## SELECTIVIDAD FÍSICA ARAGÓN. 2021. JULIO

1. Una partícula de masa 100 g realiza un movimiento armónico simple de amplitud 3 m y cuya aceleración viene dada por la expresión $a = -9\pi^2 x$ m/s$^2$. Sabiendo que se ha empezado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor absoluto máximo en los desplazamientos positivos, calcula:

a) El periodo y la constante recuperadora del sistema. (0,5 puntos)

b) La expresión matemática del desplazamiento en función del tiempo, x = x(t). (1 punto)

c) Las energías cinética y potencial en el punto donde tiene velocidad máxima. (1 punto)

a) m = 0,1 kg, A = 3 m, $a = -9\pi^2 x$

Sabemos que:

$$a = -\omega^2 x \qquad -9\pi^2 x = -\omega^2 x \rightarrow \omega = 3\pi \ rad/s \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = 0{,}67 s \qquad k = m \cdot \omega^2 = 0{,}9 \cdot \pi^2 \ N/m$$

b) La aceleración es máxima cuando la partícula se encuentra en su elongación máxima (amplitud). Para que la elongación sea igual a la amplitud y además tenga un valor positivo, la fase inicial debe ser π/2 radianes.

$$x = A \ sen \ (\omega t + \varphi) \qquad A = A \ sen \ (0 + \varphi) \rightarrow \varphi = \pi/2 \ rad \qquad x = 3 \ sen \ (3\pi t + \pi/2)$$

c) Cuando la velocidad es máxima la partícula se encuentra en la posición de equilibrio, x = 0. Por ello la energía potencial es nula. La energía cinética es igual en ese punto a la energía mecánica.

$$Ep = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = 0 \ J \qquad Em = Ec = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}9 \cdot \pi^2 \cdot 3^2 = 40 \ J$$

Tb:

$$v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi) \qquad v_{máxima} = A \cdot \omega = 3 \cdot 3\pi \qquad Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot 81 \cdot \pi^2 = 40 \ J$$

2. Una fuente sonora puntual emite con una potencia de $10^{-6}$ W.
a) Determina el nivel de intensidad expresado en decibelios a 1 m de la fuente sonora. (1,25 puntos)
b) ¿A qué distancia de la fuente sonora el nivel de intensidad se ha reducido a la mitad del valor anterior? (1,25 puntos)
Dato: La intensidad umbral del oído humano es Io = $10^{-12}$ W/m$^2$.

a) P = $10^{-6}$ W,

$$I = \frac{P}{S} = \frac{10^{-6}}{4\pi \cdot 1^2} = 7{,}96 \cdot 10^{-8}\ W/m^2$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{7{,}96 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}} = 49{,}0\ dB$$

b)

$$24{,}5 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 10^{2{,}45} \cdot 10^{-12} = 2{,}82 \cdot 10^{-10}\ W/m^2$$

$$I = \frac{P}{S} \qquad S = \frac{P}{I} \qquad 4\pi \cdot r^2 = \frac{10^{-6}}{2{,}82 \cdot 10^{-10}} \qquad r = \sqrt{\frac{10^{-6}}{2{,}82 \cdot 10^{-10} \cdot 4\pi}} = 16{,}8\ m$$

3. a) Enuncia y explica las Leyes de Kepler. (1 punto).
b) Calcula la masa del Sol, considerando que la Tierra describe una órbita circular de 150 millones de kilómetros de radio y emplea 365,25 días en recorrerla por completo. (1,5 puntos).
Datos: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

a) Primera Ley de Kepler (Ley de las órbitas). Todos los planetas describen en torno al Sol órbitas elípticas, estando el Sol situado en uno de los focos de las elipses. Según esta ley, en realidad todas las órbitas planetarias son rigurosamente elípticas, pero solamente las órbitas de Mercurio y de Plutón poseen una excentricidad o achatamiento elevado. Las órbitas de los demás planetas poseen una excentricidad o achatamiento pequeño, por lo que pueden ser consideradas aproximadamente circulares, estando el Sol situado en el centro de las circunferencias.
Segunda Ley de Kepler (Ley de las áreas). El área barrida por el vector de posición de cada planeta respecto al Sol es directamente proporcional al tiempo transcurrido. Su expresión matemática es: $\Delta S = v_a \cdot \Delta t$. La constante de proporcionalidad $v_a$ tiene un valor determinado para cada planeta, se denomina velocidad areolar y representa el área barrida por el vector de posición del planeta por unidad de tiempo.
El significado o consecuencia de esta Ley es que la velocidad lineal escalar o celeridad de cada planeta es mayor cuando el planeta está cerca del Sol y menor cuando el planeta está lejos del Sol. De esta forma, para una órbita elíptica la celeridad del planeta es máxima en el Perihelio, P, y mínima en el Afelio, A. Si la órbita se supone circular, la celeridad del planeta es constante.
Tercera Ley de Kepler (Ley de los periodos). Los cuadrados de los periodos de revolución de los planetas, en torno al Sol, son directamente proporcionales a los cubos de los radios medios de sus órbitas respecto al Sol. Su expresión matemática es:

$$T^2 = K \cdot r_m^3 \qquad \acute{o}rbita\ el\acute{\imath}ptica: T^2 = K \cdot a^3 \qquad \acute{o}rbita\ circular: T^2 = K \cdot r^3$$

Donde a es el semieje mayor de la elipsis y r el radio de la circunferencia.

b) Calcula la masa del Sol, considerando que la Tierra describe una órbita circular de 150 millones de kilómetros de radio y emplea 365,25 días en recorrerla por completo. (1,5 puntos).
Datos: G = 6,67 x $10^{-11}$ N $m^2$ $kg^{-2}$

b) La fuerza de atracción gravitatoria entre un astro central y un satélite que orbita a su alrededor es también la fuerza centrípeta que fuerza al satélite a realizar una trayectoria circular con velocidad constante. En nuestro caso:

$$F_g = F_c \qquad \frac{G \cdot M_s \cdot M_T}{r^2} = \frac{M_T \cdot v^2}{r} \qquad v = \sqrt{G \cdot M_s / r}$$

Como la velocidad orbital es constante podemos aplicar:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{2\pi r}{T} \qquad v^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M_s}{r} \qquad M_s = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 2{,}0 \cdot 10^{30}\ kg$$

4. a) Explica el concepto de campo gravitatorio. (1 punto)
Se coloca un satélite meteorológico de 1000 kg de masa en órbita circular, a 300 km sobre la superficie terrestre. Calcular:
b) El periodo de la órbita y la velocidad orbital. (0,75 puntos)
c) La energía que se requiere para poner en órbita al satélite desde la superficie terrestre. (0,75 puntos)
Datos: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m2 kg$^{-2}$; $M_{Tierra} = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg; $R_{Tierra} = 6{,}37 \times 10^{6}$ m.

a) Un campo gravitatorio se define como la zona del espacio en donde se manifiestan o actúan las fuerzas gravitatorias. Por ejemplo, si se tiene una partícula o masa puntual M situada fija en el origen del S.R., dicha partícula crea en el espacio que la rodea un campo gravitatorio, ya que ejerce una fuerza gravitatoria sobre cualquier otra partícula de masa m situada cerca de ella. Por eso, a la partícula M se le llama partícula creadora y a la partícula m se le llama partícula prueba.
Un campo gravitatorio está caracterizado por dos magnitudes: la intensidad de campo y el potencial gravitatorios:
<u>Intensidad de campo gravitatorio:</u>
La intensidad de campo gravitatorio es una magnitud vectorial puntual, $\vec{g}$, que se define como la fuerza gravitatoria ejercida por unidad de masa prueba situada en un determinado punto del espacio. Su expresión matemática es:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad g = \frac{F}{m}$$

<u>Potencial gravitatorio:</u>
El potencial gravitatorio es una magnitud escalar puntual, V, que se define como la energía potencial gravitatoria por unidad de masa prueba situada en un determinado punto del espacio. Su expresión matemática es:

$$V = \frac{Ep}{m}$$

b)
La fuerza de atracción gravitatoria entre un astro central y un satélite que orbita a su alrededor es también la fuerza centrípeta que fuerza al satélite a realizar una trayectoria circular con velocidad constante.

$$F_g = F_c \qquad \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \qquad v = \sqrt{G \cdot M/r}$$

$$v = \frac{e}{t} = \frac{2\pi r}{T} \qquad v^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M}{r} \qquad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (6{,}67 \cdot 10^6)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}} = 5424\, s$$

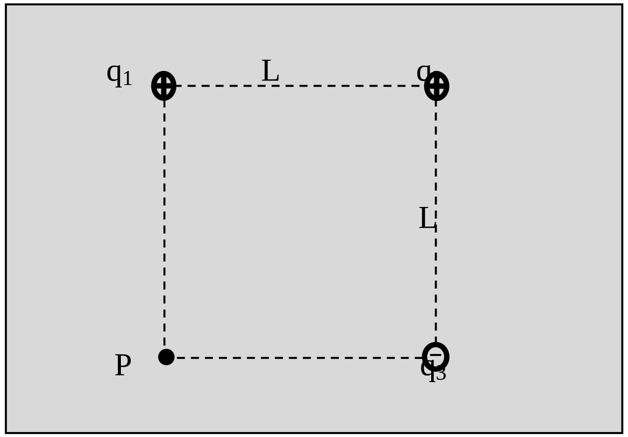
$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 6{,}67 \cdot 10^6}{5424} = 7726{,}6\, m/s$$

c) Aplicamos el principio de conservación de la energía.

$$E = Em(órbita) - Ep(superficie) = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r} + \frac{G \cdot M \cdot m}{R}$$

$$E = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 1000 \cdot \left(\frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^6}\right) = 3{,}27 \cdot 10^{10}\, J$$

5. a) Explica el concepto de potencial eléctrico. ¿Qué potencial eléctrico crea en su entorno una partícula con carga q? Dibuja sus superficies equipotenciales. (1 punto)
b) Las tres partículas de la figura, con cargas $q_1 = q_2 = 1$ μC y $q_3 = -1$ μC están fijas en tres vértices de un cuadrado de lado L = 0,9 m. Determina el potencial eléctrico en el punto P, vértice vacante del cuadrado. (1,5 puntos)
Datos: Constante de Coulomb: $K = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ N $m^2$ $C^{-2}$

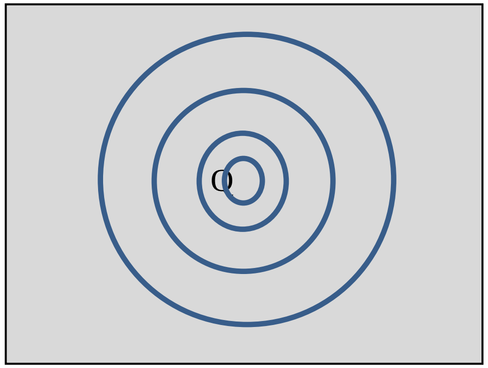



El potencial eléctrico es una magnitud escalar puntual, V (P), que se define como la energía potencial eléctrica por unidad de carga prueba situada en un determinado punto del espacio. Su expresión matemática es:

$$V(p) = \frac{Ep\ (p)}{q}$$

Siendo Ep (P) la energía potencial eléctrica de la carga prueba q situada en el punto P.
La unidad de V (P) en el Sistema Internacional es el voltio (V): V = J / C.
Si el campo eléctrico está creado por una carga puntual Q situada en el origen del S.R.:

$Ep(p) = K\ \frac{Q \cdot q}{r} \quad \rightarrow \quad V(p) = K\ \frac{Q}{r}$




Como se observa, V (P) es una magnitud numérica positiva o negativa, dependiendo del signo de la carga creadora (positiva o negativa), cuyo valor absoluto es directamente proporcional al valor absoluto de dicha carga creadora e inversamente proporcional a la distancia que separa el punto P de ella.

b) Las tres partículas de la figura, con cargas $q_1 = q_2 = 1\ \mu C$ y $q_3 = -1\ \mu C$ están fijas en tres vértices de un cuadrado de lado L = 0,9 m. Determina el potencial eléctrico en el punto P, vértice vacante del cuadrado. (1,5 puntos)
Datos: Constante de Coulomb: $K = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$

b) Los potenciales creados por las cargas $q_1$ y $q_3$ se anulan entre sí ya que tienen el mismo valor absoluto pero tienen signo contrario y además distan lo mismo del punto P.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = V_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{\sqrt{2} \cdot 0{,}9} = 7071\ J/C$$

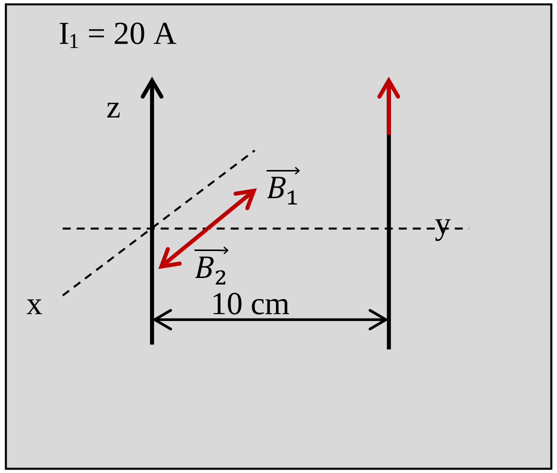
6. a) Fuerza ejercida entre dos hilos conductores paralelos indefinidos, separados una distancia d y por los que circulan sendas corrientes $I_1$ e $I_2$ que llevan el mismo sentido. ¿Cómo se modifica la fuerza entre corrientes en el caso de que las intensidades lleven sentido opuesto? (1 punto)

Por un hilo conductor rectilíneo vertical de longitud infinita situado en el eje z, circula una corriente de 20 A en el sentido positivo de dicho eje. Un segundo hilo conductor, también infinitamente largo y paralelo al anterior, corta el eje y en el punto de coordenada y = 10 cm. Determina:

b) La intensidad y el sentido de la corriente del segundo hilo, sabiendo que el campo magnético resultante en el punto del eje y de coordenada y = 2 cm es nulo. (0,75 puntos)

c) La fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor, explicando cuál es su dirección y sentido. (0,75 puntos)

Datos: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m·A$^{-1}$.



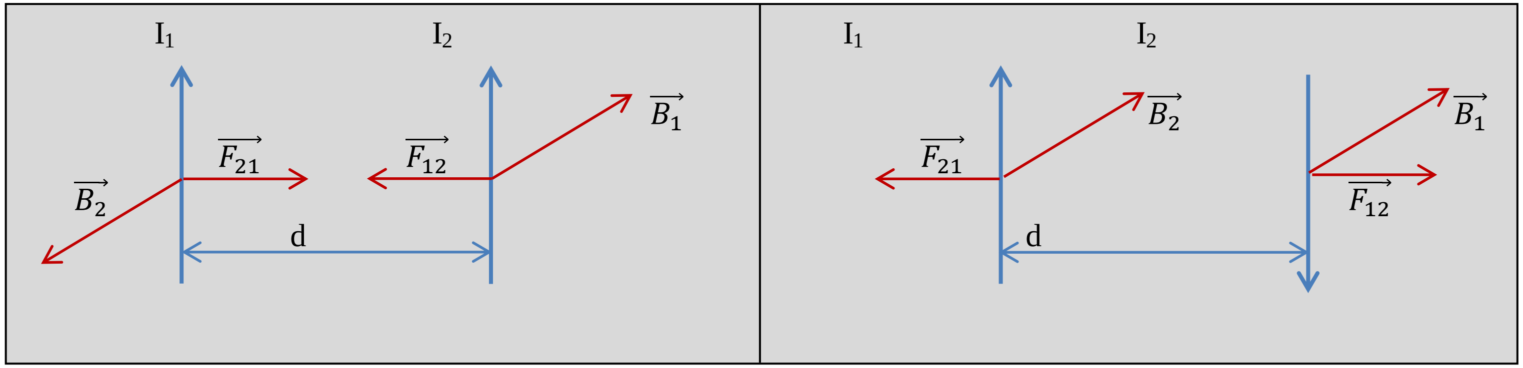

b) Para que los campos creados por las dos corrientes en el punto indicado tengan sentido contrario es necesario que la segunda corriente tenga el sentido positivo del eje z. Los dos módulos deben ser iguales. He indicado en rojo mis aportaciones en el esquema del enunciado.

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi r_1} = B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi r_2} \qquad I_2 = \frac{I_1 \cdot r_2}{r_1} = \frac{20 \cdot 0{,}08}{0{,}02} = 80\ A$$

c) La dirección y sentido los explico en el apartado a.

$$F_{12} = F_{21} = F = \frac{\mu_0 \cdot L \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} \qquad \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 80}{2\pi \cdot 0{,}1} = 0{,}0032\ N/m$$

a) Supongamos dos cables o hilos conductores rectilíneos y paralelos por los que circulan dos corrientes de intensidades $I_1$ e $I_2$, respectivamente. Cada corriente crea en el espacio que la rodea un campo magnético que ejerce una fuerza magnética sobre la otra corriente eléctrica. Esta interacción magnética mutua será atractiva si las corrientes poseen el mismo sentido, y repulsiva si las corrientes poseen sentidos contrarios.
El sentido de los campos magnéticos se deduce con la regla de la mano izquierda. El sentido de las fuerzas se deduce con la regla de la mano derecha.




Si consideramos dos trozos o segmentos de los conductores de igual longitud L y llamamos r a la distancia que los separa, las fuerzas magnéticas se calculan de la siguiente manera:

El módulo de dichas fuerzas es el siguiente.

$$F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0 \cdot L \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot r}$$

7. a) Explica brevemente el efecto fotoeléctrico. ¿Qué es el potencial de frenado (o de corte)? ¿Cómo depende ese potencial de la frecuencia de la luz incidente? (1 punto) La energía de extracción (o función de trabajo) del potasio es de 2,3 eV.
b) Calcula el potencial de frenado de los electrones si se ilumina con luz de longitud de onda $\lambda$ = 405 nm. (1,5 puntos) Datos: Carga del electrón e = 1,60 x $10^{-19}$ C; c = 3,00 x $10^{8}$ m/s; h = 6,63 x $10^{-34}$ J s

a) El efecto fotoeléctrico fue descubierto por H. Hertz y consiste en la propiedad que presentan algunos metales, por ejemplo los alcalinos, de emitir electrones cuando incide sobre ellos luz visible o rayos ultravioleta.
Las características experimentales del efecto fotoeléctrico son las siguientes:
1.- Para cada metal existe una frecuencia de iluminación mínima, llamada frecuencia umbral o de corte, $\nu_0$, por debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico, es decir, emisión de fotoelectrones, por muy intensa que sea la luz incidente.
2.- Si la frecuencia de iluminación del metal es superior a la frecuencia umbral, $\nu > \nu_0$, el número de fotoelectrones emitidos es proporcional a la intensidad de la radiación incidente.
3.- Si la frecuencia de iluminación del metal es superior a la frecuencia umbral, $\nu > \nu_0$, la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos Ec no depende de la intensidad de la radiación incidente, sino que depende solamente de su frecuencia, $\nu$, aumentando linealmente con ella.
4.- El efecto fotoeléctrico es instantáneo, es decir, la emisión de electrones se produce en el mismo instante en que incide la radiación, siempre que la frecuencia de ésta sea superior a la frecuencia umbral.
En el efecto fotoeléctrico se cumple la ecuación de Einstein.

$$E_f = W_0 + Ec$$

$E_f$ = Energía de los fotones.
$W_0$ = Trabajo de extracción del metal.
Ec = Energía cinética de los electrones emitidos.

El potencial de frenado o corte, es el voltaje que hay que aplicar para frenar totalmente a los electrones más rápidos emitidos por el metal por el efecto fotoeléctrico.
Dicho potencial depende de la velocidad de los electrones y por lo tanto será tanto mayor, cuanto mayor sea la frecuencia de la luz utilizada, siempre que esta sea mayor que la frecuencia umbral.
Para deducir su valor aplicamos a los electrones emitidos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$\Delta Ec + \Delta Ep = 0 \qquad (0 - Ec) + q \cdot \Delta V = 0 \qquad \Delta V = \frac{Ec}{q} = \frac{E_f - W_0}{q}$$

Como la carga de los electrones es negativa, se debe aplicar una diferencia de potencial negativa para frenar a los electrones. Recordemos que las cargas negativas se frenan hacia disminuciones de potencial eléctrico.

b) $V_f$? $W_0 = 2{,}3$ eV, $\lambda = 405$ nm

Según lo deducido en el apartado a:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{405 \cdot 10^{-9}} = 4{,}91 \cdot 10^{-19} J \qquad W_0 = 2{,}3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 3{,}68 \cdot 10^{-19} J$$

$$\Delta V = \frac{Ec}{q} = \frac{E_f - W_0}{q} = \frac{(4{,}91 - 3{,}68) \cdot 10^{-19}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = -0{,}769\ V$$

8. a) Explica cuál debe ser la posición de un objeto respecto a una lente delgada convergente para obtener una imagen real e invertida. Justifícalo gráficamente mediante un trazado de rayos. (1 punto)
Disponemos de una lente cuya distancia focal imagen es f’ = -10 cm.
b) Calcule la potencia de la lente. (0,5 puntos)
c) Determine la posición y tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura cuando se coloca a 30 cm de la lente. Compruebe gráficamente sus resultados mediante un trazado de rayos. (1 punto)

a) El objeto debe situarse a una distancia de la lente mayor que la distancia focal.

b)

$$f' = -0{,}1\ m \qquad P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0{,}1} = -10\ dioptrías$$

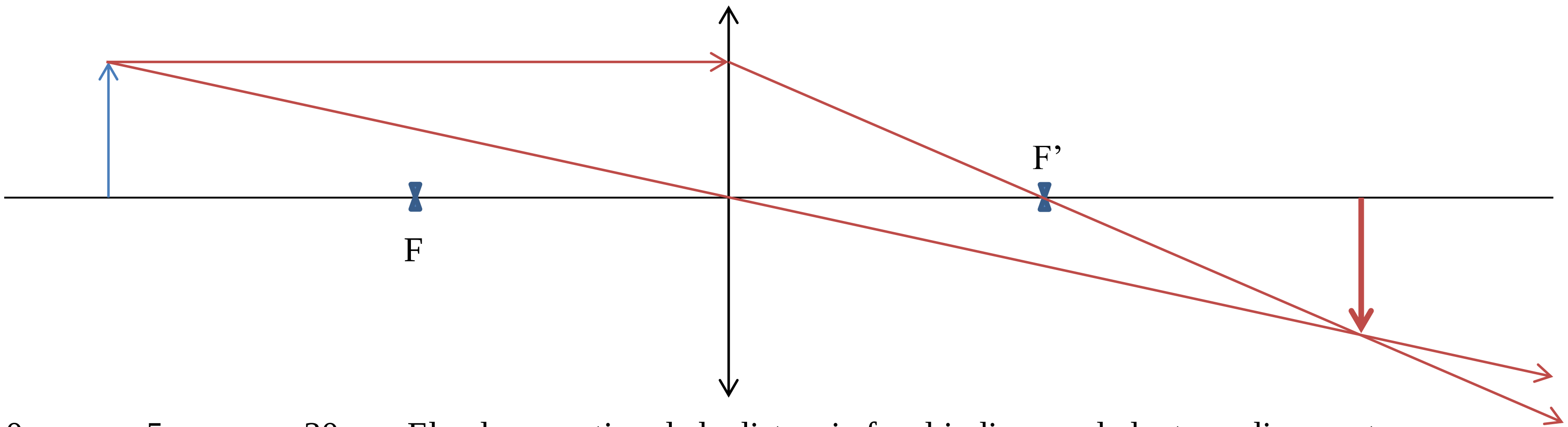
c) f’ = -10 cm, y = 5 cm, s = - 30 cm.

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = -\frac{1}{10} - \frac{1}{30} = -\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{30}\right) = -\frac{40}{300} \qquad s' = -\frac{30}{4} = -7{,}5\ cm$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 5 \cdot \frac{-7{,}5}{-30} = 1{,}25\ cm$$

Realizo los dos trazados de rayos en la siguiente página.

a)




c) f' = -10 cm, y = 5 cm, s = - 30 cm. El valor negativo de la distancia focal indica que la lente es divergente.