Opción A. Ejercicio 1

Una partícula de masa *m* describe, sobre el eje *x*, un M.A.S. de amplitud *A* y frecuencia angular ω ù. En *t* = 0 pasa por la posición de equilibrio, donde tomamos *x* = 0.

[a] Escriba las ecuaciones de la posición y la velocidad de la partícula en función del tiempo. *(1 punto)*

[b] Calcule la energía potencial y cinética de la partícula en función del tiempo. *(1 punto)*

[c] ¿Para qué valores de *t* será máxima la energía potencial? ¿Y la energía cinética? *(0,5 puntos)*

Datos: m = 0,5 kg, *A* = 2 m, ω = 2 rad/s.

Respuesta

[a] La ecuación de la posición de un M.A.S. es: $x(t) = A\, sen(\omega t + \phi_o)$ donde ϕ_o es la fase inicial. En este caso, cuando t = 0, x = 0, por lo que la expresión anterior queda: $sen(\phi_o) = 0$; la solución más sencilla de esta ecuación es $\phi_o = 0$. En consecuencia, la ecuación de la posición es: $x(t) = 2\, sen(2t)\ (m)$. Si se deriva esta ecuación respecto al tiempo se obtiene la ecuación de la velocidad: $v(t) = 4\cos(2t)\ (\frac{m}{s})$.

[b] La energía potencial está dada por la expresión: $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$, pues $k = m\omega^2$. Al sustituir en ella los valores obtenidos queda: $E_p(t) = \frac{1}{2}\cdot 0,5\cdot 4\cdot 4\, sen^2(2t) = 4\, sen^2(2t)(J)$. Por otro lado, la energía cinética es: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$; sustituyendo en ella los susodichos valores se obtiene: $E_c(t) = \frac{1}{2}\cdot 0,5\cdot 16\cos^2(2t) = 4\cos^2(2t)(J)$.
Podemos ver fácilmente que estos resultados son correctos: aunque las energías cinética y potencial dependen del tiempo, su suma -energía mecánica- es constante e igual a $\frac{1}{2}kA^2 = 4(J)$.

[c] La energía potencial, en función del tiempo, está dada por: $E_p(t) = 4\, sen^2(2t)$. Dado que la función seno está elevada al cuadrado, la energía potencial será máxima cuando: $2t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, ... = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, con n = 0, 1, 2,...; de donde se deduce: $t = (2n+1)\frac{\pi}{4}$, con n = 0, 1, 2,..., es decir, cuando $t = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, ...(s)$ la energía potencial es máxima. Este resultado se obtiene también a partir de un razonamiento meramente físico. El periodo del M.A.S. es $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi(s)$; la energía potencial es máxima en los extremos de la trayectoria; el primer extremo se alcanza transcurrido un cuarto del periodo, el segundo extremo después de tres cuartos de periodo y los demás pasos ocurren periodo tras periodo; en consecuencia, $t = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, ...(s)$.

La energía cinética, en función del tiempo, está dada por: $E_c(t) = 4\cos^2(2t)$. Dado que la función coseno está elevada al cuadrado, la energía cinética será máxima cuando: $2t = 0, \pi, 2\pi, ... = n\pi$, con n = 0, 1, 2,...; de donde se deduce: $t = n\frac{\pi}{2}$, con n = 0, 1, 2,..., es decir, cuando $t = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, ...(s)$ la energía cinética es máxima. Este resultado se obtiene también a partir de un razonamiento meramente físico. El periodo del M.A.S. es $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi(s)$; la energía cinética es máxima en el centro de la trayectoria; además del instante inicial, la partícula pasa por el centro cada medio periodo; en consecuencia, $t = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, ...(s)$.

❧ Opción A. Ejercicio 2

[a] Escriba y comente la *Ley de Gravitación Universal*. *(1 punto)*

Un satélite de masa m = 250 kg está en órbita circular en torno a la Tierra a una altura h = 500 km sobre su superficie. Calcule:

[b] Su velocidad y su período de revolución. *(1 punto)*

[c] La energía necesaria para poner el satélite en órbita con esa velocidad. *(1 punto)*

Datos: Constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11}N·m^2·kg^{-2}; masa de la Tierra, M_T = 5,97·10^{24} kg; radio de la Tierra, R_T = 6,37·10^6 m.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

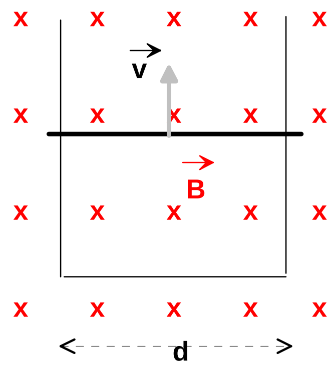
[b] Se aplica la 2ª ley de Newton al satélite en su órbita circular. La fuerza gravitatoria sobre el mismo se comporta como fuerza centrípeta, por lo que $G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, de donde se deduce que $v^2 = \frac{GM_T}{r}$; $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}}{6{,}87\cdot 10^6}} = 7,61 \cdot 10^3(\frac{m}{s})$. El periodo de revolución es el tiempo invertido por el satélite en una vuelta completa:
$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot 6{,}87\cdot 10^6}{7{,}61\cdot 10^3} = 5,67 \cdot 10^3(s) = 1,58(h)$.

[c] El satélite evoluciona en el campo gravitatorio terrestre, que es un campo conservativo; por lo tanto, la energía mecánica en el punto de lanzamiento es igual a la energía mecánica en la órbita circular: $E_c - G\frac{M_T m}{R_T} = -\frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r}$, donde E_c es la energía necesaria para poner el satélite en órbita. Se deduce que:
$E_c = GM_T m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right) = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 250\left(\frac{1}{6{,}37\cdot 10^6} - \frac{1}{2\cdot 6{,}87\cdot 10^6}\right) = 8,16 \cdot 10^9(J)$.

❧ Opción A. Ejercicio 3

[a] Enuncie y explique las *leyes de Faraday y Lenz* sobre inducción electromagnética. *(1 punto)*

Un alambre conductor se dobla en forma de U, con sus lados paralelos separados una distancia d = 20 cm. Sobre estos lados se apoya una varilla conductora, formando un circuito rectangular por el que puede circular corriente eléctrica. Existe un campo magnético uniforme de intensidad B = 0,20 T perpendicular al plano del circuito y, en la figura, dirigido hacia adentro. La varilla se mueve con velocidad uniforme v = 0,50 m·s^{-1}, como indica la figura.



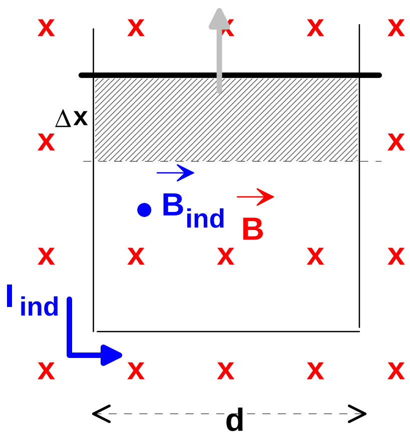
[b] Calcule la f.e.m. inducida en el circuito. *(1 punto)*

[c] ¿En qué sentido circula corriente por la varilla? Razone su respuesta. *(0,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Para aplicar la ley de Faraday-Lenz vamos a seguir dos pasos: por un lado, calcularemos el valor absoluto de la fuerza electromotriz; por otro lado, deduciremos el sentido de la corriente inducida en la espira rectangular.
En un intervalo de tiempo Δt, el lado móvil se ha desplazado una distancia Δx = v Δt hacia arriba, por lo que el flujo magnético ha aumentado, cumpliéndose que: $\Delta\phi_B = v\Delta t dB$.
La fuerza electromotriz inducida es, en valor absoluto, $\varepsilon = \frac{|\Delta\phi_B|}{\Delta t} = vdB = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,02(V)$.



[c] El flujo magnético a través de la espira, mientras dura el movimiento de la varilla, está aumentando, por hacerlo la superficie; el sistema reacciona contra este aumento creando su propio campo magnético, antiparalelo al campo magnético exterior, para compensar ese aumento. La figura muestra el campo magnético inducido y el correspondiente sentido de la corriente inducida.

Opción A. Ejercicio 4

[a] Escriba la ecuación de *De Broglie*. Comente su significado físico. *(1 punto)*

[b] Dos partículas poseen la misma energía cinética. Determine la relación entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas, si la relación entre sus masas es $m_1 = 20\, m_2$. *(1 punto)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] La longitud de onda de De Broglie asociada a una partícula de momento lineal p está dada por: $\lambda = \frac{h}{p}$; por otro lado, como la energía cinética en función del momento lineal es: $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$, se deduce que: $p = \sqrt{2mE_c}$; al llevar este resultado a la primera expresión queda: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}}$. Para las dos partículas, teniendo en cuenta que tienen la misma energía cinética, se cumple, entonces:

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_1E_c}}$$
$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{2m_2E_c}}$$

; al dividir la segunda por la primera queda: $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

☙ Opción B. Ejercicio 1

[a] La intensidad del sonido puede medirse en decibelios (dB). Explique en qué consiste la *escala decibélica de intensidad acústica* (o *sonoridad*). ¿En qué consisten los conceptos de umbral de audición y umbral del dolor? *(1,5 puntos)*

[b] Dos sonidos tienen niveles de intensidad acústica de 80 dB y 40 dB, respectivamente. Calcule cuál será la relación entre sus intensidades. *(1 punto)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] El nivel de intensidad sonora β (también llamado *escala decibélica de intensidad acústica* o *sonoridad*) está ligado con la intensidad del sonido I mediante la expresión: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_o}$, donde I_o es el umbral de intensidad. Por la definición de logaritmo podemos escribir que $\frac{I}{I_o} = 10^{\beta/10}$; $I = I_o \cdot 10^{\beta/10}$. Al aplicar esta expresión a los dos sonidos citados, queda:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_o \cdot 10^8 \\ I_2 &= I_o \cdot 10^4 \end{aligned}$$

; al dividir la primera por la segunda se obtiene la relación pedida: $\frac{I_1}{I_2} = 10^4$.

☙ Opción B. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique las *Leyes de Kepler*. *(1 punto)*

[b] Las órbitas de dos de los planetas de la estrella Cervantes(1), llamados Quijote y Sancho, tienen radios de 1,54 U.A. y 0,93 U.A. respectivamente. Quijote tarda 646 días en dar una vuelta alrededor de Cervantes. Calcule el periodo orbital de Sancho. *(1 punto)*

[c] Obtenga la relación entre las velocidades orbitales de Quijote y Sancho. *(1 punto)*

(1) En diciembre de 2015 la Unión Astronómica Internacional, tras una votación popular, bautizó a la estrella µArae con el nombre de Cervantes. Alrededor de ella orbitan los planetas Dulcinea, Quijote, Sancho y Rocinante.

Respuesta

[a] Véase un libro de Física.

[b] Se ha de cumplir para los planetas la 3ª ley de Kepler: los cuadrados de los periodos son proporcionales a los cubos de las distancias medias de los planetas a la estrella, esto es, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Quijote} = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Sancho}$, que se puede escribir: $\left[\frac{T_Q}{T_S}\right]^2 = \left[\frac{r_Q}{r_S}\right]^3$; $T_S = T_Q\left[\frac{r_S}{r_Q}\right]^{3/2}$;

$$T_S = 646(días)\left[\frac{0{,}93(UA)}{1{,}54(UA)}\right]^{3/2} = 303(días).$$

[c] Los planetas evolucionan por la acción de la fuerza de atracción gravitatoria de Cervantes; esta fuerza se comporta como fuerza centrípeta, por lo que, al aplicar la 2ª ley de Newton al movimiento de un planeta, queda: $G\frac{M_C M_P}{r^2} = M_P \frac{v^2}{r}$; de donde se deduce que $v = \sqrt{G\frac{M_C}{r}}$. Al aplicar esta expresión a los dos planeta queda: $v_Q = \sqrt{G\frac{M_C}{r_Q}}$ y $v_S = \sqrt{G\frac{M_C}{r_S}}$: dividiendo estas igualdades miembro a miembro se obtiene: $\frac{v_Q}{v_S} = \sqrt{\frac{r_S}{r_Q}} = \sqrt{\frac{0{,}93}{1{,}54}} = 0,78$.

Opción B. Ejercicio 3

[a] Explique el concepto de *potencial eléctrico*. ¿Cuál es el potencial eléctrico creado por una carga *Q* a una distancia *r* de la misma? *(1 punto)*.

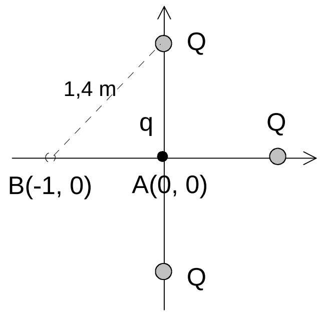
[b] Colocamos tres cargas iguales de valor Q = 2 μC en los puntos (1, 0), (0, -1) y (0, 1) m. ¿Cuál es el trabajo necesario para trasladar una carga eléctrica puntual *q* = 1 μC desde el punto (0, 0) al punto (-1, 0) m? *(1 punto)*

DATOS: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 C^{-2};\ 1\mu C = 10^{-6} C.$

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] El trabajo realizado por el campo es igual a la disminución de la energía potencial eléctrica, es decir,
$W_{A\to B} = -\Delta U = -[U(B) - U(A)] = -q[V(B) - V(A)]$.



Potencial eléctrico en el punto A
$V(A) = 9 \cdot 10^9 \cdot 3\frac{2\cdot 10^{-6}}{1} = 5,4 \cdot 10^4 (V)$
Potencial eléctrico en el punto B
$V(B) = 9 \cdot 10^9 \left(2\frac{2\cdot 10^{-6}}{1,4} + \frac{2\cdot 10^{-6}}{2}\right) = 3,47 \cdot 10^4 (V)$

El trabajo es, entonces,
$W_{A\to B} = -1 \cdot 10^{-6}(3,47 \cdot 10^4 - 5,4 \cdot 10^4) = 1,93 \cdot 10^{-5} (J)$.
El trabajo es positivo, lo que indica que ha sido realizado por las fuerzas del campo. Además, vemos que la carga se ha movido espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes.

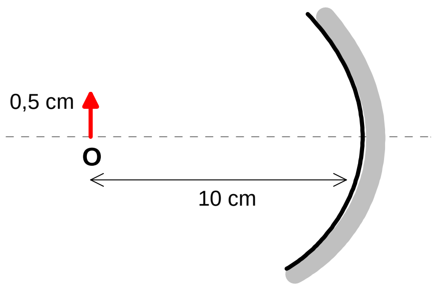
☙ Opción B. Ejercicio 4

Un espejo de aumento es un espejo esférico cóncavo que se utiliza para obtener una imagen virtual y aumentada de los objetos. Cuando colocamos un objeto de 0,5 m de altura a 10 cm del espejo, produce una imagen virtual a 20 cm del espejo.

[a] ¿Qué tamaño tendrá la imagen? *(0,5 punto)*

[b] Calcule el radio de curvatura del espejo. *(1 punto)*

[c] Dibuje el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita. *(1 punto)*



Respuesta

[a] La posición del objeto es: *s = -10 cm* y la posición de la imagen: *s' = 20 cm*, ya que la imagen es virtual. Por otro lado, se cumple que :$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$; por lo que el tamaño de la imagen es: $y' = -\frac{s' \cdot y}{s} = -\frac{20 \cdot 0{,}5}{-10} = 1(cm)$. La imagen es virtual, derecha y mayor.

[b] La ecuación fundamental de los espejos esféricos es: $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$. En este caso, $\frac{1}{20} + \frac{1}{-10} = \frac{2}{R}$; $\frac{2}{R} = -\frac{1}{20}$; $R = -40(cm)$.

[c] Recuerda que la distancia focal del espejo vale -20 cm.