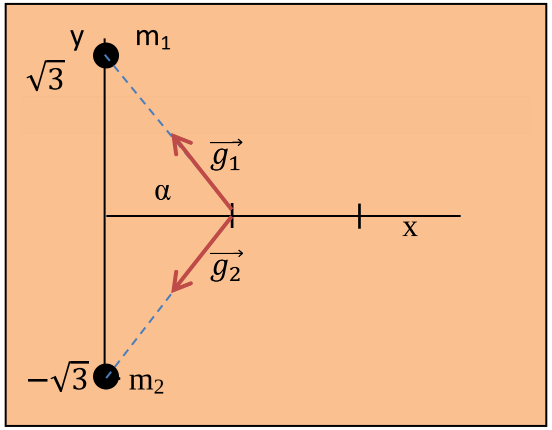
EBAU FÍSICA NAVARRA. 2022. C. Ordinaria.

1. Dadas dos masas puntuales iguales y de 10 kg están situadas en los puntos $(0,\sqrt{3})$ m y $(0,-\sqrt{3})$ m respectivamente.
a) Hallar el campo gravitatorio y el potencial gravitatorio que crean ambas masas en el punto P (1,0) m.
b) Calcular el trabajo realizado por el campo para mover una partícula de 3 kg del punto P al punto Q (2,0) m.
c) Explica el significado del signo del trabajo obtenido en el apartado anterior.
Datos: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m^2 Kg^{-2}.

a)
Calculamos el módulo de g.
Calculamos la componente horizontal.
La multiplicamos por dos.
Lo expresamos vectorialmente.
Las componentes verticales se anulan entre sí.



$\cos\alpha = 1/2$

$\operatorname{sen}\alpha = \sqrt{3}/2$

$$V(1{,}0) = -G\cdot\left(\frac{m_1}{r_1}+\frac{m_2}{r_2}\right) = -6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\left(\frac{10}{2}+\frac{10}{2}\right) = -6{,}67\cdot10^{-10}\ J/kg$$

$$g_1 = g_2 = \frac{G\cdot m_1}{r_1^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot10}{4} = 1{,}6675\cdot10^{-10}\ N/kg$$

$$g_{1x} = g_1\cdot\cos\alpha = 1{,}6675\cdot10^{-10}\cdot0{,}5 = 8{,}34\cdot10^{-11}\ N/kg$$

$$\vec{g} = -1{,}668\cdot10^{-10}\vec{\imath}\ N/kg$$

b) Calcular el trabajo realizado por el campo para mover una partícula de 3 kg del punto P al punto Q (2,0) m.
c) Explica el significado del signo del trabajo obtenido en el apartado anterior.
Datos: G = 6,67·10^{-11} N·m^2 kg^{-2}.

b)

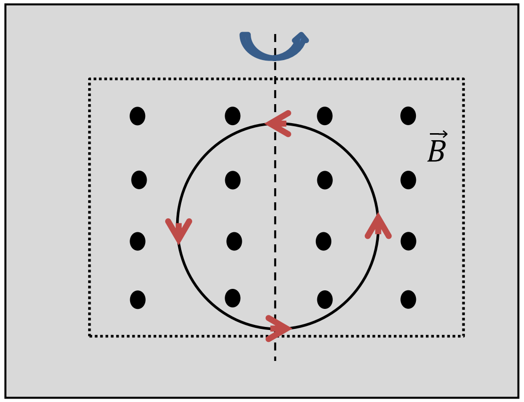
$V(1,0) = -6{,}67 \cdot 10^{-10}\, J/kg$

$$V(2,0) = -G \cdot \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}\right) = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{7}} + \frac{10}{\sqrt{7}}\right) = -5{,}04 \cdot 10^{-7}10 J/kg$$

$$W_c = -\Delta Ep = -m \cdot \Delta V = -3 \cdot (-5{,}04 \cdot 10^{-10} + 6{,}67 \cdot 10^{-10}) = -4{,}89 \cdot 10^{-10}\, J$$

c) En el cambio de posición de la masa de tres kg hay un aumento de la energía potencial, por lo tanto hay que realizar un trabajo externo de 4,89·10^{-10} J. Si suponemos que no hay variación en la energía cinética de la partícula (en reposo en los dos puntos) el trabajo total efectuado debe ser cero. Por ello, teniendo en cuenta el principio de la energía cinética, el trabajo total es cero también. El campo y la fuerza externa hacen el mismo trabajo pero con signo contrario.
La partícula se mueve en contra del campo, en contra de su "tendencia natural". Es como cuando lanzamos un cuerpo hacia arriba sobre la superficie de la Tierra. Aumenta la energía potencial. El campo realiza un trabajo negativo, compensado por el trabajo positivo que debe realizar la fuerza externa que lanza el objeto.

2. Una espira de 20 cm de radio se sitúa en el interior de un campo magnético de valor 2 T y se le hace girar a una frecuencia de 30 Hz en torno a un eje perpendicular al campo. Si inicialmente el plano de la espira es perpendicular al campo:
a) Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.
b) Hallar la fem inducida y su valor máximo.
c) Dibujar el sentido de la corriente inducida en los primeros instantes.



a) r = 0,2 m, B = 2 T, f = 30 Hz, $\varphi_o = 0º$.

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\varphi = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_o) = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_o)$$

$$\phi = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}2^2 \cdot \cos(2\pi \cdot 30 \cdot t + 0) \qquad \phi = 0{,}08\pi \cos(60\pi \cdot t)$$

b)

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 0{,}08\pi \cdot 60\pi \; sen(120\pi \cdot t) = 4{,}8\pi^2 \; sen(120\pi \cdot t) \qquad \varepsilon_{máxima} = 4{,}8\pi^2 \; V$$

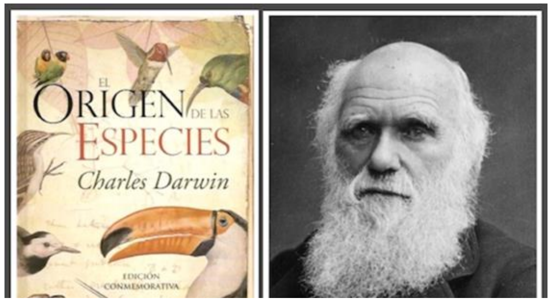
c) Al comenzar a girar la espira disminuye el flujo magnético a través de ella, por lo que para contrarrestar dicha disminución, se crea una corriente inducida que origina un campo magnético cuyo sentido es hacia afuera. De acuerdo con la regla de la mano derecha el sentido de la corriente es el indicado en rojo en el esquema. De esa forma el campo magnético inducido refuerza el flujo magnético que está disminuyendo en los primeros instantes.

3. (A) Expresión de la energía potencial eléctrica. Elección del origen.
(B) Un partícula con carga negativa se mueve en una órbita circular alrededor de otra, fija, de la misma masa y carga pero positiva en una órbita de radio $0{,}53\cdot 10^{-10}$ m (despreciar los efectos gravitatorios).
a) Hallar el número de vueltas que da por segundo.
b) Hallar la energía mecánica de la carga negativa.
Datos: $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg; $q = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $K = 9 \cdot 10^{9}$ Nm^2C^{-2}

A) Se elige como origen de la energía potencial una distancia infinita con respecto a la carga creadora del campo eléctrico. A esa distancia la interacción entre ambas cargas es nula.

$$Ep = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$$

En la expresión anterior:
Ep, es la energía potencial y en el S.I. se expresa en julios, J.
K, es la constante de Coulomb. En el vacío: $K = 9\cdot 10^{9}\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$.
q_1 y q_2 son las cargas. Su unidad en el S.I. es el culombio, C.
r, es la distancia que separa ambas cargas. En el S.I. se mide en metros, m.



(B) Un partícula con carga negativa se mueve en una órbita circular alrededor de otra, fija, de la misma masa y carga pero positiva en una órbita de radio $0{,}53\cdot10^{-10}$ m (despreciar los efectos gravitatorios).
a) Hallar el número de vueltas que da por segundo.
b) Hallar la energía mecánica de la carga negativa.
Datos: $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $K = 9 \cdot 10^{9}$ Nm^2C^{-2}

a) Para calcular la velocidad en la órbita tenemos en cuenta que la fuerza de atracción eléctrica es la fuerza centrípeta.

$$F_E = F_C \qquad K\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}=\frac{m\cdot v^2}{r} \qquad v=\sqrt{\frac{K\cdot|q_1|\cdot|q_2|}{m\cdot r}}=\sqrt{\frac{9\cdot10^9\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot0{,}53\cdot10^{-10}}}=2{,}19\cdot10^6\ m/s$$

$$v=\frac{e}{t} \qquad e=v\cdot t \qquad nº\ vueltas=\frac{v\cdot t}{2\pi\cdot r}=\frac{2{,}19\cdot10^6\cdot1}{2\pi\cdot0{,}53\cdot10^{-10}}=\boxed{6{,}58\cdot10^{15}\ vueltas}$$

b)

$$Em=Ec+Ep=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2+\frac{K\cdot q_1\cdot q_2}{r}=\frac{1}{2}\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot(2{,}19\cdot10^6)^2+\frac{9\cdot10^9\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot(-1{,}6\cdot10^{-19})}{0{,}53\cdot10^{-10}}$$

$$\boxed{Em=-2{,}16\cdot10^{-18}\ J}$$

4. Cuando se incide sobre un material con luz de 589 nm se liberan electrones con un potencial de frenado de 0,4 V. Hallar:
a) El trabajo de extracción.
b) La máxima longitud de onda que puede provocar efecto fotoeléctrico.
c) Energía cinética máxima de los electrones si incidimos con una longitud de onda de 253 nm.
Datos: h = $6,63\cdot10^{-34}$ J·s; c = $3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; e = - $1,6\cdot10^{-19}$ C

a) Puesto que sobre los electrones emitidos solo actúa la fuerza eléctrica que es conservativa podemos aplicar el principio de conservación de la energía mecánica. Demostraremos que los electrones se frenan hacia disminuciones de potencial. Luego calcularemos la energía cinética con la que son emitidos y posteriormente aplicaremos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico para calcular el trabajo de extracción.

$$\Delta Em = 0 \qquad \Delta Ec + \Delta Ep = 0 \qquad (0 - Ec) + q\cdot\Delta V = 0 \qquad Ec = q\cdot\Delta V$$

$$Ec = (-1{,}6\cdot10^{-19})\cdot(-0{,}40) = 6{,}4\cdot10^{-20}\,J$$

$$E = W_o + Ec \qquad \frac{h\cdot c}{\lambda} = W_o + Ec \qquad W_o = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{589\cdot10^{-9}} - 6{,}4\cdot10^{-20} = \boxed{2{,}74\cdot10^{-19}\,J}$$

b)

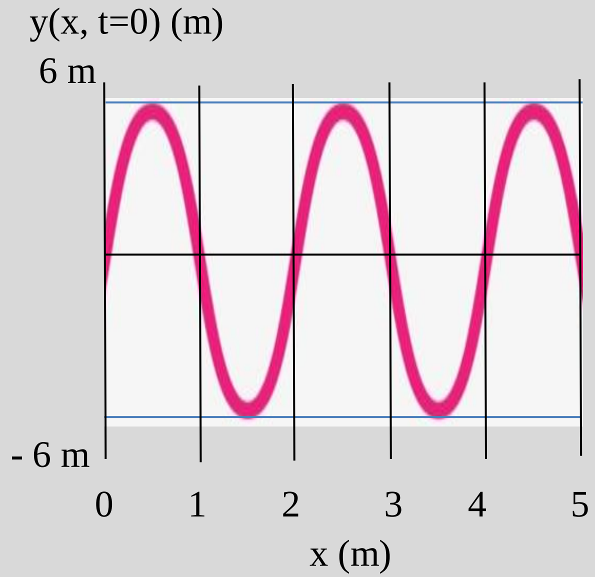
$$W_o = \frac{h\cdot c}{\lambda_o} \qquad \lambda_o = \frac{h\cdot c}{W_o} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{2{,}74\cdot10^{-19}} = 7{,}26\cdot10^{-7}\,m = \boxed{726\,nm}$$

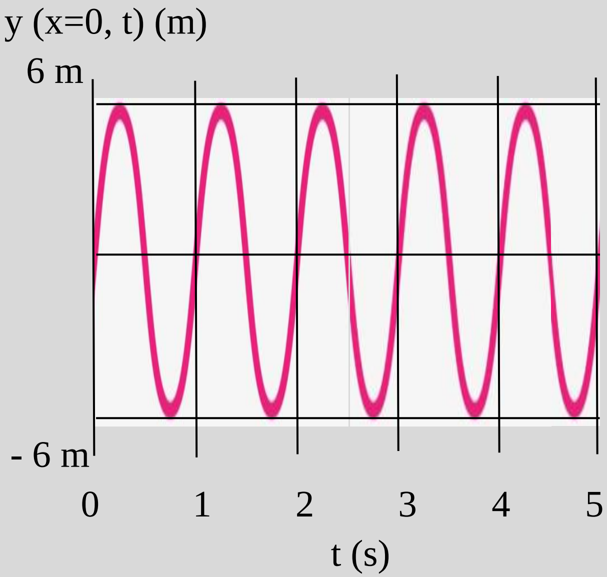
c)

$$E = W_o + Ec \qquad Ec = E - W_o = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{253\cdot10^{-9}} - 2{,}74\cdot10^{-19} = \boxed{5{,}12\cdot10^{-19}\,J}$$

5. (A) Ecuación general de las ondas armónicas. Explicar cada uno de los términos.

(B) En las gráficas se representa la elongación de los puntos de una onda armónica transversal, que se desplaza en el eje X, para t = 0 en función de la posición y para el punto situado en x = 0 en función del tiempo.





Hallar:

a) Amplitud, longitud de onda, periodo y velocidad de propagación de la onda.

b) Expresión de la ecuación de onda.

A)

$$y(x,t) = A\,sen(\omega t \mp kx + \varphi_o)$$

y, es la elongación. Distancia máxima que separa a un punto de su posición de equilibrio. Su unidad en el S.I. es el metro, m.
A, es la amplitud de la onda. Es la elongación máxima. Su unidad en el S.I. es el metro, m.
ω, es la pulsación. Es el número periodos contenidos en 2π s. ω = 2π/T. Su unidad en el S.I. es el rad/s.
t, es el tiempo desde que comenzó a propagarse la onda estacionaria. Su unidad en el S.I. el segundo.
k, es el número de onda. Es el número de ondas comprendidas en 2π m. k = 2π/λ. Su unidad en S.I. es el rad/m.
x, es la distancia horizontal de un punto considerado con respecto al origen de la onda. Su unidad es el metro.
φ_o, es la fase inicial. De su valor depende la elongación inicial del punto situado en el origen de la onda. Su unidad en el S.I. es el radián.
Signo negativo si se propaga hacia la derecha. Signo positivo si se propaga hacia la izquierda.

B) a) De las gráficas deducimos los siguientes valores:

$$A = 6\,m \qquad \lambda = 2\,m \qquad T = 1\,s \qquad v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{1} = 2\ m/s \qquad \varphi_o = 0\,rad$$

b)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad/m \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad/s$$

$$y(x,t) = 6\,sen\,(2\pi \cdot t - \pi \cdot x)$$

6. Se coloca un objeto a 4 cm de una lente de 3 cm de distancia focal.
a) ¿Dónde debemos colocar una pantalla para obtener una imagen del objeto?
b) Si cambiamos la lente y ponemos una lente divergente con la misma distancia focal, ¿dónde se formará la imagen?
c) ¿Cuál es el tamaño de la imagen en los dos casos anteriores?
d) Representar el trazado de rayos (manteniendo las proporciones) correspondiente a las dos situaciones anteriores.

a) s = - 4 cm; f' = 3 cm

$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s} \qquad \frac{1}{3}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{-4} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12} \qquad \boxed{s'=12\ cm} \quad a\ la\ derecha\ de\ la\ lente$$

b) Si la lente es divergente f' = - 3 cm

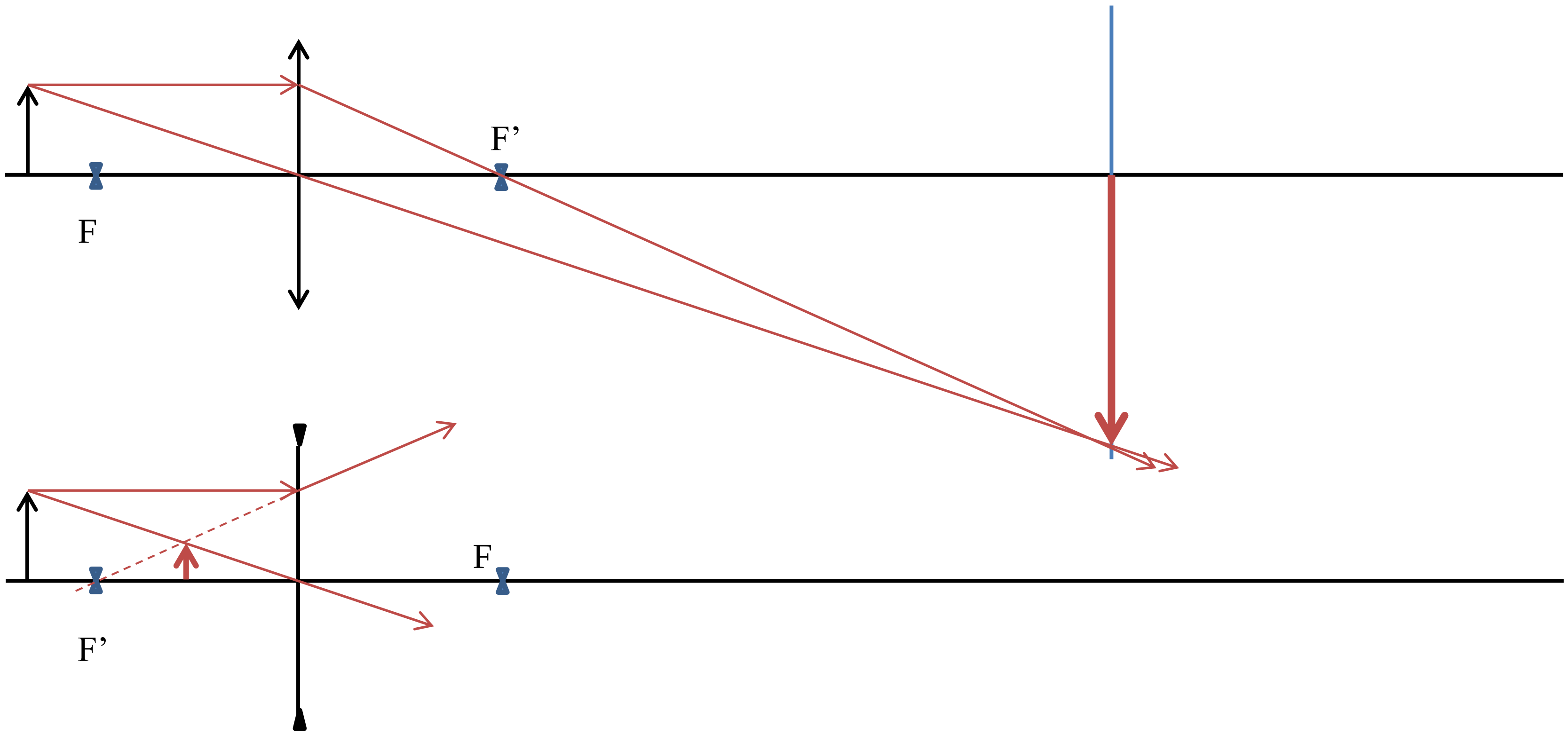
$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s} \qquad \frac{1}{-3}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{-4} \qquad \frac{1}{s'}=-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=-\frac{7}{12} \qquad s'=-\frac{12}{7}=\boxed{-1{,}71\ cm} \quad a\ la\ izquierda\ de\ la\ lente$$

c)

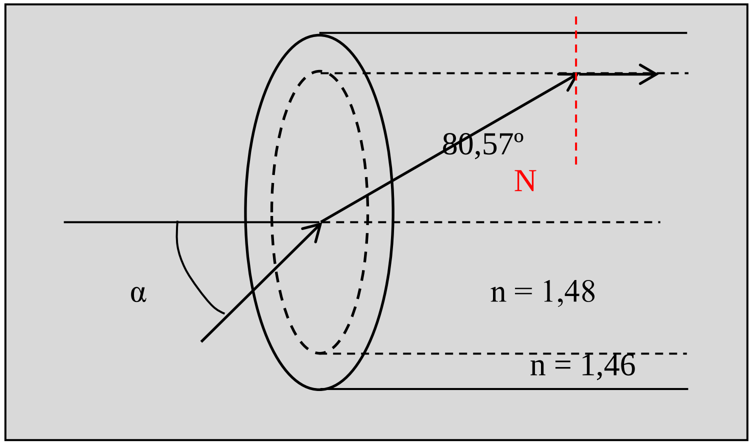
$$Lente\ convergente:\ \frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \qquad y'=\frac{s'}{s}\cdot y=\frac{12}{-4}\cdot y=\boxed{-3y}$$

$$Lente\ divergente:\ \frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \qquad y'=\frac{s'}{s}\cdot y=\frac{-1{,}71}{-4}\cdot y=\boxed{0{,}43y}$$

d) Representar el trazado de rayos (manteniendo las proporciones) correspondiente a las dos situaciones anteriores.



7. (A) Explicar la reflexión total y el ángulo límite.
(B) Una fibra óptica está compuesta por dos materiales, el núcleo con índice de refracción de 1,48 y el recubrimiento con un índice de 1,46. Los rayos que penetren en la fibra desde el aire (n = 1) no deben salir al exterior, con lo cual estarán contenidos en un cono, llamado cono de aceptación, cuyo ángulo (α) lo delimita el ángulo límite en su interior.
a) Hallar el valor del ángulo límite del núcleo.
b) Hallar el ángulo (α) del cono de aceptación.
c) Si la frecuencia del rayo incidente, en aire, es de $6 \cdot 10^{14}$ Hz, hallar la frecuencia y la longitud de onda del rayo en el núcleo, n = 1,48. (0,25 puntos)
Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}.



A) Cuando la luz pasa de un medio a otro con menos índice de refracción, se separa de la normal. Puede ocurrir que se separe tanto que no pase al segundo medio y se refleje totalmente. Este fenómeno se conoce como reflexión total y ocurre para ángulos mayores que un ángulo conocido como ángulo límite. Para calcularlo usamos la segunda ley de Snell de la refracción, considerando que el ángulo de refracción es 90º.

$$\frac{senL}{sen\,90} = \frac{n_2}{n_1} \qquad L = arc\ sen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

B) a)

$$L = arc\ sen\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = L = arc\ sen\left(\frac{1{,}46}{1{,}48}\right) = 80{,}57°$$

b) Hallar el ángulo (α) del cono de aceptación
c) Si la frecuencia del rayo incidente, en aire, es de $6 \cdot 10^{14}$ Hz, hallar la frecuencia y la longitud de onda del rayo en el núcleo, n = 1,48. (0,25 puntos)
Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}.

b) Como el ángulo límite es 80,57º, el ángulo de refracción desde el aire al interior de la fibra valdrá 90º - 80,57º = 9,43º
Luego volvemos a aplicar la segunda ley de Snell de la refracción en el paso del aire a la fibra óptica para calcular el ángulo de incidencia que es el ángulo de aceptación.

$$\frac{sen i}{sen\, r} = \frac{n_{fibra}}{n_{aire}} \qquad i = arc\ sen\left(sen\, r \cdot \frac{n_{fibra}}{n_{aire}}\right) = arc\ sen\left(sen 9{,}43 \cdot \frac{1{,}48}{1}\right) = 14{,}03°$$

c) La frecuencia de la luz no se modifica al penetrar en la fibra, ya que solo depende de la fuente luminosa. $f = 6 \cdot 10^{14}\ Hz$

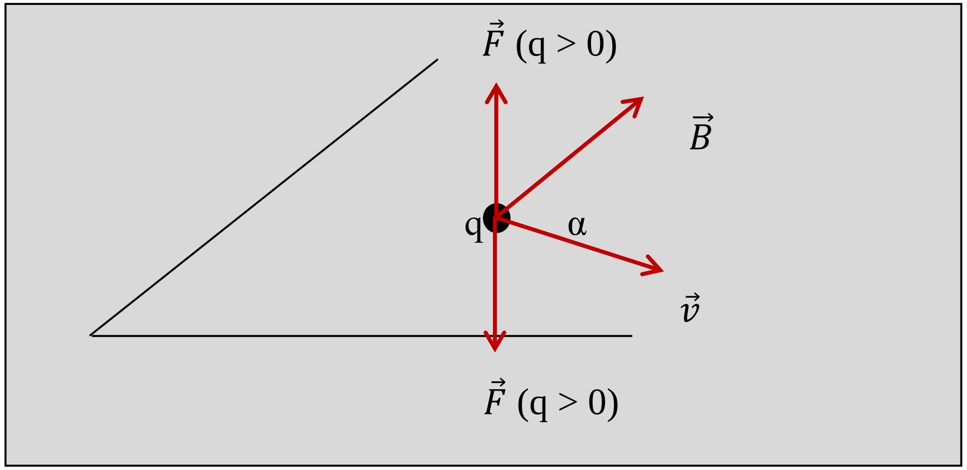
$$n = \frac{c}{v} \qquad v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}48} = 2{,}03 \cdot 10^8\ m/s \qquad v = \lambda \cdot f \qquad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2{,}03 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 3{,}38 \cdot 10^{-7}\ m = 338\ nm$$

8. Movimiento de partículas cargadas en campos magnéticos uniformes. Carga moviéndose perpendicularmente al campo. Cálculo del radio y periodo de la órbita. Carga moviéndose con un cierto ángulo respecto al campo.

Un campo magnético ejerce una fuerza sobre una corriente eléctrica, es decir, sobre las cargas en movimiento. Supongamos una carga eléctrica q, moviéndose con velocidad lineal,$\vec{v}$, en el seno de un campo magnético de intensidad, $\vec{B}$. La fuerza magnética ejercida por el campo sobre la carga r B viene definida por la siguiente expresión, que constituye la Ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v}\, x\, \vec{B} \qquad\qquad F = q \cdot v \cdot B \cdot sen\, \alpha$$

Siendo α el ángulo formado por los vectores $\vec{v}\; y\; \vec{B}$. A partir de la expresión vectorial de la Ley de Lorentz se deduce que la fuerza magnética ejercida sobre una carga en movimiento es perpendicular a la velocidad de la carga y al vector intensidad de campo magnético, como se observa en la figura. A partir de la expresión escalar de la Ley de Lorentz se deduce que el campo magnético no ejerce fuerzas sobre las cargas en reposo (v = 0) o cuando las cargas eléctricas se muevan en una dirección paralela al vector intensidad de campo magnético.



Movimiento de cargas en el seno de un campo magnético:

Cuando una partícula de masa m y carga eléctrica q penetra en una zona del espacio donde existe un campo magnético uniforme de intensidad experimenta una fuerza magnética que la obliga a describir un determinado movimiento. La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad lineal de la partícula y, por lo tanto, a la dirección de su desplazamiento o movimiento. En consecuencia, la fuerza magnética no realiza trabajo sobre la partícula cargada y, según el teorema de la energía cinética, si solamente actúa la fuerza magnética:

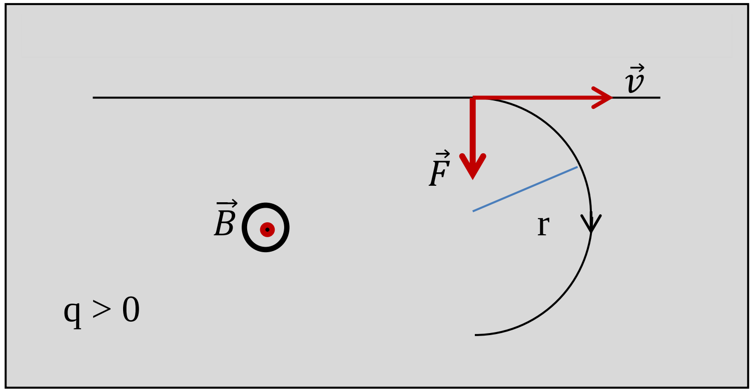
$$W_{\vec{F}} = \Delta Ec \qquad W_{\vec{F}} = 0 \rightarrow \Delta Ec = 0 \rightarrow Ec = cte \rightarrow v = cte$$

Es decir, toda partícula cargada que se mueva en el seno de un campo magnético, sometida únicamente a la fuerza magnética, mantiene constante el módulo de su velocidad lineal o celeridad

Vamos a considerar dos casos particulares:

Que la partícula penetre paralelamente al campo magnético. Entonces: α = 0º o 180º y el movimiento es rectilíneo y uniforme (M.R.U.).

Que la partícula penetre perpendicularmente al campo magnético. En este caso, la fuerza magnética ejercida sobre la partícula será siempre perpendicular a su velocidad y a la dirección de su movimiento, por lo que la obliga a curvarse y describir una trayectoria circular de v = cte, es decir, un movimiento circular uniforme. El sentido de giro se deduce con la regla de la mano izquierda.



$$F_B = F_c \qquad |q| \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \qquad r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} \qquad v = \frac{L}{T} \qquad T = \frac{L}{v} = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B}$$

Cuando la partícula penetra con un ángulo diferente, podemos descomponer su velocidad en una componente paralela y otra perpendicular al campo. La composición de los dos movimientos hace que la trayectoria sea helicoidal.