recorrer *150 m*.

De la misma manera podría haber dicho que el encuentro se produce a los 9 segundos y después que el colectivo recorrió *50 m*. Esto es importante. Cuando uno dice que el encuentro se produce a los 150 metros tiene que aclarar *desde dónde* están medidos esos 150 metros. La situación final vendría a ser esta:



c) Otra manera de verificar que lo que uno hizo está bien es hacer el gráfico $X_{(t)}$ representando c/u de las ecuaciones horarias. Lo que hago es ir dándole valores a ***t*** y calcular los de ***equis.*** Fijate. Es sólo cuestión de hacer algunas cuentas:

Auto

$\mathbf{x_A = 60.t}$

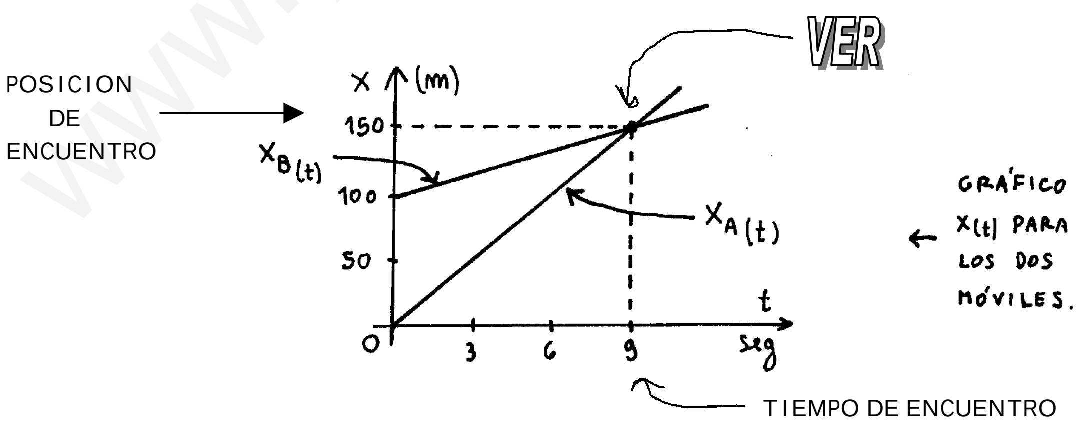
x_A	t
0	*0*
50m	*3 seg*
100m	*6 seg*
150m	*9 seg*

Colectivo

$\mathbf{x_B = 0{,}1 + 20.t}$

x_B	t
100m	*0*
116m	*3 seg*
133m	*6 seg*
150m	*9 seg*

La representación de las 2 rectas queda así:

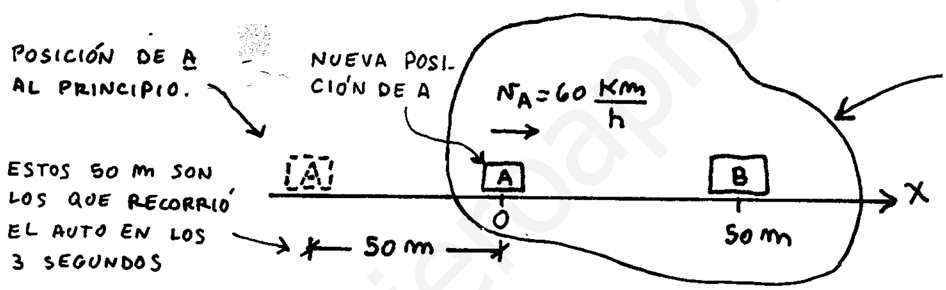


El lugar donde se cortan las rectas indica el tiempo de encuentro sobre el eje horizontal y la posición de encuentro sobre el eje vertical.

Siguiendo estos pasos se pueden resolver todos los ejercicios de encuentro.
Hay también otros métodos para resolver estos problemas, sin embargo vos tenés que aprender éste, porque es el que ellos te van a pedir que uses (y que está perfecto porque de todos los métodos, éste es el mejor).

IMPORTANTE: PROBLEMAS EN DONDE UNO DE LOS MOVILES SALE ANTES O DESPUES QUE EL OTRO. (LEER).

Puede pasar que en un problema uno de los tipos salga antes que el otro. Suponé por ejemplo que el auto hubiera salido 3 seg antes que el colectivo. En ese caso lo que hago es calcular qué distancia recorrió el auto en esos 3 seg y plantear ***un nuevo problema de encuentro.*** Es decir, hago esto:



Este método de resolver problemas de encuentro para móviles que no salen en el mismo momento sirve para todos los casos de encuentro. Se puede aplicar siempre. Repito: siempre. Los objetos pueden estar moviéndose en el mismo sentido, en sentido contrario, con MRU, con MRUV, caída libre, tiro vertical. Lo que sea.

Ahora bien (y a esto apuntaba yo). Hay **OTRO** método para resolver este tipo de problemas. Este método es el que generalmente usan ellos y por eso te lo explico. Sin embargo, este método es más difícil de usar y tiene sus complicaciones.

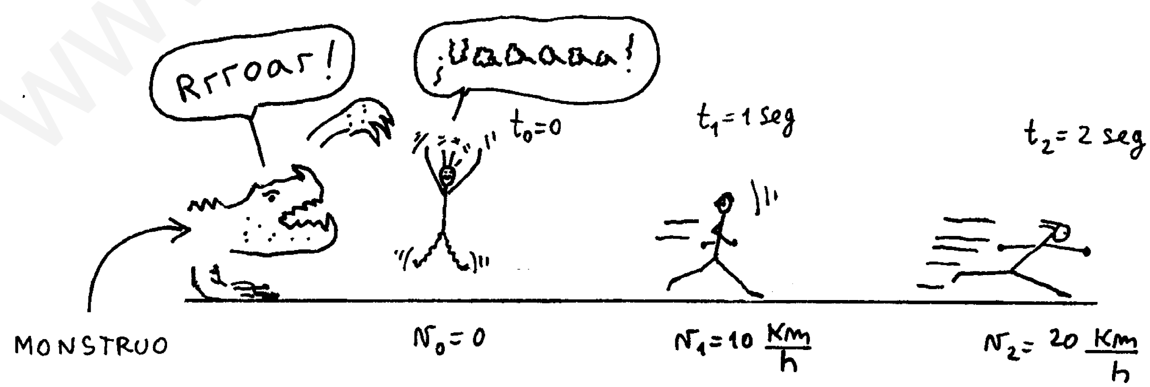
La cosa es así: En realidad las ecuaciones horarias están escritas en función de "t menos t cero". ($t - t_0$).
De manera que si uno de los móviles salió 3 seg antes que el otro, lo único que uno tiene que hacer es reemplazar " te cero " por 3 segundos y listo.
Hasta acá todo muy lindo. Pero lindo, nada.
Porque el asunto es el siguiente:
1 - Las DOS ecuaciones horarias tienen el término ($t - t_0$)...

¿ En cuál de las 2 tengo que reemplazar ?. (¿ O reemplazo en las 2 ?).
2 – Si el móvil salió 3 segundos ANTES... ¿ Te cero vale 3 seg o -3 seg ?
(¿ Y si salió 3 seg después ?)
3 – Si uno de los objetos va con MRUV (acelera), entonces el paréntesis ($t - t_0$) tiene que ir al ^{2}. Eso super-complica las cosas porque te va a quedar el cuadrado de un binomio.... ¿ Y ahora ?. ¿ Quién resuelve las infernales cuentas que quedan ?.

Resumiendo: El método de reemplazar t_0 = 3 seg en ($t - t_0$) sirve perfectamente. Yo no digo que no. Como usar, se puede. El problema es que la posibilidad de equivocarse es muy grande por todo eso que te dije.
Por ese motivo yo te recomiendo que no uses ese método. Usa el que te expliqué yo que es más fácil y más entendible.
Creo que fui claro. Después no me vengas con que nadie te lo dijo, nadie te lo explicó, etc, etc.

MRUV - MOVIMIENTO RECTLÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Suponé un coche que está quieto y arranca. Cada vez se mueve más rápido. Primero se mueve a 10 por hora, después a 20 por hora, después a 30 por hora y así siguiendo.
Su velocidad va cambiando (varía). Esto vendría a ser un movimiento variado.
Entonces, ¿ cuándo uno tiene un movimiento variado ?.
Rta: cuando la velocidad cambia. (varía).
Ahora, ellos dicen que un movimiento es **uniformemente** variado si la velocidad ***cambia lo mismo en cada segundo que pasa***. Mirá el dibujito :



En el ejemplo éste, cuando el tipo ve al monstruo se pone a correr. Después de

1 segundo su velocidad es de 10 Km/h y después de 2 segundos es de 20 Km/h.
Es decir, su velocidad está aumentando, de manera **uniforme**, a razón de *10 Km/h* por cada segundo que pasa.
Atención: Acá en física, la palabra uniforme significa " Siempre igual, siempre lo mismo, siempre de la misma manera ".
Digo entonces que el movimiento del tipo es uniformemente variado aumentando Δv = 10 Km/h en cada Δt = 1 seg.

ACELERACIÓN (Atento)

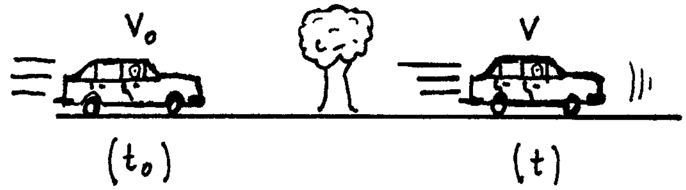
El concepto de aceleración es muy importante. Es la base para poder entender bien-bien MRUV y también otras cosas como caída libre y tiro vertical.
Pero no es difícil. Ya tenés una idea del asunto porque la palabra aceleración también se usa en la vida diaria.
De todas maneras lee con atención lo que sigue y lo vas a entender mejor.

En el ejemplo, el tipo pasa de *0 á 10 Km/h* en *1 seg*. Pero podría haber pasado de *0 á 10 Km/h* en un año. En ese caso estaría acelerando más despacio. Digo entonces que la aceleración es la rapidez con la que está cambiando la velocidad.
Más rápido aumenta (o disminuye) la velocidad, mayor es la aceleración.
Digamos que la aceleración vendría a ser una medida de la ***brusquedad*** del cambio de la velocidad.
Para tener entonces algo que me indique qué tan rápido está cambiando la velocidad, divido ese cambio de velocidad ΔV por el tiempo Δt que tardó en producirse.

Es decir :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \leftarrow \quad \text{Definición de aceleración}$$

Suponé un auto que tiene una velocidad V_0 en t_0 y otra velocidad V al tiempo t:



En ese caso la aceleración del tipo va a ser:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$ ← Así se calcula la aceleración

Una cosa. Fijate por favor que cuando en física se habla de aceleración, hablamos de aumentar **o disminuir** la velocidad. Lo que importa es que la velocidad **CAMBIE**. (Varié). Para la física, un auto que está frenando tiene aceleración.

Atención porque en la vida diaria no se usa así la palabra aceleración. Por eso algunos chicos se confunden y dicen: Pará, pará, hermano.

¿ cómo puede estar acelerando un auto que va cada vez más despacio ?!

Vamos a un ejemplo.

EJEMPLO DE MRUV

> Un coche que se mueve con MRUV tiene en un determinado momento una velocidad de 30 m/s y, 10 segundos después, una velocidad de 40 m/s. Calcular su aceleración.

Para calcular lo que me piden aplico la definición anterior : $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$.

$$a = \frac{40\,m/s - 30\,m/s}{10\,seg} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{10\,m/s}{10\,seg}$$

$$\Rightarrow a = 1\ \mathrm{m/s^2}$$ ← Aceleración del tipo.

Fijate que el resultado dio en *m/s* ^{2}. Éstas son las unidades en las que se mide la aceleración. Es decir, metro dividido segundo cuadrado o cualquier otra unidad de longitud dividida por una unidad de tiempo al cuadrado (como *Km/h* ^{2}).

¿ Qué significa esto de "$1\ m/s^2$ " ?. Bueno, $1\ m/s^2$ lo puedo escribir como:

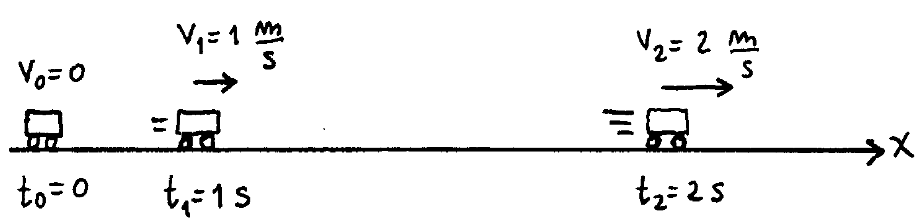
$$\frac{1m/s\}}{1s\}}$$

Variación de velocidad.

Intervalo de tiempo.

Esto último se lee así: La aceleración de este coche es tal que su velocidad aumenta 1 metro por segundo, en cada segundo que pasa (Atención !).

Un esquema de la situación sería éste:



De acá quiero que veas algo importante: Al tener ya una idea de lo que es la aceleración puedo decir que la característica del movimiento uniformemente variado es, justamente, que ***tiene aceleración constante***.
Otra manera de decir lo mismo (y esto se ve en el dibujito) es decir que en el MRUV la velocidad aumenta todo el tiempo (o disminuye todo el tiempo) y ese aumento (o disminución) es <u>LINEAL CON EL TIEMPO</u>.

Fin del ejemplo

<u>SIGNO DE LA ACELERACIÓN</u>:

VER BIEN ESTO

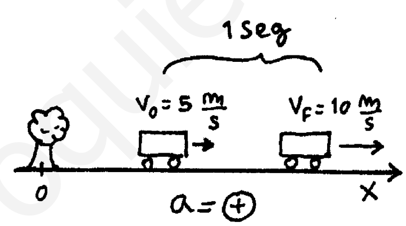
La aceleración que tiene un objeto que se mueve puede ser (**+**) o (**-**). Esto depende de 2 cosas:

1 – De si el tipo se está moviendo cada vez más rápido o cada vez más despacio.
2 – De si se está moviendo en el mismo sentido del eje **x** o al revés. (👁 !).

Esto quiero que lo veas con un ejemplo numérico. Voy a suponer que en todos los casos el Δt es de 1 segundo y saco el signo de la aceleración de : $a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_0}$.

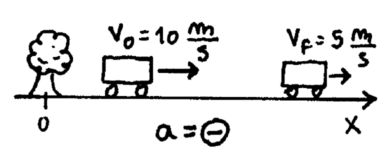
Veamos :

① EL TIPO SE MUEVE CADA VEZ MÁS RÁPIDO EN SENTIDO DEL EJE X.



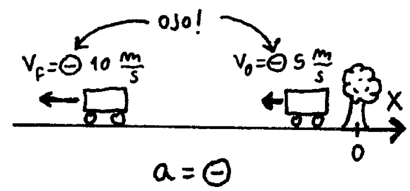
$a = \frac{(10-5)\,m/s}{1\,seg} \Rightarrow a = \oplus\, 5\,\frac{m}{s^2}$

② EL TIPO SE MUEVE CADA VEZ MÁS DESPACIO EN EL SENTIDO DEL EJE X.



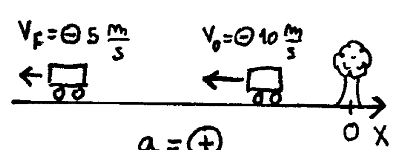
$a = \frac{(5-10)\,m/s}{1\,seg} \Rightarrow a = \ominus\, 5\,\frac{m}{s^2}$

③ EL TIPO VA CADA VEZ MÁS RÁPIDO PERO AL REVÉS DEL EJE X.



$a = \frac{[-10-(-5)]\,m/s}{1\,seg} \Rightarrow a = \ominus\, 5\,\frac{m}{s^2}$

④ EL TIPO VA CADA VEZ MÁS DESPACIO AL REVES DE



$a = \frac{[-5-(-10)]\,m/s}{1\,seg} \Rightarrow a = \oplus\, 5\,\frac{m}{s^2}$

Estos son los 4 casos posibles. Más no hay. La conclusión que saco de acá es que hay que tener cuidado con el signo de la aceleración al hacer los problemas.

La cosa es que los chicos suelen decir: Bueno, no es tan difícil. Si el tipo va cada vez más rápido, su aceleración va a ser positiva y si va cada vez más despacio, su aceleración va a ser negativa.
Hummmmm.... ¡ Cuidado !.
Esto vale solamente si el tipo se mueve en el sentido positivo del eje **x.** (casos 1 y 2). Pero si el tipo va para el otro lado, los signos son exactamente al revés.(casos 3 y 4).
No lo tomes a mal. Esto no lo inventé yo ni lo inventaron ellos, esto simplemente sale de reemplazar los valores de las velocidades en la ecuación: $a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$.

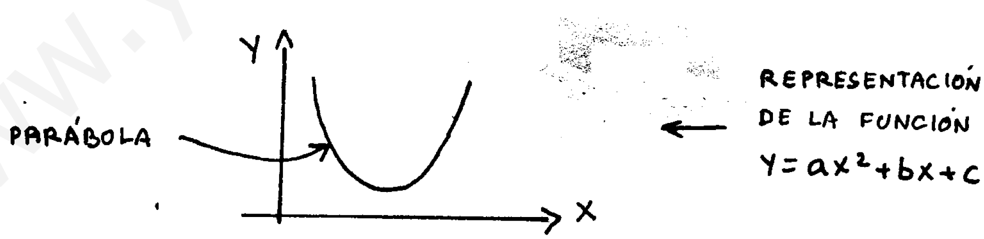
ECUACIÓN DE UNA PARÁBOLA

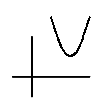
En matemática, una parábola se representaba por la siguiente ecuación:

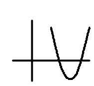
$$y = a.x^2 + b.x + c \qquad \leftarrow \text{ECUACION DE UNA PARABOLA.}$$

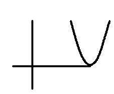
Por ejemplo una parábola podría ser: $Y = 3x^2 - 5x + 2$)

Dándole valores a **X** voy obteniendo los valores de **Y**. Así puedo construir una tabla. Representando estos valores en un par de ejes **x-y** voy obteniendo los puntos de la parábola. Eso puede dar una cosa así:



La parábola puede dar más arriba: 

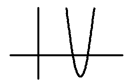
más abajo: 

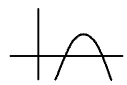


más a la derecha:

más a la izquierda:

más abierta: 

más cerrada: 

puede incluso dar para a bajo: 

Puede dar cualquier cosa, dependiendo de los valores de a, b y c, pero siempre tendrá forma de parábola.
Atento con esto !. Las parábolas siempre aparecen en los problemas de MRUV.

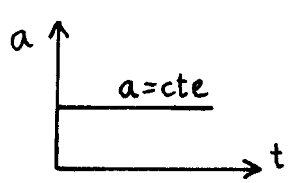
<u>ECUACIONES HORARIAS Y GRÁFICOS EN EL MRUV</u> (IMPORTANTE)

Las ecuaciones horarias son siempre las de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Quiero que veas cómo da cada una en el MRUV.
Voy a empezar de atrás para adelante porque así es más fácil de entender.

<u>3ª Ecuación horaria</u> (a = $f_{(t)}$)
La característica fundamental de un movimiento uniformemente variado es que la aceleración es constante. No cambia. Siempre es igual. Siempre vale lo mismo.
Esto puesto en forma matemática sería:

$$a = cte \qquad \leftarrow 3^{ra} \text{ Ecuación horaria}$$

El gráfico correspondiente es una recta paralela al eje horizontal. O sea, algo así:



← GRÁFICO PARA LA 3ra ECUACIÓN HORARIA.

<u>2ª Ecuación horaria</u> (V = $f_{(t)}$)
Otra manera de decir que la aceleración es constante es decir que la velocidad aumenta (o disminuye) linealmente con el tiempo. Esto sale de la definición de

aceleración, que era:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t - t_0} .$$

Tonces, si despejo : $V_f - V_0 = a\,(t - t_0)$

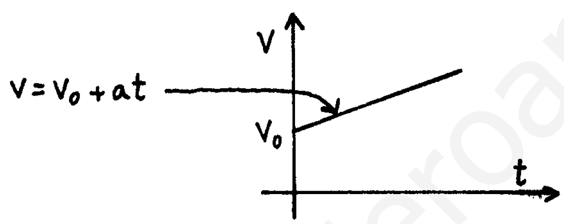
$$\Longrightarrow \quad V_f = V_0 + a\,(t - t_0)$$

Casi siempre "te cero" vale cero. Entonces la ecuación de la velocidad queda así:

$$V_f = \boxed{V_0 +} \; a \leftarrow . t$$

2^{da} ECUACION HORARIA

Esto es la ecuación de una recta. Tiene la forma y = eme equis + be.(Y = m X + b).
La representación es así:



← REPRESENTACIÓN DE LA 2da ECUA-CIÓN HORARIA

Por ejemplo, una 2ª ecuación horaria típica podría ser: $V_f = 10\ \frac{m}{s} + 2\ \frac{m}{s^2}\ t$

El tipo que se moviera siguiendo esta expresión habría salido con una velocidad inicial de 10 m/s y tendría una aceleración de 2 m /s ^{2}.
Esto lo vas a entender mejor cuando veas algún ejemplo hecho con números o cuando empieces a resolver problemas. Ahora seguí.

<u>1^{ra} Ecuación horaria</u> ($x = f_{(t)}$)

Esta es la ecuación importante y es la que hay que saber bien. La ecuación de la posición en función del tiempo para el movimiento uniformemente variado es ésta:

$$\boxed{X = X_0 + V_0\, t + \tfrac{1}{2}\, a\, t^2} \quad \leftarrow \ 1^{ra} \text{ ECUACION HORARIA.}$$

Prefiero no explicarte la deducción de esta ecuación porque es un poco largo.
(En los libros está). Lo que sí quiero que veas es que es la ecuación de una parábola. Fijate:

$$x = x_0 + v_0 . t + \underline{\underline{\tfrac{1}{2} a}} \; . t^2$$

$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$

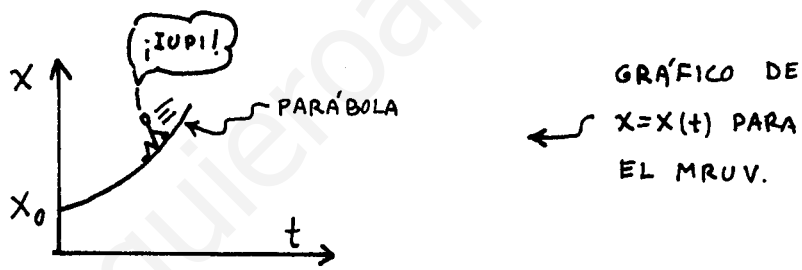
$$y = c + b \cdot x + a \; . x^2$$

$\Leftarrow$ VER LA CORRESPONDEN-CIA DE CADA TERMINO

Cada término de la ecuación $X = X_0 + V_0\, t + ½\, a\, t^2$ tiene su equivalente en la expresión $Y = a X^2 + b X + C$. La expresión completa-completa de la 1ª ecuación horaria vendría a ser en realidad el siguiente choclazo:

$$x = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \tfrac{1}{2}\, a \cdot (t - t_0)^2$$

Pero así escrita con $(t - t_0)$ se usa poco en los problemas. Esto es porque casi siempre en los problemas t_0 vale <u>cero</u>.
Yo siempre voy a usar la ecuación con t, salvo que en algún ejercicio tenga que usar obligatoriamente $(t - t_0)$.
La representación de la posición en función del tiempo es esta:



Este dibujito lindo quiere decir muchas cosas. Ellos suelen decirlo así :

" Señor, éste no es un dibujito lindo !. Es un gráfico muy importante que representa la variación de la posición en función del tiempo para un movimiento uniformemente variado. Este gráfico nos da nada más ni nada menos que la posición del móvil para cualquier instante t.
De esta manera tenemos el movimiento completamente descripto desde el punto de vista cinemático.
Este "dibujito lindo" como usted lo llama (Qué falta de respeto) es la representación gráfica de la función $X = X_0 + V_0\, t + ½\, a\, t^2$.
Esta función no es cualquier cosa. No señor. Es una ecuación cuadrática. (t está al cuadrado).
Esto es importante porque me da una característica fundamental del movimiento uniformemente variado. Supongo que no la debe saber, así

que se la digo a ver si aprende algo útil:

" EN EL MRUV LA POSICIÓN VARÍA CON EL CUADRADO DEL TIEMPO. X = f (t²) . EQUIS DEPENDE DE t CUADRADO."

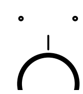
¿ Lo ve ?. ¿ Lo entendió ? Qué lo va a entender, si hoy en día el alumno en vez de estudiar se la pasa haciendo cualquier otra cosa. Escuchan esa música loca. Salen a la calle vestidos que es una vergüenza.
Yo no se a dónde vamos a ir a parar..."

(Aplausos. Fin de la obra.). Sigo, che. Te decía entonces que la representación gráfica de $X = X_0 + V_0\ t + \frac{1}{2}\ a\ t^2$ da una parábola. Esta parábola puede dar para derecha, para la izquierda, muy cerrada, muy abierta. Eso va a depender de los valores de *equis cero*, de V*e cero* y de *a*. Ahora, el hecho de que la parábola vaya para arriba o para abajo depende <u>ÚNICAMENTE</u> del signo de la aceleración. Si *a* es (**+**) , irá para arriba (∪). Si *a* es (**-**) , irá para abajo (∩).
Esto podés acordártelo de la siguiente manera:

a = **+**

La parábola
positiva
está contenta.

a = **-**



La parábola
negativa
está triste.

<u>Conclusión</u>: Hay que ser positivo en la vida !.
No. Conclusión: mirá el siguiente ejemplo a ver si lo entendés mejor:

<u>**Ejemplo**</u>**.** Supongamos que tengo esta ecuación horaria para algo que se mueve con MRUV :

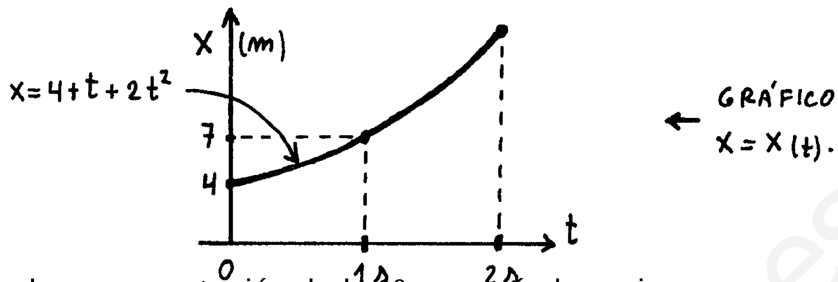
$$X = 4\,m + 1\frac{m}{s}.t + 2\frac{m}{s^2}.t^2$$

Este sería el caso de algo que salió de la posición inicial 4 m con una velocidad de 1 m/s y una aceleración de <u>**4 m/ s²**</u>.
Para saber cómo es el gráfico le voy dando valores a t y voy sacando los valores de x. Es decir, voy haciendo las cuentas y voy armando una tablita.

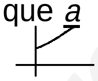
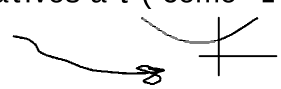
x [m]	t [seg]
4	0
7	1
14	2

← TABLA CON LOS VALORES DE LAS POSICIONES Y LOS

Ahora represento esto y me da una cosa así:



Este gráfico es la representación de la 1ª ecuación horaria.
Me gustaría que notaras dos cosas:

1) -La parábola va para arriba (∪) porque *a* es positiva.
2) -Aunque uno vea sólo un arco así →  esto es una parábola.
   La parte que falta estaría a la izquierda y no la dibujé.
   La podría representar si le diera valores negativos a *t* (como –1 seg, -2 seg, etc). En ese caso el asunto daría así: 

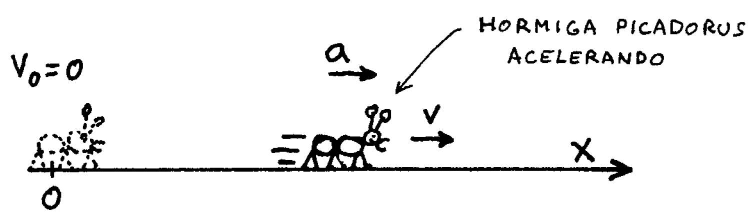
Fin Explicación Ec. Horarias.

UN EJEMPLO DE MRUV

Una hormiga picadorus sale de la posición $X_0 = 0$ y comienza a moverse con aceleración a = 2 m/s2 .($V_0 = 0$).

a)- Escribir las ecuaciones horarias.
b)- Hacer los gráficos x(t), v(t) y a(t).

Voy a hacer un esquema de lo que pasa y tomo un sistema de referencia:



Las ecuaciones horarias para una cosa que se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente variado son:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \\ a = cte \end{cases}$$

⟸ ECUACIONES HORARIAS ESCRITAS EN FORMA GENERAL.

x_0 y v_0 valen cero. Reemplazando por los otros datos el asunto queda así:

$$\begin{cases} x = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2}\, 2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \\ v_f = 0 + 2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \\ a = 2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = cte \end{cases} \quad \leftarrow \quad \begin{matrix} \text{Ecuaciones horarias} \\ \text{para la hormiga} \end{matrix}$$

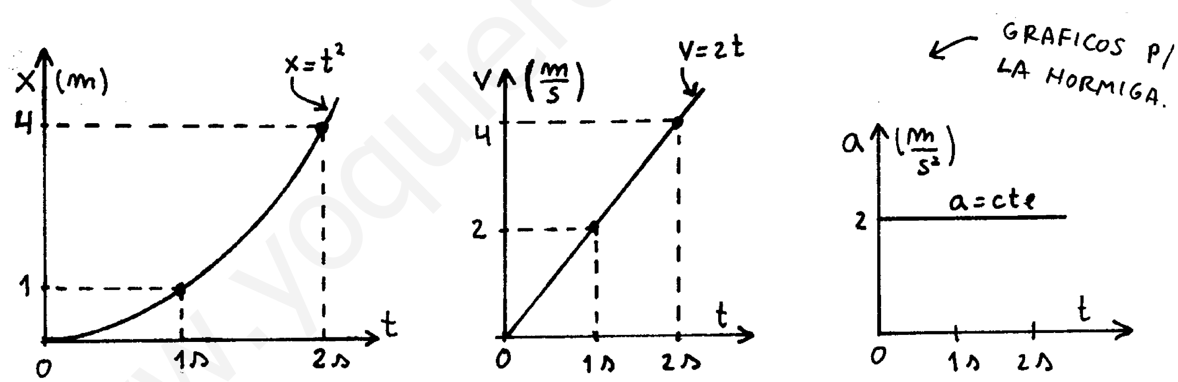
Ahora, dando valores a t voy sacando los valores de *equis* y de *v*. Con estos valores hago estas tablas:

X	t
0	0
1 m	1 s
4 m	2 s

V	t
0	0
2 m/s	1 s
4 m/s	2 s

a	t
$2 m/s^2$	0
$2 m/s^2$	1 s
$2 m/s^2$	2 s

Teniendo las tablas puedo representar las ecuaciones horarias.



Fin del Ejemplo.

<u>LA ECUACIÓN COMPLEMENTARIA</u> (leer)

Hay una fórmula más que se usa a veces para resolver los problemas. La suelen llamar ecuación complementaria. La fórmula es ésta:

$$\boxed{v_f^2 - v_0^2 = 2a \cdot (x_f - x_0)} \quad \leftarrow \text{ Ecuación complementaria.}$$

Esta ecuación vendría a ser una mezcla entre la 1ra y la 2da ecuación horaria. La deducción de esta ecuación es un poco larga. Pero te puedo explicar de dónde sale. Fijate:

Escribo las 2 primeras ecuaciones horarias. Despejo <u>*t*</u> de la 2ª y lo reemplazo en la 1ª.

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\, a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + \mathrm{a} \cdot \mathrm{t} \qquad \Rightarrow \quad \mathrm{t} = \dfrac{v_f - v_0}{a} \end{cases}$$

REEMPLAZO

Si vos te tomás el trabajex de reemplazar el choclazo y de hacer todos los pasos que siguen, termina quedándote la famosa ecuación complementaria.
Sobre esta ecuación me gustaría que veas algunas cositas. Fijate:

<u>Primero</u>: La ecuación complementaria <u>**NO**</u> es una ecuación horaria. En ella no aparece el tiempo.
<u>Segundo</u>: Esta fórmula no es una ecuación nueva. Es mezcla de las otras dos (de la 1ª y la 2ª).
<u>Tercero</u>: Nunca es imprescindible usar la ecuación complementaria para resolver un problema. <u>**Todo**</u> problema de MRUV puede resolverse usando solamente la 1ª y la 2ª ecuación horaria.

Lo que tiene de bueno la expresión $V_f^{\,2} - V_0^{\,2} = 2\ a\ (X_f - X_0)$ es que facilita las cuentas cuando uno tiene que resolver un problema en donde el tiempo ***no es dato***. Eso es todo.

<u>**Ejemplo**</u>: En el problema anterior, calcular la velocidad que tiene la hormiga picadorus después de recorrer 1 m.

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\, a\,.\left(x_f - x_0\right)$$

Usando la ecuación complementaria:

$$\Rightarrow \quad v_f^2 - 0 = 2\,.\,2\,\frac{m}{s^2}.\left(1\,m - 0\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V_f = 2\, m/s} \qquad \Longleftarrow \ \textbf{VELOCIDAD FINAL}$$

Lo hago ahora sin usar la ecuación complementaria: Escribo las ec. horarias.
De la 2ª ecuación horaria:

$$v_f = v_0 + a \cdot t \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{v_f - \overbrace{v_0}^{0}}{a}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{\mathrm{v_f}}{2\,\mathrm{m}/s} \qquad \leftarrow \quad \text{Tiempo que tardó la picadorus en recorrer 1 m}$$

La 1ª ec. horaria era:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\, a \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad 1m = 0 + 0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot 2\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

Reemplazando t por $\dfrac{v_f}{2\,m/s^2}$: $1m = \dfrac{1}{2}\cdot 2\,\dfrac{m}{s^2}\cdot\left(\dfrac{v_f}{2\,m/s^2}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad 1\text{m} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{s^4}{m^2}\cdot\frac{v_f^{\ 2}}{4} \quad \Rightarrow \quad v_f = 2\,m/s \quad \text{(verifica)}$$