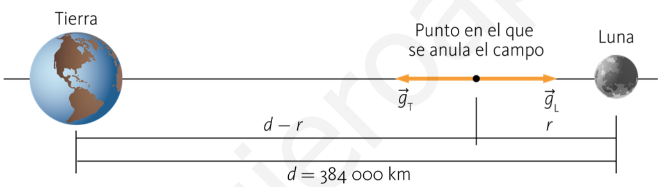
JUNIO

1. Determinar el punto de la línea que une el centro de la Tierra con el centro de la Luna en el que el campo gravitatorio es cero. Tómese como distancia Tierra-Luna el valor 3.84×10^5 km, y considérese que la masa de la Luna es 0.0123 veces la masa de la Tierra.

El módulo del campo gravitatorio creado por una masa M en un punto del espacio situado a una distancia r de su centro viene dado por

$$g=\frac{GM}{r^2}$$

Vamos a representar los vectores campo gravitatorio creados por la Tierra y la Luna sobre la línea que une sus centros.



Dichos vectores tienen sentidos opuestos en cualquier punto entre la Tierra y la Luna. Para que se anulen, deberán tener el mismo módulo. Por lo tanto, debe satisfacerse,

$$g_T=g_L \rightarrow \frac{GM_T}{(d-r)^2}=\frac{GM_L}{r^2} \xrightarrow{\text{simplificamos } G} \frac{M_T}{(d-r)^2}=\frac{M_L}{r^2}$$

Dado que $M_L=0.0123M_T$, la ecuación anterior nos queda

$$\frac{M_T}{(d-r)^2}=\frac{0.0123M_T}{r^2} \xrightarrow{\text{Simplificamos } M_T} \frac{1}{(d-r)^2}=\frac{0.0123}{r^2}$$

Agrupamos las potencias y operamos

$$\frac{1}{0.0123}=\frac{(d-r)^2}{r^2} \longrightarrow 81.3=\left[\frac{d-r}{r}\right]^2$$

$$\left[\frac{d-r}{r}\right]=\pm9.02 \longrightarrow \left\langle \begin{array}{l} d-r_1=+9.02r_1 \\ d-r_2=-9.02r_2 \end{array}\right. \longrightarrow \left\langle \begin{array}{l} r_1=d/10 \\ r_2=-d/8.02 \end{array}\right.$$

Con soluciones $r_1 = \frac{d}{10} = 38\,400$ km y $r_2 = \frac{d}{-8.02} = -47\,900$ km. La solución que buscamos es la 1ª. La 2ª solución representa un punto situado más allá de la Luna, donde los campos gravitatorios creados por la Tierra y la Luna tienen el mismo módulo, pero no se anulan porque apuntan ambos en la misma dirección; esto es hacia la Luna. Así pues, el punto que buscamos está situado a 345 600 km del centro de la Tierra y a 38 400 km del centro de la Luna aproximadamente.

2. Calcular:
a) El trabajo que hay que realizar para trasladar un cuerpo de 20 kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura igual al radio de la Tierra.
b) La velocidad mínima con la que habría que lanzarlo para que alcanzara dicha altura.
Datos: radio de la Tierra $R_T = 6.4\times10^3$ km; masa de la Tierra $M_T = 6\times10^{24}$ kg; constante de gravitación universal $G = 6.7\times10^{-11}$ Nm²kg⁻².

a) El trabajo W que debemos realizar para trasladar el cuerpo es igual a la diferencia de energías potenciales entre los dos puntos. La energía potencial de un cuerpo de masa m varía con la distancia r al centro de la Tierra según la expresión:

$$E_p = -\frac{GM_T m}{r}$$

En la superficie toma el valor

$$E_{p,i} = -\frac{GM_T m}{R_T}$$

Y a una altura igual al radio terrestre

$$E_{p,f} = -\frac{GM_T m}{2R_T}$$

De manera que el trabajo que debemos realizar es

$$W = E_{p,f} - E_{p,i} = -\frac{GM_T m}{2R_T} + \frac{GM_T m}{R_T} = \frac{GM_T m}{2R_T}$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene

$$W = \frac{6.7\times10^{-11}\cdot6\times10^{24}\cdot20}{2\cdot6.4\times10^{6}} = 6.28\times10^{8}\ \text{J}$$

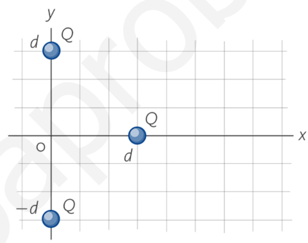
b) Para que alcanzara dicha altura lanzado desde la Tierra, la energía cinética que habría que comunicarle en la superficie terrestre debe ser igual al trabajo que acabamos de calcular. Así pues,

$$E_c = W \longrightarrow \tfrac{1}{2}mv^2 = W \longrightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}}$$

Sustituyendo los valores numéricos se obtiene:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.28 \times 10^8}{20}} = 7920 \text{ m/s}$$

3. Tres cargas puntuales iguales positivas Q están fijas en el plano xy según indica la figura. En un cierto instante, la carga situada sobre el eje x, y que tiene masa m, se deja libre. Calcular el sentido y la magnitud de la aceleración cuando alcanza el punto $x = +2d$. Dar las respuestas en función de Q, m, d y k, siendo k la constante de Coulomb.

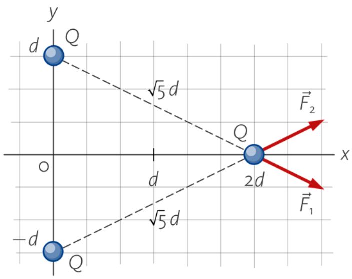


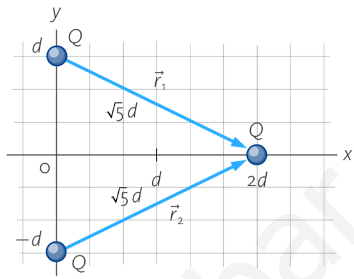
La aceleración alcanzada por la carga se obtiene a partir de la fuerza resultante que actúa sobre la carga Q. La fuerza que con la que se atraen o repelen dos cargas eléctricas q_1 y q_2 en reposo y separadas una distancia r viene dada por la ley de Coulomb

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^2}\hat{r} = \frac{kq_1q_2}{r^3}\vec{r}$$

Se recomienda usar la 1ª en el caso de conocer las direcciones y sentidos de todos los vectores implicados, mientras que sería recomendable usar la 2ª en el caso de no conocer dirección y sentido de alguno de los vectores.

Vamos a representar gráficamente los vectores fuerza que ejercen cada una de las dos cargas fijas sobre la que se desplaza, cuando esta pasa por la posición $x = +2d$. Recuerda que cargas del mismo signo se repelen y cargas de signo opuesto se atraen y los vectores de posición se dibujan desde la carga que ejerce la fuerza hasta la carga sobre la que actúa.





En nuestro caso las fuerzas implicadas son:

$$\vec{F}_1 = \frac{kQ^2}{(\sqrt{5}d)^3}\underbrace{(2d,-d)}_{\vec{r}_1=2d\vec{i}-d\vec{j}} = \frac{kQ^2}{5d^2}\left(\tfrac{2}{\sqrt{5}},-\tfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\vec{F}_2 = \frac{kQ^2}{(\sqrt{5}d)^3}\underbrace{(2d,d)}_{\vec{r}_2=2d\vec{i}+d\vec{j}} = \frac{kQ^2}{5d^2}\left(\tfrac{2}{\sqrt{5}},\tfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

Y la fuerza resultante:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \frac{kQ^2}{5d^2}\left(\tfrac{4}{\sqrt{5}},0\right)$$

Está dirigida hacia la derecha, y su módulo vale

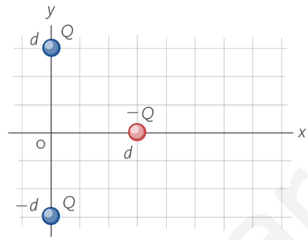
$$F = \frac{4}{5\sqrt{5}}\cdot\frac{kQ^2}{d^2} \underset{\text{racionalizamos}}{=} \frac{4\sqrt{5}}{25}\cdot\frac{kQ^2}{d^2}$$

Finalmente, obtenemos la aceleración dividiendo la fuerza total entre la masa (según establece la 2ª ley de Newton)

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4\sqrt{5}}{25}\cdot\frac{kQ^2}{md^2}$$

En el mismo sentido que la fuerza. Es decir, hacia la derecha.

4. Tres cargas puntuales están fijas en el plano xy según indica la figura. En un cierto instante, a la carga negativa $-Q$ situada sobre el eje x, y que tiene masa m, se le suministra una velocidad v_0. Calcular el valor mínimo de dicha velocidad v_0 para que la carga negativa $-Q$ se aleje indefinidamente de las dos cargas positivas. Dar las respuestas en función de Q, m, d y k, siendo k la constante de Coulomb.



El campo eléctrico es conservativo. Esto significa que en el movimiento de la carga $-Q$ se va a conservar su energía mecánica. La energía cinética inicial es

$$E_{c,i} = \tfrac{1}{2} m v_0^2$$

La energía potencial inicial es

$$E_{p,i} = -QV_i$$

donde V_i representa el potencial eléctrico creado por las dos cargas positivas en el punto $x = d$. Las distancias de ambas cargas al punto son

$$r = \sqrt{d^2 + d^2} = \sqrt{2d^2} = \sqrt{2}d$$

de manera que

$$V_i = \frac{kQ}{\sqrt{2}d} + \frac{kQ}{\sqrt{2}d} = \frac{2kQ}{\sqrt{2}d} \underset{\text{racionalizamos}}{=} \frac{\sqrt{2}kQ}{d}$$

Y la energía potencial inicial se expresa como

$$E_{p,i} = -QV_i = -\frac{\sqrt{2}kQ^2}{d}$$

El valor mínimo de v_0 se obtiene al considerar que la velocidad será igual a 0 cuando la separación entre cargas sea infinita. En estas condiciones $E_{c,f} = 0$, $V_f = 0$ y $E_{p,f} = -Q \cdot 0 = 0$. Igualando las energías mecánicas inicial y final se obtiene

$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 - \frac{\sqrt{2}kQ^2}{d} = 0 \quad \longrightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}kQ^2}{md}}$$

5. Un ión Li^+ (carga $q = 1.6\times10^{-19}$ C, masa $m = 1.2\times10^{-23}$ kg) es acelerado con una diferencia de potencial de 500 v. Después penetra en un campo magnético de 0.4 T, moviéndose perpendicular a dicho campo. Calcular el radio de la trayectoria circular que describe.

Una carga q acelerada entre dos puntos A y B alcanza una energía cinética final igual a

$$E_{c,f} = E_{c,i} + q\underbrace{(V_A - V_B)}_{\substack{\text{diferencia}\\ \text{de potencial}}}$$

Teniendo en cuenta que parte del reposo, entonces la energía cinética del ion después de ser acelerado será

$$E_{c,f} = 1.6\times10^{-19}\cdot 500 = 8\times10^{-17}\ \text{J}$$

La velocidad asociada a esa energía cinética es

$$E_{c,f} = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_{c,f}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8\times10^{-17}}{1.2\times10^{-23}}} = 3650\ \text{m s}^{-1}$$

Una vez en el interior del campo magnético, el ion se encuentra sometido a la fuerza magnética dada por

$$\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$$

Dado que velocidad y campo son perpendiculares, el módulo de dicha fuerza se expresa como

$$F = |q|vB$$

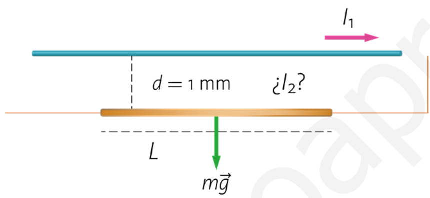
Teniendo en cuenta que la fuerza es perpendicular a la velocidad (por definición de producto vectorial), entonces la aceleración también es perpendicular a la velocidad. La componente tangencial vale 0, indicando que el módulo de la velocidad va a permanecer constante dentro del campo, y la 2ª ley de Newton aplicada a la carga se expresa como:

$$|q|vB = m\frac{v^2}{r} \xrightarrow{\text{despejando}} r = \frac{mv}{|q|B}$$

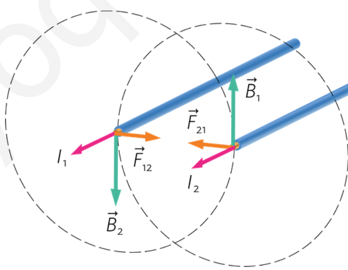
Finalmente, sustituyendo los valores numéricos, se obtiene:

$$r = \frac{1.2\times10^{-23}\cdot 3650}{1.6\times10^{-19}\cdot 0.4} = 0.684\ \text{m}$$

6. Se tiene un hilo conductor recto y una varilla metálica, colocados paralelos entre sí y separados una distancia $d = 1$ mm. Por el conductor 1, que podemos considerarlo de longitud infinita, circula una corriente eléctrica de intensidad $I_1 = 10$ A hacia la derecha como indica la figura. La varilla metálica tiene longitud $L = 1$ m y masa $m = 10$ g. Los extremos de la varilla están conectados con alambres flexibles sin masa por los que se hace circular una corriente I_2. El valor de esta corriente I_2 hace que la fuerza magnética que ejerce el hilo 1 contrarreste el peso de la varilla. Determinar el valor y el sentido de la intensidad I_2 que circula por la varilla. Razonar la respuesta.



Para contrarrestar el peso de la varilla, la fuerza magnética entre el hilo y la varilla debe ser atractiva. Esto significa que la corriente que debe circular por la varilla debe hacerlo en el mismo sentido que en el hilo. Recuerda que la fuerza entre dos conductores paralelos cuando por ellos circulan corrientes en el mismo sentido tiene carácter atractivo.



En cuanto al valor de la intensidad, esta debe ser tal que el módulo de la fuerza magnética sea igual al módulo del peso. El módulo de la fuerza por unidad de longitud con la que se atraen o repelen dos conductores separados una distancia d es

$$\frac{F}{L}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

Sobre 1 m de varilla, la fuerza magnética total será (sustituimos $L=1$ m)

$$F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

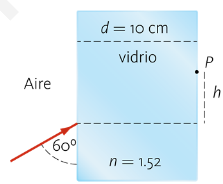
Dicha fuerza debe coincidir con el módulo del peso. Igualando se obtiene:

$$F=P \longrightarrow \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}=mg \longrightarrow I_2=\frac{2\pi dmg}{\mu_0 I_1}$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene:

$$I_2=\frac{2\pi\cdot 0.001\cdot 0.01\cdot 9.8}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}=49 \text{ A}$$

7. Según indica la figura, un haz de luz monocromática de frecuencia $f=5\times 10^{14}$ Hz incide desde el aire sobre un vidrio de índice de refracción $n=1.52$ y anchura $d=10$ cm. Calcular:



a) La longitud de onda de la luz incidente en el aire y en el vidrio.
b) El ángulo que forma el haz de luz con la horizontal cuando atraviesa la interfase vidrio-aire y entra de nuevo en el aire por el punto P.
c) La altura h del punto P en el que incide el rayo refractado en el vidrio cuando alcanza la interfase vidrio-aire.
Velocidad de la luz en el vacío: $c=3\times 10^{8}$ m s^{-1}.

a) La longitud de onda y la frecuencia de una onda están relacionadas con su velocidad de propagación según:

$$v=\lambda f \longrightarrow \lambda=\frac{v}{f}$$

En el caso del aire, la velocidad de la luz es la misma que en el vacío. Así que

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\times 10^{8}}{5\times 10^{14}}=6\times 10^{-7} \text{ m}$$

En el vidrio, la velocidad de luz depende del índice de refracción según

$$v=\frac{c}{n}=\frac{3\times10^{8}}{1.52}=1.97\times10^{8}\ \text{m s}^{-1}$$

Teniendo en cuenta que *la frecuencia de una onda no varía al cambiar de medio*, entonces la longitud de onda en el vidrio será

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{1.97\times10^{8}}{5\times10^{14}}=3.94\times10^{-7}\ \text{m}$$

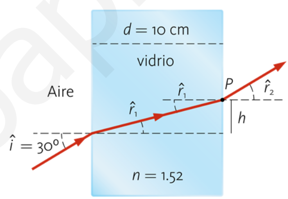
b) El ángulo formado por el haz con la horizontal cuando atraviesa la interfase vidrio-aire y entra de nuevo en el aire por el punto P viene dado por la ley de Snell, que relaciona los ángulos de incidencia y de refracción con los índices de refracción. Recuerda que el ángulo de incidencia es el ángulo que forma el rayo incidente con la normal. Es decir, 30º.

$$n_{\text{aire}}\cdot\text{sen}\,\hat{i}=n_{\text{vidrio}}\cdot\text{sen}\,\hat{r}_1=n_{\text{aire}}\cdot\text{sen}\,\hat{r}_2$$

$$n_{\text{aire}}\cdot\text{sen}\,\hat{i}=n_{\text{aire}}\cdot\text{sen}\,\hat{r}_2$$

$$\hat{i}=\hat{r}_2$$

De manera que el ángulo que buscamos es también igual a 30º.



c) Para calcular la altura h a la que incide el haz en el punto P nos fijaremos en el triángulo rectángulo de base d, altura h y ángulo $\hat{r}_1$. Este último ángulo lo calculamos a partir de la ley de Snell que hemos planteado antes:

$$1\cdot\text{sen}\,30º=1.52\cdot\text{sen}\,\hat{r}_1\ \longrightarrow\ \text{sen}\,\hat{r}_1=\frac{\text{sen}\,30º}{1.52}\ \longrightarrow\ \hat{r}_1=19.2º$$

Aplicando la definición de tangente, obtenemos:

$$\tan19.2º=\frac{h}{10}\ \longrightarrow\ h=10\tan19.2º=3.48\ \text{cm}$$

8. Una onda armónica sinusoidal que se propaga en el sentido negativo del eje x tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4 m y una velocidad de propagación de 200 m s^{-1}. Hallar:
a) La ecuación de dicha onda.
b) La velocidad transversal máxima alcanzada por los puntos de la onda.
c) La aceleración transversal máxima alcanzada por los puntos de la onda.

La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido negativo del eje x se puede escribir de muchas maneras. Por ejemplo,

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + kx + \Phi_0)$$

donde

$$A = 4\ \mathrm{m},\quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}\ \mathrm{rad\ m^{-1}}\ \ \mathrm{y}\ \ \omega = kv = \frac{\pi}{10}\cdot 200 = 20\pi\ \mathrm{rad\ s^{-1}}$$

Así, la ecuación de onda toma la forma

$$y(x,t) = 4\,\mathrm{sen}(20\pi t + \tfrac{\pi}{10}x)\ \mathrm{SI}$$

Hemos considerado la fase inicial de la onda nula, dado que no se especifica lo contrario.

b) La velocidad máxima de vibración de un punto cualquiera de la onda viene dada por la expresión:

$$v_{y,\mathrm{max}} = A\omega$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene

$$v_{\mathrm{max}} = 4\cdot 20\pi = 80\pi = 251\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

c) La aceleración máxima de vibración de un punto cualquiera de la onda viene dada por la expresión:

$$a_{y,\mathrm{max}} = A\omega^2$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene

$$v_{\mathrm{max}} = 4\cdot(20\pi)^2 = 1600\pi^2 = 15800\ \mathrm{m\ s^{-2}}$$

9. Un objeto de 15 cm de altura está situado a 5 cm a la izquierda de una lente delgada convergente de 10 dioptrías.
a) Calcular la posición y la altura de la imagen.
b) Realizar el diagrama de rayos correspondientes.

Para resolver el problema se usará el convenio de signos DIN.

a) Las distancias objeto e imagen están relacionadas con la distancia focal imagen de la lente según

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Teniendo en cuenta que la distancia focal y la potencia están relacionadas según

$$P(\text{dioptrías}) = \frac{1}{f'(\text{m})} \xrightarrow{\textit{despejamos } f'} f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Sustituyendo la distancia focal por $+10$ cm y $s = -5$ cm, entonces

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-5} = \frac{1}{10} \longrightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} = \frac{-1}{10} \longrightarrow s' = -10 \text{ cm}$$

La imagen se encuentra 10 cm a la izquierda de la lente. Su tamaño lo calcularemos teniendo en cuenta que las distancias objeto e imagen están relacionados con los tamaños del objeto y la imagen según:

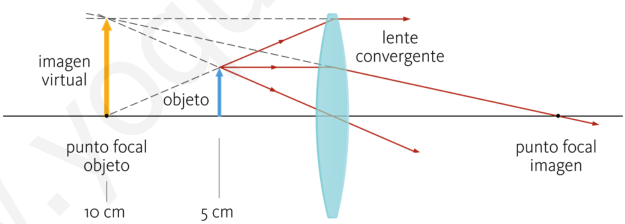
$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \xrightarrow{\text{despejamos}} y' = \frac{s'}{s} \cdot y$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene

$$y' = \frac{-10}{-5} \cdot 15 = 30 \text{ cm}$$

La altura de la imagen es 30 cm.

b) El diagrama de rayos correspondiente a la situación descrita por el enunciado es el siguiente:



10. Un objeto de 3 cm de altura está situado a 20 cm a la izquierda de una lente delgada divergente de -10 dioptrías.

a) Calcular la posición y la altura de la imagen.

b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Para resolver el problema se usará el convenio de signos DIN.

a) Las distancias objeto e imagen están relacionadas con la distancia focal imagen de la lente según

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

Teniendo en cuenta que la distancia focal y la potencia están relacionadas según

$$P(\text{dioptrías})=\frac{1}{f'(\text{m})}\xrightarrow{\text{despejamos } f'} f'=\frac{1}{P}=\frac{1}{-10}=-0.1\ \text{m}=-10\ \text{cm}$$

Sustituyendo la distancia focal por -10 cm y $s=-20$ cm, entonces

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-20}=\frac{1}{-10}\longrightarrow\frac{1}{s'}=\frac{1}{-10}-\frac{1}{20}=\frac{-3}{20}\longrightarrow s'=-6.67\ \text{cm}$$

La imagen se encuentra 6.67 cm a la izquierda de la lente. Su tamaño lo calcularemos teniendo en cuenta que las distancias objeto e imagen están relacionados con los tamaños del objeto y la imagen según:

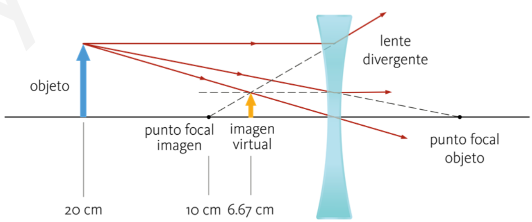
$$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\xrightarrow{\text{despejamos}} y'=\frac{s'}{s}\cdot y$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene

$$y'=\frac{-6.67}{-20}\cdot 3=1\ \text{cm}$$

La altura de la imagen es 1 cm.

b) El diagrama de rayos correspondiente a la situación descrita por el enunciado es el siguiente:



11. La longitud de onda umbral de una lámina de plata para que se produzca efecto fotoeléctrico es $\lambda = 264$ nm. Calcular:
a) El trabajo de extracción de electrones en dicha lámina de plata.
b) La velocidad con la que se emiten los electrones tras ser irradiada dicha lámina con luz ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 181$ nm.

Constante de Planck: $h = 6.6\times10^{-34}$ J.

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3\times10^{8}$ m s^{-1}.

Masa del electrón: $m = 9.1\times10^{-31}$ kg.

a) El trabajo de extracción de un metal está relacionado con la longitud de onda umbral (longitud de onda máxima que puede tener la radiación capaz de extraer electrones de metal) según:

$$W = \frac{hc}{\lambda}$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene:

$$W = \frac{6.6\times10^{-34}\cdot 3\times10^{8}}{\underbrace{2.64\times10^{-7}}_{1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}}} = 7.5\times10^{-19}\text{ J}$$

b) Al irradiar la lámina con una longitud de onda inferior a 264 nm, la lámina emitirá electrones. Este efecto se conoce como efecto fotoeléctrico. La energía cinética máxima de esos electrones emitidos viene dada por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

$$E = W + E_{c,\max}$$

La energía de la radiación incidente viene dada por

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6\times10^{-34}\cdot 3\times10^{8}}{\underbrace{1.81\times10^{-7}}_{1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}}} = 1.09\times10^{-18}\text{ J}$$

De manera que

$$E_{c,\max} = E - W = 1.09\times10^{-18} - 7.5\times10^{-19} = 3.4\times10^{-19}\text{ J}$$

Finalmente, la velocidad asociada a un electrón de esta energía cinética es

$$E_{c,\max} = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_{c,\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3.4\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}} = 8.64\times10^{5}\text{ m s}^{-1}$$

12. Por métodos ópticos, de determina que la longitud de una nave espacial que pasa por las proximidades de la Tierra es de 100 m. En contacto radiofónico, los astronautas que viajan en la nave comunican que la longitud de su nave es de 120 m. Considerando Tierra y nave como sistemas de referencia inerciales, determinar la velocidad (módulo) con que la nave se desplaza respecto de la Tierra.
Velocidad de la luz en el vacío. $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

La longitud de la nave medida por un observador en reposo respecto a la nave, en nuestro caso, los astronautas, se denomina longitud propia, L_0. Dicha longitud está relacionada con la longitud L que mide un observador en movimiento respecto a la nave, en nuestro caso, un observador situado en la Tierra, según:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\tfrac{v}{c}\right)^2}$$

Sustituyendo los valores numéricos se obtiene:

$$100 = 120\sqrt{1 - \left(\tfrac{v}{c}\right)^2} \longrightarrow 0.833 = \sqrt{1 - \left(\tfrac{v}{c}\right)^2} \longrightarrow 0.694 = 1 - \left(\tfrac{v}{c}\right)^2$$

$$\left(\tfrac{v}{c}\right)^2 = 1 - 0.694 = 0.306 \longrightarrow \tfrac{v}{c} = 0.553 \longrightarrow v = 0.553c$$

Esto es, una velocidad aproximada de $1.66 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.