



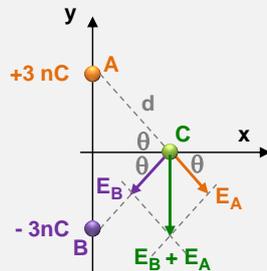
Universidad de Castilla La Mancha - Junio - 2011

Opción A

Problema 1.- Una carga puntual de 3nC está situada en el punto A (0,6) de un sistema cartesiano. Otra carga puntual de -3nC está situada en B (0, -6). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula:

- El valor del potencial electrostático en un punto C (8,0).
- El vector de intensidad campo eléctrico en un punto C (8,0)
- El trabajo realizado para llevar una carga puntual de 1 nC desde el infinito al punto C (8,0)

Datos: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$



La distancia de las dos cargas al punto C es la misma, ya que ambas se encuentran situadas simétricamente respecto al eje X:

$$d = \sqrt{6^2 + 8^2} \rightarrow d = 10 \text{ m}$$

$$V = k \frac{q_A}{d} + k \frac{q_B}{d} = \frac{k}{d} (q_A + q_B) = \frac{9 \cdot 10^9}{10} [3 \cdot 10^{-9} + (-3 \cdot 10^{-9})] \rightarrow V = 0 \text{ V}$$

El módulo del campo producido en C por cada carga es el mismo, ya que las distancias AC y BC son iguales (10 m) y las cargas son iguales en módulo aunque se signo contrario:

$$E_A = E_B = k \frac{|q|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-9}}{10^2} \rightarrow E_A = E_B = 0.27 \text{ N/C}$$

El sentido vectorial del campo resultante está dirigido en el sentido negativo del eje Y, al ser las componentes X iguales y de sentidos opuestos:

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = E_A \text{sen } \theta + E_B \text{sen } \theta \rightarrow \text{sen } \theta = \frac{6}{10} \rightarrow \text{sen } \theta = 0.6 \rightarrow \vec{E} = 0.27 \cdot 0.6 + 0.27 \cdot 0.6 \rightarrow \vec{E} = 0.324 (-\vec{j}) \text{ N/C}$$

El trabajo necesario para llevar una carga de un punto a otro dentro de un campo electrostático es igual al valor de dicha carga multiplicada por la diferencia de potencial. En este caso, el potencial del infinito (nulo) y del punto C (nulo) es el mismo, por lo que al no haber diferencia de potencial tampoco habrá trabajo.

Problema 2.- Un planeta de masa $M = 3 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ tiene un satélite, de masa 16 veces menor que la masa del planeta, siguiendo una órbita circular de 250.000 km de radio.

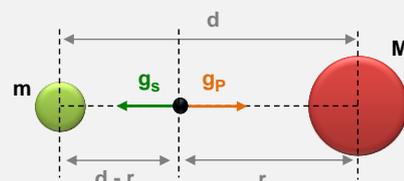
- Calcular la velocidad orbital del satélite.
- Determinar en qué punto del segmento que une el centro del planeta y el centro del satélite la aceleración de la gravedad es igual a cero.
- Si tenemos un vehículo espacial abandonado en el punto calculado en el apartado anterior, y si a causa de una ligera perturbación éste inicia un movimiento de caída libre hacia el planeta, calcular con qué velocidad se estrellará contra su superficie.

Datos: Constante de gravitación universal $G = 6,6710^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2}$. Radio del planeta = 5000 km

Para que el satélite no se salga de su órbita:

$$|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c| \rightarrow G \frac{m \cdot M}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 10^{24}}{2,5 \cdot 10^8}} \rightarrow v = 894.65 \text{ m/s}$$

El punto donde la gravedad es nula, es donde la aceleración de la gravedad del planeta y del satélite son iguales en módulo. Al ser sus sentidos contrarios, el resultado es una aceleración de la gravedad neta igual a cero:





$$\left. \begin{aligned} g_s &= G \frac{m}{(d-r)^2} \\ g_p &= G \frac{M}{r^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow g_s = g_p \rightarrow G \frac{m}{(d-r)^2} = G \frac{M}{r^2} \rightarrow \frac{m}{(d-r)^2} = \frac{M}{r^2} \rightarrow (d-r)^2 = \frac{m}{M} r^2 \rightarrow d^2 + r^2 - 2rd = \frac{m}{M} r^2$$

$$\rightarrow d^2 + r^2 - 2rd - \frac{m}{M} r^2 = 0 \rightarrow d^2 + \left(1 - \frac{m}{M}\right) r^2 - 2rd = 0$$

$$\rightarrow d^2 + \left(1 - \frac{1}{16}\right) r^2 - 2rd = 0 \rightarrow d^2 + 0.9375 r^2 - 2rd = 0 \xrightarrow{\div d^2} \frac{d^2}{d^2} + \frac{0.9375 r^2}{d^2} - \frac{2rd}{d^2} = \frac{0}{d^2}$$

$$\rightarrow 1 + 0.9375 \left(\frac{r}{d}\right)^2 - 2\left(\frac{r}{d}\right) = 0 \rightarrow \frac{r}{d} = 0.8 \rightarrow r = 0.8d \rightarrow r = 2 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Para calcular la velocidad con la que llegará a la superficie del planeta, aplicamos el principio de conservación de la energía:

$$E_p (\text{arriba}) + E_c (\text{arriba}) = E_p (\text{superficie}) + E_c (\text{superficie})$$

$$-G \frac{M \cdot m}{r} - G \frac{M \cdot m}{d-r} + 0 = -G \frac{M \cdot m}{R} + \frac{1}{2} m v_f^2 \rightarrow -G \frac{M}{r} - G \frac{M}{d-r} = -G \frac{M}{R} + \frac{v_f^2}{2} \rightarrow v_f$$

$$= \sqrt{2G \left(\frac{M}{R} - \frac{M}{r} - \frac{M}{d-r} \right)} \rightarrow v_f = 8806 \text{ m/s}$$

Cuestión 1.- Dos partículas subatómicas A y B tienen la misma energía cinética, y la masa de la partícula B es 1836 veces mayor que la masa de la partícula A. ¿Cuál de las dos partículas tiene asociada una mayor longitud de onda de De Broglie? Explicar razonadamente.

Las longitudes de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Los momentos lineales en función de las energías cinéticas serían:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{p=m \cdot v \rightarrow v = \frac{p}{m}} E_c = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m} \rightarrow p = \sqrt{2 m \cdot E_c}$$

Con lo que las longitudes de onda quedan:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_A &= \frac{h}{p_A} = \frac{h}{\sqrt{2 m_A \cdot E_{CA}}} \\ \lambda_B &= \frac{h}{p_B} = \frac{h}{\sqrt{2 m_B \cdot E_{CB}}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2 m_A \cdot E_{CA}}}}{\frac{h}{\sqrt{2 m_B \cdot E_{CB}}}} \rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\sqrt{2 m_B \cdot E_{CB}}}{\sqrt{2 m_A \cdot E_{CA}}} \rightarrow E_{CA} = E_{CB} \rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\sqrt{m_B}}{\sqrt{m_A}}$$

Como $m_B > m_A \rightarrow \lambda_A > \lambda_B \rightarrow$ la partícula más ligera lleva asociada la longitud de onda más larga.

Cuestión 2.- Un rayo de luz incide desde el aire sobre una lámina de vidrio con un ángulo de incidencia de 40° . La luz se propaga por el vidrio formando un ángulo de refracción de 25° con la normal. Sabiendo que la velocidad de la luz en el aire es $3 \cdot 10^8$ m/s, determinar la velocidad de la luz en el vidrio.

Según la ley de Snell:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{sen } \hat{i} = n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen } \hat{r} \rightarrow 1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen } \hat{r} \rightarrow n_{\text{vidrio}} = \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{\text{sen } 40^\circ}{\text{sen } 25^\circ} \rightarrow n_{\text{vidrio}} = 1.52$$

El índice de refracción es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad del medio:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v_{\text{vidrio}} = \frac{c}{n_{\text{vidrio}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.52} \rightarrow v_{\text{vidrio}} = 1.97 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Cuestión 3.- Se agita el extremo de una cuerda con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 cm. Si la perturbación se propaga de izquierda a derecha con una velocidad de 1 m/s. Escribir la expresión (ecuación de la onda) que representa el movimiento por la cuerda. (Considerar la fase inicial nula).

$$y(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t \pm kx + \delta_0) \rightarrow \left. \begin{array}{l} A = 0.06 \text{ m} \\ f = 4 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 8\pi \text{ rad/s} \\ \text{sentido (+)OX} \\ v = 1 \text{ m/s} \rightarrow v = \frac{\omega}{k} \rightarrow k = \frac{\omega}{v} \rightarrow k = 8\pi \text{ m}^{-1} \\ \delta_0 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow y(x,t)$$

$$= 0.06 \operatorname{sen}(8\pi t - 8\pi x)$$

Cuestión Experimental.- En el laboratorio de física se dispone de un muelle suspendido de un soporte del que se cuelgan las distintas masas indicadas en la tabla adjunta. Cada una de esas masas se separa ligeramente de la posición de equilibrio, se libera después y se cronometra el tiempo invertido en 20 oscilaciones.

- Determinar el periodo de oscilación de cada ensayo.
- Con los periodos determinados anteriormente, calcular la constante elástica del muelle.

Experiencia	Masa (g)	Tiempo 20 oscilaciones
1ª	40	10.3
2ª	100	16.2
3ª	160	20.5
4ª	220	24.1

En oscilaciones de pequeña amplitud → MAS:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

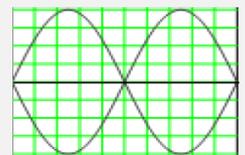
Experiencia	Masa (kg)	Periodo (s) $T = \frac{t}{20}$	K (N/m)
1ª	0.04	0.51	6.05
2ª	0.1	0.81	5.97
3ª	0.16	1.03	5.98
4ª	0.22	1.20	5.99

La constante del muelle será una media de las distintas k:

$$k = \frac{6.05 + 5.97 + 5.98 + 5.99}{4} \rightarrow k = 6 \text{ N/m}$$

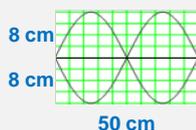
Opción B

Problema 1.- En una cuerda tensa sujeta por ambos extremos se tiene una onda estacionaria dada por la ecuación: $y(x,t) = 8 \operatorname{sen}(0,04\pi x) \cos(80\pi t)$ x, y en cm, t en s. Esta onda estacionaria corresponde al segundo armónico (véase figura). Se pide:



- Calcular la frecuencia de este armónico, su longitud de onda y la velocidad con que se propagan a lo largo de la cuerda las ondas que se superponen para producirlo.
- ¿Cuál es la longitud de la cuerda?
- ¿Cuál es la velocidad de vibración de un punto situado en el centro de la cuerda?

Ayuda: Relación entre la longitud de onda del armónico n y la longitud L de la cuerda: $L = n \frac{\lambda}{2}$



La onda estacionaria es el resultado de la superposición de dos ondas viajeras de igual frecuencia que se propagan en sentidos contrarios a lo largo de la cuerda.



$$y_2(x, t) = A \operatorname{sen}(k_2 x) \cos(\omega_2 t) \rightarrow \begin{cases} A = 8 \text{ m} \\ k_2 = 0.04\pi \text{ cm}^{-1} \rightarrow \lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2} \rightarrow \lambda_2 = 50 \text{ cm} \\ \omega = 80\pi \text{ rad/s} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow f = 40 \text{ Hz} \\ v = \frac{\omega}{k} \rightarrow v = 2000 \text{ cm/s} \end{cases}$$

Se trata del segundo armónico: $n = 2$

$$L = n \frac{\lambda}{2} = 2 \frac{50}{2} \rightarrow L = 50 \text{ cm}$$

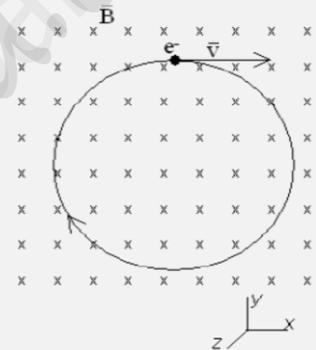
En el centro de la cuerda el segundo armónico presenta un nodo ($x = \frac{\lambda}{2}$), por lo que la velocidad de vibración es nula:

$$y_2(x, t) = 8 \operatorname{sen}(0.04\pi x) \cos(\omega t) \rightarrow \begin{cases} x = 25 \text{ cm} \\ \omega = 0 \text{ rad/s} \end{cases} \rightarrow y = 8 \operatorname{sen}(0.04\pi 25) \cos(0) \rightarrow 0 = 8 \operatorname{sen}(\pi) \cos(0) \rightarrow y = 0 \text{ m}$$

Problema 2.- Una partícula de 12,1 keV de energía cinética se mueve en una órbita circular en el seno de un campo magnético de 0,75 T perpendicular al plano de la órbita como se indica en la figura. La masa de la partícula es cuatro veces mayor que la del electrón, y su carga negativa es también cuatro veces mayor que la del electrón. Determinar:

- La expresión vectorial de fuerza magnética ejercida sobre la partícula cuando ésta se halla en el punto superior de la órbita
- El radio de la órbita
- La velocidad angular y el periodo del movimiento

Datos: $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



De acuerdo con la figura, la velocidad en el punto más alto está dirigida en el sentido positivo del eje X, y el campo magnético en el sentido negativo del eje Z (sentido entrante al papel). La fuerza magnética será:

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = -4q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Su sentido será opuesto al producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$, al ser la carga negativa. La fuerza magnética en el punto más alto tendrá por tanto, el sentido negativo del eje Y.

La velocidad de la partícula, sabiendo su energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12100 \text{ eV} \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Jul}}{1 \text{ eV}}}{4 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31}}} \rightarrow v = 3.26 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Por tanto, la fuerza magnética será:

$$\vec{F}_m = -4 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 3.26 \cdot 10^7 \cdot 0.75 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1.57 \cdot 10^{-11} (-\vec{j}) \rightarrow \vec{F}_m = 1.57 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$$

Para calcular el radio de la órbita sabemos que: $|\vec{F}_m| = |\vec{F}_c|$

$$\left. \begin{aligned} |\vec{F}_m| &= q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \operatorname{sen} \theta \\ |\vec{F}_c| &= m \frac{v^2}{R} \end{aligned} \right\} \rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen} 90^\circ = m \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m v}{q B} = \frac{4 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \cdot 3.26 \cdot 10^7}{4 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 0.75} \rightarrow R = 2.47 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Para calcular la velocidad angular, sabemos que $v = \omega \cdot R$

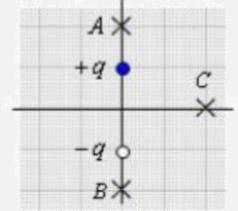
$$\left. \begin{aligned} |\vec{F}_m| &= q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \operatorname{sen} \theta \\ |\vec{F}_c| &= m \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = m \omega^2 R \end{aligned} \right\} \rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen} 90^\circ = m \omega R \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{q v B}{m R}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 3.26 \cdot 10^7 \cdot 0.75}{4 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \cdot 2.47 \cdot 10^{-4}}} \rightarrow \omega = 1.32 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1.32 \cdot 10^{11}} \rightarrow T = 4.76 \cdot 10^{-11} \text{ seg}$$



Junio 2011

Cuestión 1.- En la figura se representa un dipolo eléctrico, formado por dos cargas de la misma magnitud pero de signos opuestos colocadas en dos puntos fijos y separadas una pequeña distancia. Alrededor del dipolo eléctrico se han señalado mediante aspas tres puntos A, B y C. Explíquese para cada punto si cabe esperar que el potencial eléctrico sea igual a cero (se pide una explicación razonada, pero no se piden cálculos).



El potencial en un punto es una magnitud escalar que es igual a la suma de los potenciales debidos a cada carga en dicho punto.

El punto A está más próximo a la carga positiva que a la negativa, por lo tanto el potencial no puede ser cero, sino que tendrá signo positivo puesto el potencial total en A es:

$$V_A = V_+ + V_- = k \left(\frac{q_+}{R_1} - \frac{q_-}{R_2} \right)$$

La carga positiva siempre contribuye en mayor medida por estar más cerca. Además, los módulos nunca serán iguales debido a que la distancia es distinta.

$$V_A = V_+ + V_- = k \left(\frac{q_+}{R_1} - \frac{q_-}{R_2} \right)$$

En el punto B ocurre todo lo contrario, al estar más cerca de la carga negativa, el potencial será negativo.

Por último, las dos cargas se encuentran en posiciones simétricas con respecto al punto C, por lo que en este caso el potencial será nulo, ya que los potenciales debido a cada carga serán el mismo pero de signo opuesto (igual distancia e igual carga pero de distinto signo), con lo que se anulan entre sí.

Cuestión 2.- ¿Con qué velocidad debe girar un satélite de comunicaciones, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$, $M_{\text{TIERRA}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Se trata de un satélite geostacionario, es decir, siempre está situado sobre el mismo punto de la superficie terrestre. El periodo de traslación de estos satélites coincide con el periodo de rotación de la Tierra, es decir 1 día.

Para calcular la velocidad orbital, sabemos que $|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c|$

$$\left. \begin{array}{l} |\vec{F}_g| = G \cdot \frac{M m}{R^2} \\ |\vec{F}_c| = m \frac{v^2}{R} \end{array} \right\} \rightarrow G \cdot \frac{M m}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v^2 = \frac{G M}{R}$$

El radio no lo sabemos, pero sí el periodo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{v}{R} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow R = \frac{v T}{2\pi}$$

Por lo que al final, la expresión de la velocidad queda:

$$v^2 = \frac{G M}{\frac{v T}{2\pi}} \rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{2\pi G M}{T}} = \sqrt[3]{\frac{2\pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}{1 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ seg}}} \rightarrow v = 3072.54 \text{ m/s}$$

Cuestión 3.- En un laboratorio disponemos de $5 \cdot 10^{15}$ núcleos de un elemento químico para realizar un experimento de desintegración radiactiva. Treinta días después solamente tenemos $4,7 \cdot 10^{14}$ núcleos. Calcular, en días, el periodo de semidesintegración de este elemento.

El periodo de semidesintegración es el tiempo que tardan en desintegrarse la mitad de los núcleos radiactivos presentes:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Siendo λ la constante de desintegración. Para calcularla empleamos la ley de decaimiento radiactivo:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow 4,7 \cdot 10^{14} = 5 \cdot 10^{15} \cdot e^{-\lambda \cdot 30} \rightarrow \frac{4,7 \cdot 10^{14}}{5 \cdot 10^{15}} = e^{-\lambda \cdot 30} \rightarrow \ln \frac{4,7 \cdot 10^{14}}{5 \cdot 10^{15}} = \ln e^{-\lambda \cdot 30} \rightarrow \ln \frac{4,7 \cdot 10^{14}}{5 \cdot 10^{15}} = -\lambda \cdot 30$$

$$\rightarrow \lambda = 0.079 \text{ días}$$



Por lo que finalmente:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{0.079} \rightarrow t_{1/2} = 8.79 \text{ días}^{-1}$$

Cuestión Experimental. - En un laboratorio de investigación se han obtenido los valores de los ángulos cuando un haz luminoso incide desde una sustancia con índice de refracción ($n=1,33$) hacia una superficie de un material transparente desconocido cuyo índice de refracción pretendemos determinar. Calcular:

- El índice de refracción de dicho material.
- Enuncia la ley física que has tenido en cuenta para calcular el índice de refracción

Experiencia	i°	r°
1ª	20°	13°
2ª	26°	17°
3ª	35°	22°
4ª	40°	26°

La refracción sigue la Ley de Snell: el producto del seno del ángulo de incidencia por el índice de refracción del medio de donde proviene la luz es igual al producto del seno del ángulo de refracción por el índice de refracción del medio al que va la luz.

$$n_1 \text{ sen } \hat{i} = n_2 \text{ sen } \hat{r}$$

Para calcular el índice de refracción aplicamos la ley de Snell a los datos de la tabla. Por último, el índice de refracción del material desconocido será la media aritmética de los distintos índices calculados:

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} \rightarrow n_2 = 1.33 \cdot \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}}$$

Experiencia	i°	r°	$\text{sen } \hat{i}$	$\text{sen } \hat{r}$	n_{vidrio}
1ª	20	13	0.3420	0.2250	2.02
2ª	26	17	0.4384	0.2924	1.99
3ª	35	22	0.5736	0.3746	2.04
4ª	40	26	0.6428	0.4384	1.95

$$n_2 = \frac{2.02 + 1.99 + 2.04 + 1.95}{3} \rightarrow n_2 = 2$$