SELECTIVIDAD FÍSICA NAVARRA. 2021. JULIO.

1.- Una de las lunas de Júpiter describe una órbita, que supondremos circular, de radio $422{,}0 \cdot 10^6$ m con un periodo de $1{,}53 \cdot 10^5$ s.

a) Hallar la masa de Júpiter (1 punto).

Sabiendo que la densidad promedio de Júpiter es 1,33 g/cm^3 y supuesto el planeta esférico:

b) ¿Cuál sería el peso de una persona en la superficie de Júpiter, si su peso en la superficie de la Tierra es de 700 N? (1 punto).

c) ¿Cuál sería la velocidad de escape de un cuerpo situado en su superficie? (0,5 puntos).

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2 g_o (superficie Tierra) = 9,8 m/s^2

a) La fuerza de atracción gravitatoria entre un astro central y un satélite que orbita a su alrededor es también la fuerza centrípeta que fuerza al satélite a realizar una trayectoria circular con velocidad constante.

$$F_g = F_c \qquad \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \qquad v = \sqrt{G \cdot M/r}$$

Como la velocidad orbital es constante podemos aplicar:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{2\pi r}{T} \qquad v^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M}{r} \qquad M = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (422 \cdot 10^6)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (1{,}53 \cdot 10^5)^2} = 1{,}9 \cdot 10^{27}\ kg$$

b)

$$p = m \cdot g \qquad m = \frac{p}{g} = \frac{700}{9{,}8} = 71{,}4\ kg \qquad d = \frac{M}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} \qquad R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4 \cdot \pi \cdot d}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27}}{4\pi \cdot 1330}} = 6{,}99 \cdot 10^7\ m$$

$$p = \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27} \cdot 71{,}4}{(6{,}99 \cdot 10^7\ )^2} = 1851{,}9\ N$$

c) La velocidad de escape de un planeta es la mínima velocidad que debe poseer un cuerpo en la superficie de dicho planeta para que escape definitivamente de su atracción gravitatoria. Por lo tanto suponemos que llega a una distancia infinita con una velocidad nula en donde su energía potencial es cero. Supondremos que no hay rozamiento con una posible atmósfera. Para deducir su expresión aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$Em = cte \qquad Ec(superf) + Ep(superf) = Ec(\infty) + Ep(\infty) = 0$$

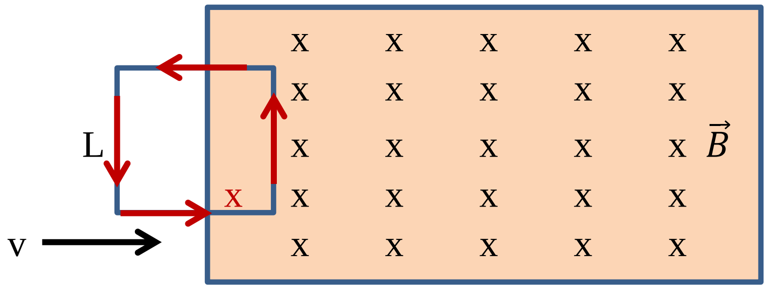
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{R} = 0 \qquad v_e = \sqrt{2 \cdot G \cdot M/R} = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27}/6{,}99 \cdot 10^7} = 60216{,}6\ m/s$$

2.- Una espira cuadrada de 0,2 cm de lado y resistencia 2 Ω, se mueve hacia la derecha con una velocidad de 3 m/s y penetra en una región donde hay un campo B de 0,3 T perpendicular hacia dentro de la página.

a) Hallar el valor de la fuerza electromotriz inducida hasta que la espira penetra en su totalidad en el interior del campo (1 punto).

b) Deducir el valor e indicar el sentido de la corriente inducida en la espira (1 punto).

c) Hallar la fem inducida cuando toda la espira está en la región del campo (0,5 puntos).



---

a)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot cos\varphi)}{dt} = -\frac{d(B \cdot L \cdot x \cdot cos0)}{dt} = -B \cdot L \cdot \frac{dx}{dt} = -B \cdot L \cdot v = -0{,}3 \cdot 0{,}002 \cdot 3 = -0{,}0018\ V$$

El signo negativo solo indica que el sentido de la corriente es el que origina un campo magnético que se opone al aumento de flujo magnético que tiene lugar en la espira. El campo magnético inducido debe estar dirigido hacia fuera, por lo que, aplicando la regla de la mano derecha, el sentido de la corriente inducida es el indicado con flechas rojas en el esquema del enunciado.

b)

$$V = I \cdot R \qquad I = V/R = 0{,}0018/2 = 0{,}0009\ A$$

c) Cuando la espira se mueve totalmente dentro de la región del campo magnético, no hay variación del flujo magnético y por lo tanto no hay corriente inducida en la espira. La fuerza electromotriz inducida es cero.

3.- (A) Indicar la expresión general de la ecuación de ondas armónicas unidimensionales. Explicar cada uno de sus términos e indicar las unidades (1 punto).
(B) Una onda armónica transversal se propaga en el sentido negativo del eje OX con una velocidad de 400 m/s, una frecuencia de 200 Hz y una amplitud de 0,01 m. sabiendo que en x = 0 y t = 0, y = 0,01 m.
a) Hallar la ecuación de onda (0,5 puntos).
b) ¿Cuál es la velocidad en función del tiempo de un punto situado a 2 m del foco? (0,5 puntos).
c) ¿En qué instante alcanza por primera vez la velocidad máxima ese punto? (0,5 puntos).

(A)

$$y = A\ sen\ (\omega t - kx + \varphi_0)$$

y, es la elongación. Es la distancia que separa una partícula del medio de la posición de equilibrio. La unidad en el S.I. es el metro, m.
A, es la amplitud. Es la elongación máxima. Su unidad en el S.I. es el metro, m.
ω, pulsación o frecuencia angular. Se mide en radianes por segundo, rad/s.
t, es el tiempo. Su unidad en el S.I. es el segundo, s.
k, es el número de onda. Es el número de longitudes de onda contenidas en 2π metros. Su unidad en S.I. es rad/m.
x, es la distancia horizontal de un punto considerado hasta el considerado origen de la onda. Su unidad es el metro, m.
φ_0, es la fase inicial. Determina el estado inicial de vibración, es decir, la posición del foco de la onda en el instante inicial. Se mide en radianes, rad.

(B) a) ←, v = 400 m/s, f = 200 Hz, A = 0,01 m, (x = 0, t = 0, y = 0,01)

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 200 = 400\pi \ rad/s \qquad v = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{400}{200} = 2\ m \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \ rad/m$$

$$y = A\ sen(\omega t + kx + \varphi_0) \qquad 0{,}01 = 0{,}01\ sen\ (0 + 0 + \varphi_0) \ \rightarrow \ \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$$

$$y = 0{,}01\ sen\ \left(400\pi \cdot t + \pi \cdot x + \frac{\pi}{2}\right)$$

b)

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}01 \cdot 400\pi \cos\left(400\pi \cdot t + \pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2}\right) \qquad v = 4\pi \cos(400\pi \cdot t + 2{,}5\pi)$$

c) La velocidad máxima se produce cuando:

$$\cos(400\pi \cdot t + 2{,}5\pi) = 1 \qquad 400\pi \cdot t + 2{,}5\pi = 0 \qquad t = -\frac{2{,}5}{400} = -0{,}00625$$

Para obtener un tiempo positivo le vamos sumando periodos hasta que se obtenga un valor positivo.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{200} = 0{,}005 \qquad t = -0{,}00625 + \ 2 \cdot 0{,}005 = 0{,}00375\ s$$

Si se sustituye t por 0,00375 en la ecuación de la elongación debe obtenerse una elongación nula ya que la velocidad máxima se da cuando la elongación es cero.

4.- (A) Describir el efecto fotoeléctrico (1 punto).
(B) Una radiación de 100 nm de longitud de onda desprende electrones de una superficie metálica con una energía cinética máxima de 3 eV. Hallar:
a) Trabajo de extracción del metal (0,5 puntos).
b) La longitud de onda umbral del metal (0,5 puntos).
c) La diferencia de potencial que se requiere para frenar la emisión de electrones (0,5 puntos).
Datos: $q_{electrón} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J s, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s, 1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J

(A) El efecto fotoeléctrico fue descubierto por H. Hertz y consiste en la propiedad que presentan algunos metales, por ejemplo los alcalinos, de emitir electrones cuando incide sobre ellos luz visible o rayos ultravioleta.
Las características experimentales del efecto fotoeléctrico son las siguientes:
1.- Para cada metal existe una frecuencia de iluminación mínima, llamada frecuencia umbral o de corte, ν_0, por debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico, es decir, emisión de fotoelectrones, por muy intensa que sea la luz incidente.
2.- Si la frecuencia de iluminación del metal es superior a la frecuencia umbral, $\nu > \nu_0$, el número de fotoelectrones emitidos es proporcional a la intensidad de la radiación incidente.
3.- Si la frecuencia de iluminación del metal es superior a la frecuencia umbral, $\nu > \nu_0$, la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos Ec no depende de la intensidad de la radiación incidente, sino que depende solamente de su frecuencia, ν, aumentando linealmente con ella.
4.- El efecto fotoeléctrico es instantáneo, es decir, la emisión de electrones se produce en el mismo instante en que incide la radiación, siempre que la frecuencia de ésta sea superior a la frecuencia umbral.
En el efecto fotoeléctrico se cumple la ecuación de Einstein. $E_f = W_0 + Ec$
E_f = Energía de los fotones. W_0 = Trabajo de extracción del metal. Ec = Energía cinética de los electrones emitidos.

(B) a) λ = 100 nm, Ec = 3 eV = $4{,}8\cdot10^{-19}$ J.

$$E = W_0 + Ec \qquad W_0 = E - Ec = \frac{h\cdot c}{\lambda} - Ec = \frac{6{,}626\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{10^{-7}} - 4{,}8\cdot10^{-19} = 1{,}51\cdot10^{-18}\,J$$

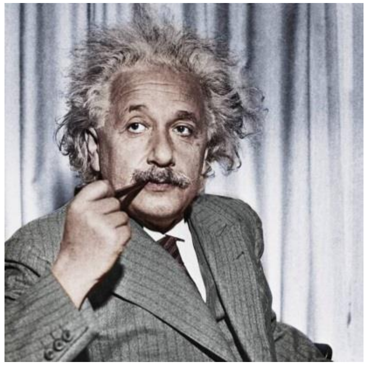
b)

$$W_0 = \frac{h\cdot c}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = \frac{h\cdot c}{W_0} = \frac{6{,}626\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{1{,}51\cdot10^{-18}} = 1{,}32\cdot10^{-7}\,m$$

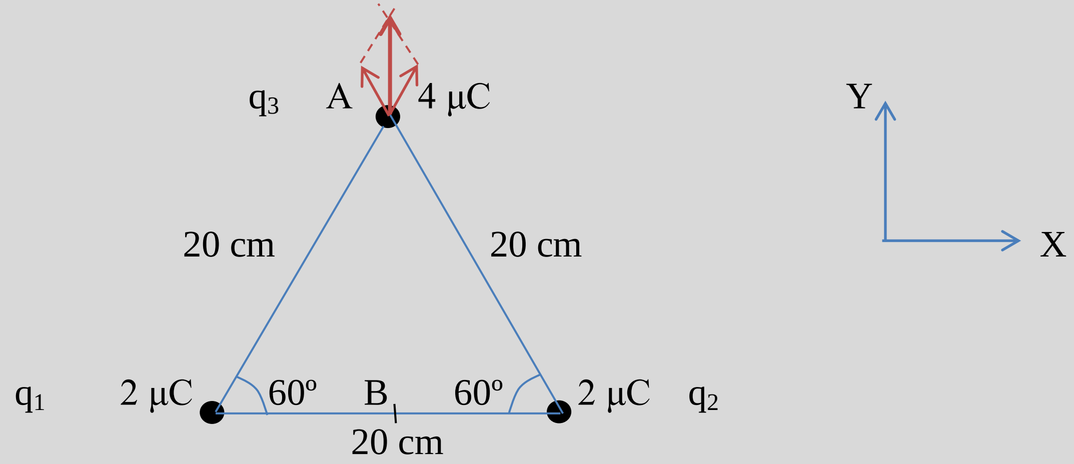
c) Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$Ec + \quad Ep = 0 \qquad (0 - Ec) + q\cdot \quad V = 0 \qquad \Delta V = \frac{Ec}{q} = \frac{4{,}8\cdot10^{-19}}{-1{,}6\cdot10^{-19}} = -3\,V$$

Se requiere una disminución de potencial eléctrico para frenar las cargas negativas.



5.- (A) Hallar, en la distribución de la figura, la fuerza (módulo, dirección y sentido) que recibe la carga de 4 μC debida a las otras dos cargas (despreciar el efecto gravitatorio) (1 punto).
(B) Hallar el trabajo necesario para desplazar esa carga desde el punto A al punto B (punto medio entre las cargas de 2 μC (1,5 puntos).



Datos: $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

(A) Las componentes horizontales de las dos fuerzas se anulan entre sí. Calculamos las componentes verticales y las sumamos.

$$F_1 = F_2 = \frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_3|}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{0{,}2^2} = 1{,}8\ N \qquad F_{1y} = F_{2y} = 1{,}8 \cdot \cos 30 = 1{,}56\ N$$

$$F = 2 \cdot 1{,}56 = 3{,}12\ N \qquad \vec{F} = 3{,}12\ \vec{j}\ N$$

(B)

$$V(A) = 2V_1 = 2 \cdot \frac{K \cdot q_1}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0{,}2} = 180000\,V$$

$$V(B) = 2V_1 = 2 \cdot \frac{K \cdot q_1}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = 360000\,V$$

$$W = \quad Ep = q_3 \cdot \quad V = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (360000 - 180000) = 0{,}72\,J$$

Ese es el trabajo que hay que suministrar para trasladar la carga situada en el punto A. El campo realiza un trabajo de -0,72 J

$$W_c = -0{,}72\,J$$

6.- Un objeto está a 5 cm de una lente convergente de potencia 13,33 dioptrías.
a) Hallar la posición de la imagen (1 punto).
Si el objeto tiene una altura de 4 cm,
b) Hallar el tamaño de la imagen e indicar si está derecha o invertida y si es real o virtual (0,5 puntos).
c) Hacer el trazado de rayos (1 punto).

a) s = - 5 cm, P = 13,33 m^{-1}

$$f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{13{,}33} = 0{,}075\ m = 7{,}5\ cm$$

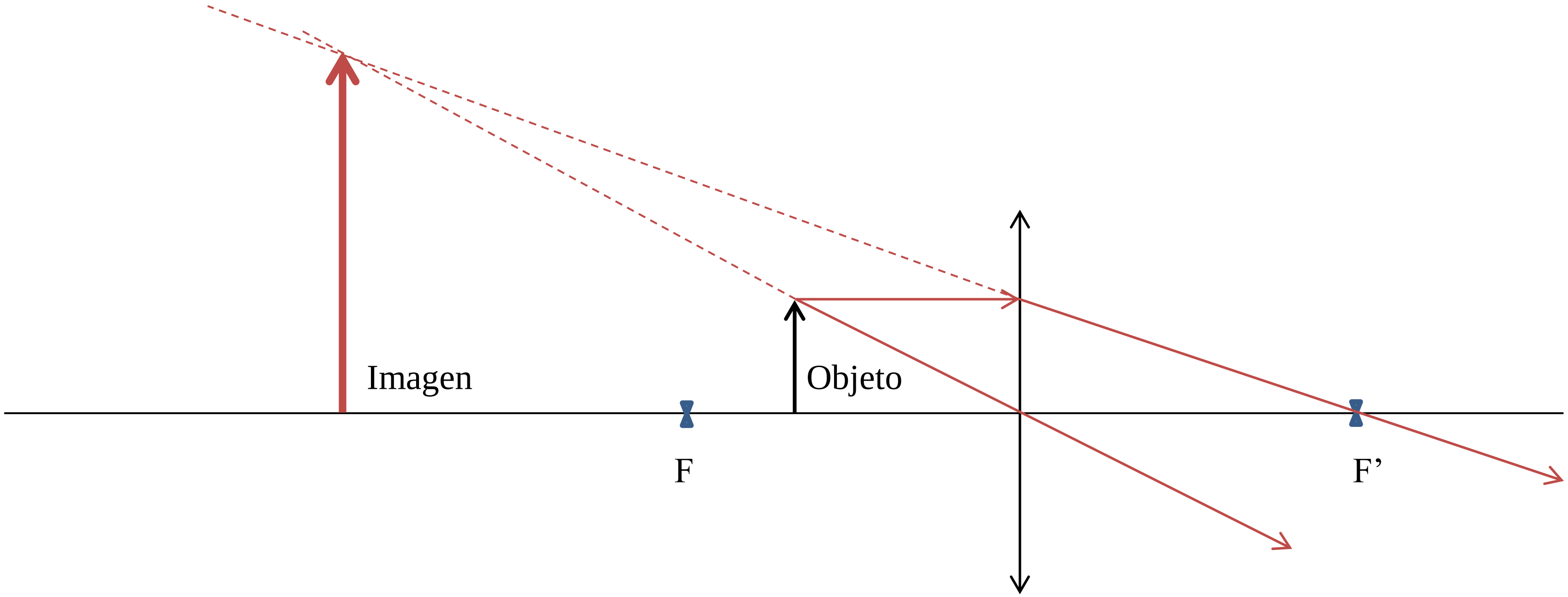
$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{7{,}5} + \frac{1}{-5} = \frac{1}{7{,}5} - \frac{1}{5} = \frac{5 - 7{,}5}{5 \cdot 7{,}5} = -\frac{2{,}5}{37{,}5} \qquad s' = -\frac{37{,}5}{2{,}5} = -15\ cm$$

b)

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 4 \cdot \frac{-15}{-5} = 12\ cm$$

El valor positivo indica que la imagen es derecha.

c)



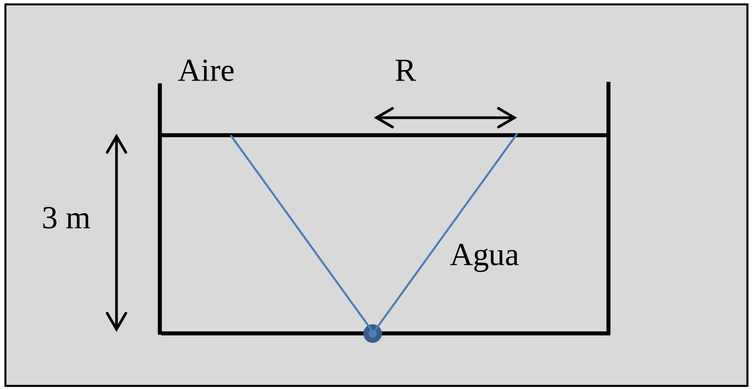
7.- (A) Explicar la reflexión de la luz y calcular el ángulo límite (1,5 punto).

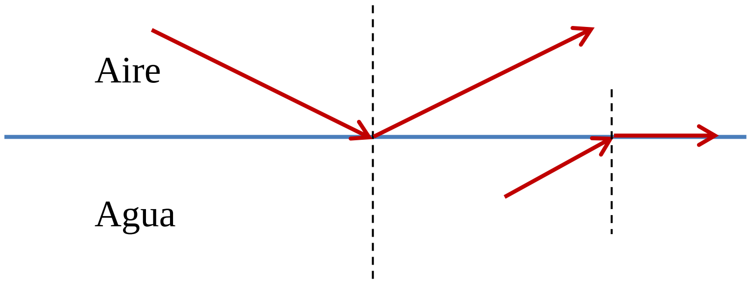
(B) Un objeto luminoso está situado en el fondo de un depósito de 3 m de profundidad lleno de agua (n = 1,33). El objeto emite luz en todas las direcciones. Visto desde el aire la luz forma en la superficie un área circular de radio R

a) Hallar el valor del ángulo límite para los rayos que provienen del objeto luminoso (0,5 puntos).

b) Hallar el radio del área circular (0,5 puntos).

Dato: $n_{aire} = 1$





La reflexión de la luz es el cambio de dirección que experimenta la luz cuando incide sobre la superficie de separación de dos medios, volviendo al primero de ellos. Se rige por dos principios o leyes de la reflexión:

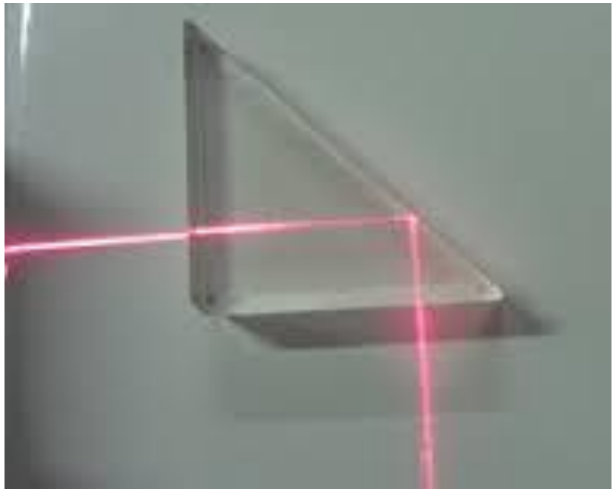
1.- El rayo incidente, el reflejado y la normal a la superficie en el punto de incidencia están en el mismo plano

2.- El ángulo del rayo incidente y el de reflexión son iguales:

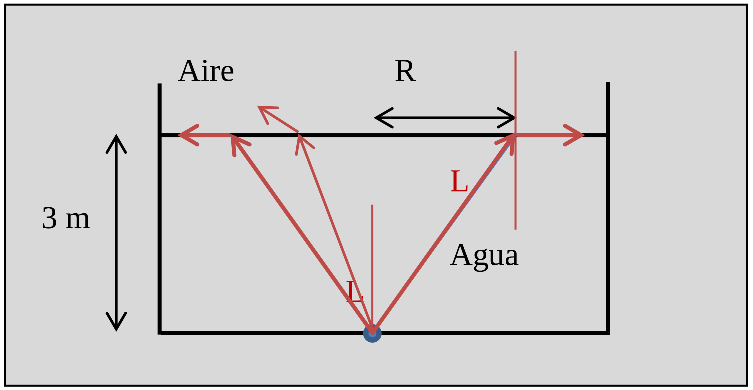
Cuando la luz pasa de un medio con mayor índice a otro con menor índice de refracción, la luz se separa de la normal. Hay un cierto ángulo de incidencia, ángulo límite, L, a partir del cual no se produce la refracción, puesto que el ángulo de refracción sería 90º. Para ángulos mayores que el ángulo límite se produce la reflexión total. Para calcularlo aplicamos la segunda ley de Snell de la refracción, teniendo en cuenta que el ángulo de refracción es 90º.

$$\frac{sen i}{sen r} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \frac{sen\ L}{sen\ 90} = \frac{n_2}{n_1} \qquad L = arc\ sen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Para el esquema he supuesto que los medios son aire y agua. Al incidir la luz desde el agua al aire, hay un ángulo para el cual no se refracta.



7.- (A) Explicar la reflexión de la luz y calcular el ángulo límite (1,5 punto).
(B) Un objeto luminoso está situado en el fondo de un depósito de 3 m de profundidad lleno de agua (n = 1,33). El objeto emite luz en todas las direcciones. Visto desde el aire la luz forma en la superficie un área circular de radio R
a) Hallar el valor del ángulo límite para los rayos que provienen del objeto luminoso (0,5 puntos).
b) Hallar el radio del área circular (0,5 puntos).
Dato: $n_{aire} = 1$



(B) a) Si se forma un círculo en la superficie es porque a partir de un cierto límite se produce la reflexión total. Calcularemos ese ángulo límite y a partir de él el radio de dicho círculo. Aplicaremos la segunda ley de Snell de la refracción.
Incluyo en rojo en el esquema dicho ángulo.

$$\frac{sen i}{sen r} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \frac{sen L}{sen 90} = \frac{n_{aire}}{n_{agua}} \qquad L = arc\ sen\left(\frac{n_{aire}}{n_{agua}}\right) = arc\ sen\left(\frac{1}{1,33}\right) = 48,75°$$

b)

$$tg L = \frac{R}{3} \qquad R = 3 \cdot tg 48,75 = 3,42\ m$$

8.- Campo gravitatorio terrestre. Energía potencial en las proximidades de la superficie terrestre (2,5 puntos).

La Tierra es un planeta aproximadamente esférico que tiene un radio medio R igual a 6 370 km. Debido a su simetría esférica, la Tierra origina en el espacio que la rodea un campo gravitatorio que se puede estudiar como si toda su masa M estuviera concentrada en su centro. De esta forma, la expresión del vector intensidad de campo y del potencial gravitatorio terrestre en un punto situado a una altura h de la superficie terrestre (r = R + h) serán:

$$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad g = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{(R+h)^2} \qquad V = -G\frac{M}{r} = -G\frac{M}{(\mathrm{R}+\mathrm{h})}$$

El valor o módulo de la intensidad de campo gravitatorio terrestre recibe el nombre de gravedad terrestre. En la superficie terrestre el valor medio de g es 9,81 m/s^2.

Si en un punto exterior a la Tierra, hay una partícula de masa m, la Tierra ejerce sobre ella una fuerza gravitatoria atractiva denominada fuerza peso, y cuya expresión es:

$$\vec{F} = m\cdot\vec{g} = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad F = m\cdot g = G\frac{M\cdot m}{r^2} = G\frac{M\cdot m}{(R+h)^2}$$

F La fuerza peso tiene dirección radial, sentido hacia el centro de la Tierra (fuerza central) y su valor o módulo disminuye al aumentar la altura a la que se encuentra el cuerpo.

La energía potencial gravitatoria de la masa m situada será:

$$Ep = m\cdot V = -G\frac{M\cdot m}{(\mathrm{R}+\mathrm{h})}$$

Supongamos que un cuerpo de masa m, pasa desde la superficie terrestre hasta una cierta altura.

$$Ep = -\frac{G \cdot M \cdot m}{R_T + h} + \frac{G \cdot M \cdot m}{R_T} = G \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h}\right) = G \cdot M \cdot m \left(\frac{R_T + h - R_T}{R_T \cdot (R_T + h)}\right)$$

Si la altura que asciende el cuerpo es despreciable con respecto al radio de la Tierra:

$$Ep = G \cdot M \cdot m \left(\frac{h}{R_T^2}\right) = m \cdot \frac{G \cdot M}{R_T^2} \cdot h = m \cdot g \cdot h \qquad Ep(h) - Ep(suelo) = mgh$$

Si consideramos que la energía potencial en el suelo es cero, queda la conocida ecuación de la energía potencial gravitatoria.

$$Ep = m \cdot g \cdot h$$

Como vemos es necesario que la altura sea despreciable con respecto al radio de la Tierra y que se suponga que la Ep en el suelo es cero. Se puede usar, por ejemplo, cuando un cuerpo asciende una rampa de un metro, pero no en los problemas de satélites, ya que la altura del satélite no es despreciable con respecto al radio de la Tierra.