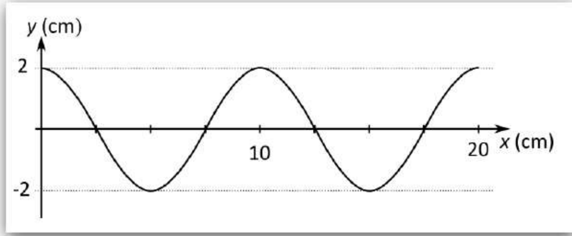
☙ Opción A. Ejercicio 1

Por una cuerda tensa se propaga, en el sentido positivo del eje *x*, una onda armónica transversal. Los puntos de la cuerda oscilan con una frecuencia *f* = 4 Hz. En la gráfica se representa la posición de los puntos de la cuerda en el instante *t* = 0.



[a] Determine la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. *(1 punto)*

[b] Escriba la función de onda correspondiente, en unidades S.I. *(1 punto)*

[c] Calcule la máxima velocidad de oscilación trasversal de los puntos de la cuerda. *(0,5 puntos)*

Respuesta

[a] En el perfil de onda se observa que la longitud de onda es $\lambda = 0,10(m)$. La velocidad de propagación de la onda se calcula mediante: $v = \lambda f$, por lo que v = 0,10·4 = 0,40 (m/s).

[b] La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx + \varphi)$, ya que la onda se propaga hacia la derecha. Calculamos primero la frecuencia angular $\omega = 2\pi f = 8\pi(\frac{rad}{s})$ y el número de ondas $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 20\pi(\frac{1}{m})$. Hay que hallar también la fase inicial φ; por la condiciones iniciales, se debe cumplir que $0,02 = 0,02\ sen\ \varphi$; $sen\ \varphi = 1$ y $\varphi = \frac{\pi}{2}$. La ecuación de la onda es, entonces, $y(x,t) = 0,02\ sen(8\pi t - 20\pi x + \frac{\pi}{2})$. Teniendo en cuenta la relación trigonométrica: $sen(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos\alpha$, la ecuación de la onda también se puede escribir como sigue: $y(x,t) = 0,02\ \cos(8\pi t - 20\pi x)$.

[c] Todos los puntos de la cuerda están animados con un movimiento vibratorio armónico simple, por lo que la velocidad transversal máxima valdrá:
$|v_{\max}| = \omega A = 8\pi(\frac{rad}{s}) \cdot 0,02(m) = 0,16\pi(\frac{m}{s})$.
Otra forma de hacerlo es calcular la expresión general de la velocidad y, a partir de ella, deducir el valor máximo de la velocidad. La velocidad es la derivada de la perturbación (en este caso, la posición) con respecto al tiempo:
$$v_{transv} = \frac{dy}{dt} = 0,02 \cdot \cos(8\pi t - 20\pi x + \tfrac{\pi}{2}) \cdot 8\pi = 0,16\pi\ \cos(8\pi t - 20\pi x + \tfrac{\pi}{2})$$
Como la función coseno está acotada entre -1 y +1, el valor máximo de la velocidad transversal es $0,16\pi(\frac{m}{s})$.

☙ Opción A. Ejercicio 2

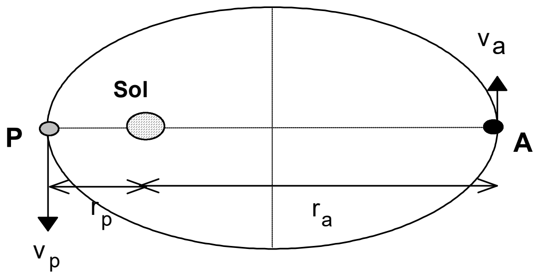
[a] Momento angular de una partícula respecto de un punto; teorema de conservación. *(1 punto)*

[b] La órbita de Plutón en torno al Sol es elíptica. La relación de distancia entre su afelio y su perihelio es 5/3. Calcule la relación (cociente) entre los valores en el afelio y en el perihelio de las siguientes magnitudes de Plutón: momento angular respecto al centro del Sol, energía cinética y energía potencial gravitatoria. *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] En primer lugar, dibujamos un esquema con las posiciones del planeta respecto al Sol:



El planeta evoluciona sometido a la acción de una fuerza central; en consecuencia, el momento angular de Plutón respecto al Sol se conserva, por lo que el cociente entre los momentos angulares en el afelio y en el perihelio es 1. Por otro lado, tenemos que $r_a m v_a = r_p m v_p$; de donde se deduce que: $\frac{r_a}{r_p} = \frac{v_p}{v_a}$; estos cocientes son iguales a 5/3. Como en el punto P el planeta se encuentra más cerca del Sol que en el punto A, la rapidez en P es mayor que la rapidez en A. La distancia al Sol y la rapidez del cometa son inversamente proporcionales.

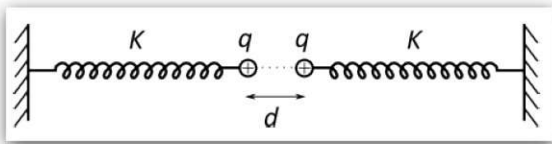
Respecto a la energía cinética tenemos que $\left.\begin{array}{l} E_c(P) = \frac{1}{2}mv_P^2 \\ E_c(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 \end{array}\right\} \frac{E_c(P)}{E_c(A)} = \left(\frac{v_P}{v_A}\right)^2 = \frac{25}{9}.$

Respecto a la energía potencial se cumple que $\left.\begin{array}{l} E_p(P) = -\frac{GMm}{r_P} \\ E_p(A) = -\frac{GMm}{r_A} \end{array}\right\} \frac{E_p(P)}{E_p(A)} = \frac{r_A}{r_P} = \frac{5}{3}.$

Opción A. Ejercicio 3

[a] Escriba y comente la *Ley de Coulomb.* ¿Qué relación existe entre fuerza electrostática y el campo electrostático? *(1,5 puntos)*

[b] Disponemos de un sistema para medir la carga eléctrica compuesto por dos muelles de constante elástica K = 10 N/m que tienen en sus extremos unas pequeñas esferas. Cuando las esferas están descargadas se encuentran en contacto y los muelles en su longitud natural. Cuando cargamos las esferas con la misma carga, se separan una distancia de 10 cm. Calcule la carga de las esferas. *(1 punto)*



Dato: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física. Se supone que la relación que se pide es entre la fuerza electrostática y la intensidad del campo electrostático de una carga puntual.

[b] En primer lugar, hay que darse cuenta que cada muelle se comprime la longitud $\frac{d}{2}$. Además, para cada una de las cargas, cuando se alcanza el equilibrio, la fuerza de repulsión electrostática tiene el mismo módulo que la fuerza elástica ejercida por el muelle, esto es,
$F_{electrostática} = F_{elástica}$; $9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{d^2} = K\frac{d}{2}$; $q^2 = K\frac{d^3}{18 \cdot 10^9} = 5,56 \cdot 10^{-13}$ C^2; $q = 7,45 \cdot 10^{-7}$ C.

☙ Opción A. Ejercicio 4

[a] Explique en qué consiste el *efecto fotoeléctrico*. ¿Qué es la *frecuencia umbral*? *(1 punto)*
[b] La energía de extracción de electrones (función de trabajo) del oro es 5,1 eV. Calcule la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico de este metal. Calcule el potencial de frenado de los electrones arrancados cuando se ilumina una muestra de oro con luz de 230 nm de longitud de onda. *(1,5 puntos)*

Datos: Constante de Planck, h = 6,63.10^{-34} J.s; velocidad de la luz en el vacío, c = 3.10^{8} m.s^{-1}; carga del electrón e = 1,60.10^{-19} C ; 1 eV = 1,60.10^{-19} J; 1 nm = 10^{-9} m.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Sabemos que la energía de extracción está relacionada con la frecuencia umbral mediante la expresión: $\phi_o = hf_o$. Por lo tanto, $f_o = \frac{\phi_o}{h} = \frac{5,1(eV) \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}(J/eV)}{6,63 \cdot 10^{-34}(J \cdot s)} = 1,23 \cdot 10^{15}(Hz)$

El potencial de frenado está ligado con la frecuencia de la luz incidente y con la energía de extracción mediante la relación: $|e|V_o = hf - \phi_o$. La frecuencia de la luz incidente es:
$f = \frac{3 \cdot 10^8(m/s)}{2,3 \cdot 10^{-7}(m)} = 1,30 \cdot 10^{15}(Hz)$. Se comprueba que esta frecuencia es superior a la frecuencia umbral, como tiene que ser. Sustituyendo los valores numéricos, queda:

$$1,6 \cdot 10^{-19}(C)V_o = 6,63 \cdot 10^{-34}(J.s) \cdot 1,30 \cdot 10^{15}(Hz) - 8,16 \cdot 10^{-19}(J) = 4,59 \cdot 10^{-20}(J)$$

$$V_o = \frac{4,59 \cdot 10^{-20}(J)}{1,6 \cdot 10^{-19}(C)} = 0,287(V)$$

NOTA: ¿Hasta cuando va a ser necesario dar el dato 1 nm = 10^{-9} m? El personal conoce el sistema métrico decimal.

Opción B. Ejercicio 1

Una partícula describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje x, de amplitud *A* = 2 m, frecuencia angular $\omega = 2(rad/s)$ y fase inicial nula.

[a] Determine la posición y la velocidad de la partícula en función del tiempo. *(1 punto)*

[b] Calcule la energía cinética y la energía potencial de la partícula en función del tiempo. Represente la energía cinética para dos periodos de oscilación completos. *(1,5 puntos)*

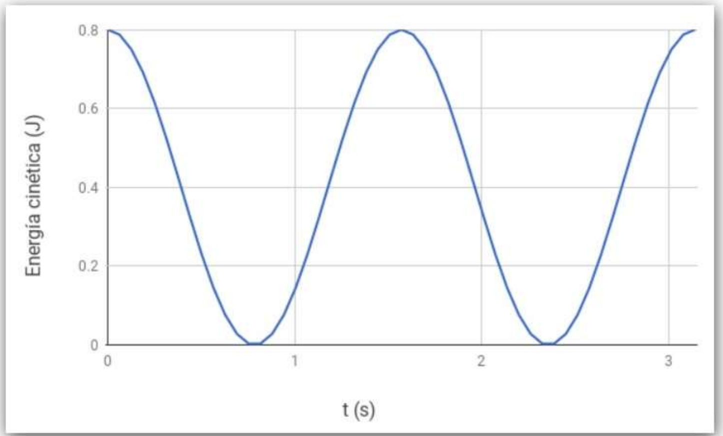
Datos: Masa de la partícula: 100 g.

Respuesta

[a] La posición de la partícula está dada por la expresión: $x(t) = 2\ sen\ 2t\ (m)$. La expresión de la velocidad se obtiene por derivación, respecto al tiempo, de la ecuación de la posición, esto es, $v(t) = \frac{dx}{dt} = 4\cos 2t\ (\frac{m}{s})$.

[b] La energía cinética, en función del tiempo, es:
$E_c(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0,1 \cdot 16\cos^2 2t = 0,8\cos^2 2t(J)$.
La energía potencial en función del tiempo está dada por:
$E_p(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}0,1 \cdot 4 \cdot 4\ sen^2\ 2t = 0,8\ sen^2\ 2t(J)$.

El periodo del movimiento armónico es $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi(s)$; sin embargo, el periodo de las energías cinética y potencial -funciones elevadas al cuadrado- es $\frac{\pi}{2}(s)$. A continuación se muestra la representación pedida.



Opción B. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique la ley de gravitación universal. *(1 punto)*

La nave Apolo 11 permitió la llegada del hombre a la Luna en 1969. Para ello orbitó alrededor de ella con un periodo de 119 minutos y a una distancia media del centro de la Luna de 1850 km. Suponiendo que su órbita fue circular, determine:

[b] La velocidad orbital del Apolo 11. *(0,5 puntos)*

[c] La masa de la Luna. *(1 punto)*

DATO: Constante de gravitación universal, G = $6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg^{-2}.

Respuesta

[a] Véase un libro de Física.

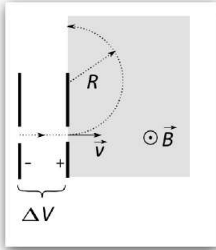
[b] Se sabe que el Apolo 11 tardó $7{,}14 \cdot 10^3$ s en dar una vuelta completa alrededor de la Luna y que la longitud de la órbita circular es $2\pi \cdot 1,85 \cdot 10^6 = 1,16 \cdot 10^7(\ m)$; por lo tanto, la velocidad orbital del Apolo 11 es $v = \frac{1{,}16 \cdot 10^7(m)}{7{,}14 \cdot 10^3(s)} = 1,62 \cdot 10^3(\frac{m}{s})$.

[c] Se aplica la 2ª ley de Newton a la nave en su órbita circular. La fuerza gravitatoria sobre el Apolo 11 se comporta como fuerza centrípeta, por lo que $G\frac{M_L m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, de donde se deduce que $M_L = \frac{v^2 r}{G} = \frac{(1{,}62 \cdot 10^3)^2 \cdot 1{,}85 \cdot 10^6}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} = 7,28 \cdot 10^{22}(kg)$.

Opción B. Ejercicio 3

[a] Escribe la expresión de la *Fuerza de Lorentz* que actúa sobre una partícula de carga *q* que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en una región donde hay un campo magnético $\vec{B}$. Explica las características de esta fuerza y qué circunstancias deben cumplirse para que la partícula describa una trayectoria circular. *(1,5 puntos)*

[b] Un electrón de velocidad inicial nula es acelerado mediante un campo eléctrico entre dos placas entre las que existe una diferencia de potencial $\Delta V = 500\ V$. Después penetra en una región donde existe un campo magnético perpendicular a $\vec{v}$ y de intensidad *B* = 10^{-3} T. Calcula la velocidad *v* que tiene el electrón al pasar por la segunda placa y el radio *R* de la trayectoria que describe en la región de campo $\vec{B}$ *(1 punto)*



Datos: Carga del electrón: e = 1,6.10^{-19} *C; masa del electrón* m_e *= 9,1.10*$^{-31}$ *kg.*

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] En la zona del campo eléctrico, se calcula la velocidad con que el electrón abandona el mismo mediante la aplicación de la ley de conservación de la energía mecánica. En efecto, $E_{m,inicial} = E_{m,final}$; la partícula parte del reposo, por lo que: $0 + qV_+ = \frac{1}{2}mv^2 + qV_-$; $\frac{1}{2}mv^2 = q(V_+ - V_-) = q\Delta V$; $v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1,33 \cdot 10^7(\frac{m}{s})$.

La partícula cargada penetra perpendicularmente a la intensidad del campo magnético; por lo tanto, la fuerza magnética se comporta como fuerza centrípeta, es decir, $qvB = m\frac{v^2}{R}$, de donde se deduce el radio de la trayectoria circular descrita por el electrón:
$R = \frac{mv}{qB} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}33 \cdot 10^7}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 0,076(m)$.

Opción B. Ejercicio 4

[a] Enuncie y explique las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. *(1 punto)*

Una lámina de aceite (índice de refracción n = 1,47) de caras planas y paralelas y espesor d se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia f = 5.10^{14} Hz incide desde el agua en la lámina.

[b] Determine las longitudes de onda del rayo en el agua y en el aceite. *(0,5 puntos)*

[c] Calcule el ángulo de incidencia en la superficie de separación agua-aceite a partir del cual se produce reflexión total interna en la superficie de separación aceite-aire. *(1 punto)*

Datos: Índice de refracción del agua, n_{agua} = 1,33; índice de refracción del aire, n_{aire} = 1; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$.

Respuesta

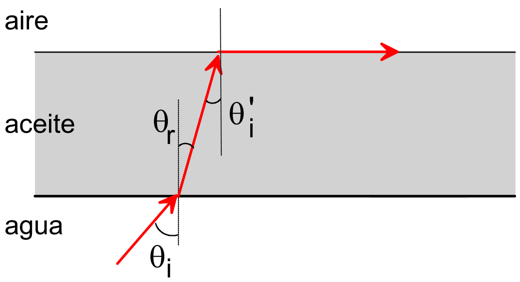
[a] Consulta el libro de Física.

[b] La longitud de onda de la luz en el agua, por ejemplo, se calcula mediante $\lambda_{agua} = \frac{v_{agua}}{f}$; por otro lado, tenemos que la velocidad en el agua está dada por $v_{agua} = \frac{c}{n_{agua}}$, siendo n_{agua} el índice de refracción del agua. De ambas se deduce que

$$\lambda_{agua} = \frac{c}{n_{agua} \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}33 \cdot 5 \cdot 10^{14}} = 4,51 \cdot 10^{-7}(m).$$

De manera análoga, sabiendo que la frecuencia de luz es la misma en ambos medios, para el aceite tendremos que $\lambda_{aceite} = \frac{c}{n_{aceite} \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}47 \cdot 5 \cdot 10^{14}} = 4,08 \cdot 10^{-7}(m)$.

[c] En primer lugar, se dibuja un esquema con la situación descrita en el enunciado:



En la superficie de separación agua-aceite, por la ley de Snell, se cumple que $n_{agua} \cdot sen\theta_i = n_{aceite} \cdot sen\theta_r$; en la superficie de separación aceite-aire tenemos que $n_{aceite} \cdot sen\theta_i^{'} = n_{aire}$. Como los ángulos θ_r y $\theta_i^{'}$ son iguales, $n_{agua} \cdot sen\theta_i = n_{aire}$, de donde se deduce que $sen\theta_i = \frac{n_{aire}}{n_{aceite}} = \frac{1}{1{,}47} = 0,68$, $\theta_i = 43^o$.