ⅽ Opción A. Ejercicio 1

[a] ¿En qué consiste el fenómeno de la *reflexión total* de una onda? ¿Qué circunstancias deben cumplirse para que ocurra? Defina el concepto de *ángulo límite. (1 punto)*

[b] Una onda sonora que se propaga por el aire incide sobre la superficie plana del vidrio de una ventana. Calcule el ángulo de incidencia a partir del cual se producirá la reflexión total del sonido. *(1 punto)*

[c] Calcule las longitudes de onda en el aire y en el vidrio de un sonido de 1 kHz de frecuencia. *(0,5 puntos)*

DATOS: Velocidad del sonido: en el aire, v_{aire} = 340 m/s; en el vidrio, v_{vidrio} = 5770 m/s.

Respuesta

[a] Consulta el libro de texto.

[b] Aunque se puede calcular los índices de refracción, vamos a utilizar la expresión de la ley de Snell que relaciona las velocidades de los dos medios, esto es, $\frac{v_a}{sen\,\theta_i} = \frac{v_v}{sen\,\theta_r}$. Se produce reflexión total a partir del ángulo límite, que es el ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción vale 90º. Se cumple, entonces, que $\frac{v_a}{sen\,(\theta_i)_{\lim}} = \frac{v_v}{1}$, de donde se deduce que $sen\,(\theta_i)_{\lim} = \frac{v_a}{v_v} = \frac{340}{5770} = 0,059$; el ángulo de incidencia buscado es: $(\theta_i)_{\lim} = 3,38^o$.

[c] Cuando la onda sonora cambia de medio, su frecuencia permanece invariable. Como la velocidad de la onda depende del medio, lo que sucede es que se modifica la longitud de onda. En efecto, $\lambda_{aire} = \frac{v_a}{f} = \frac{340\,(m/s)}{1000\,(Hz)} = 0,34$ m; $\lambda_{vidrio} = \frac{v_v}{f} = \frac{5770\,(m/s)}{1000\,(Hz)} = 5,77\,m$.

ⅽ Opción A. Ejercicio 2

[a] Enuncie las *Leyes de Kepler*. Demuestre la tercera en el caso particular de órbitas circulares. *(1,5 puntos)*

[b] Las órbitas de dos de los satélites de Júpiter, llamados Europa e Ío, tienen radios de 671100 y 421800 km respectivamente. Europa tarda 3,55 días en dar una vuelta alrededor del planeta. Calcule el periodo orbital de Ío. *(1 punto)*

Respuesta

[a] Para las leyes de Kepler, véase el libro de Física. Las leyes de Kepler son leyes experimentales que, de hecho, se utilizan para deducir la ley de Gravitación Universal. Aquí lo que se puede hacer es comprobar, como no podía ser de otra manera, que la ley de Gravitación Universal es conforme con la tercera ley de Kepler.
La fuerza gravitatoria que actúa sobre el planeta se comporta como fuerza centrípeta, esto es, $F_G = ma_c$; $G\frac{M_S m}{r^2} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$; simplificando la masa m y reordenando los términos se llega a: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$, expresión matemática que corresponde a la tercera ley de Kepler.

[b] Se ha de cumplir para los satélites la 3ª ley de Kepler: los cuadrados de los periodos son proporcionales a los cubos de las distancias medias de los satélites al planeta, esto es, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Europa} = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Ío}$, que se puede escribir: $\left[\frac{T_{Ío}}{T_E}\right]^2 = \left[\frac{r_{Ío}}{r_E}\right]^3$; $T_{Ío} = T_E\left[\frac{r_{Ío}}{r_E}\right]^{3/2}$;
$T_{Ío} = 3,55(días)\left[\frac{421800(km)}{671100(km)}\right]^{3/2} = 1,77(días)$.

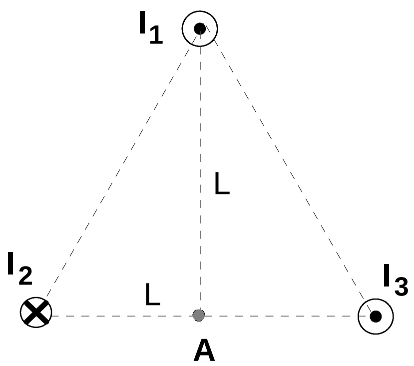
☙ Opción A. Ejercicio 3

Tres conductores rectilíneos, paralelos y muy largos, colocados en los vértices de un triángulo isósceles de base y altura L = 10 cm, transportan corrientes I_1 = 10 A e I_3 = 5 A, del mismo sentido, e I_2 = 5 A de sentido contrario.

[a] Dibuje en un esquema el campo magnético producido por cada uno de los conductores en el punto A. *(1,5 puntos)*

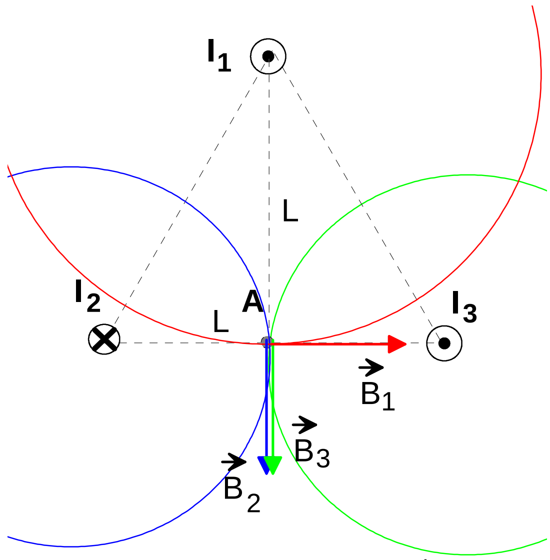
[b] Calcule la intensidad del campo total en dicho punto e indique su dirección y sentido. *(1 punto)*

DATO: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *m kg C*$^{-2}$.



Respuesta

[a] Las líneas de fuerza asociadas al campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida son circunferencias concéntricas -con centro en el conductor- situadas en planos perpendiculares al mismo. El vector intensidad del campo magnético es tangente en cada punto a las citadas líneas de fuerza. La figura muestra las líneas de fuerza, para cada uno de los conductores, en el plano del dibujo. Asimismo, se ha trazado los correspondientes vectores intensidad del campo magnético en el punto A.



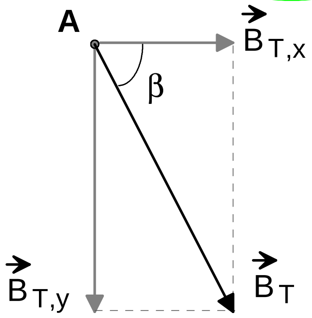
[b] Calculamos, en primer lugar, los módulos de las intensidades del campo magnético:

$B_1 = 2 \cdot 10^{-7} \frac{10}{0,1} = 2 \cdot 10^{-5}(T)$

$B_2 = B_3 = 2 \cdot 10^{-7} \frac{5}{0,05} = 2 \cdot 10^{-5}(T)$

La intensidad del campo magnético resultante en el punto A tiene las siguientes componentes: $\begin{cases} (B_T)_x = 2 \cdot 10^{-5}(T) \\ (B_T)_y = 4 \cdot 10^{-5}(T) \end{cases}$, por lo que su módulo es:

$B_T = 10^{-5}\sqrt{4+16} = 4,47 \cdot 10^{-5}(T)$ y su dirección y sentido está dado por el ángulo β, de modo que $tg\,\beta = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-5}} = 2;\ \beta = 63,4^o$.



☙ Opción A. Ejercicio 4

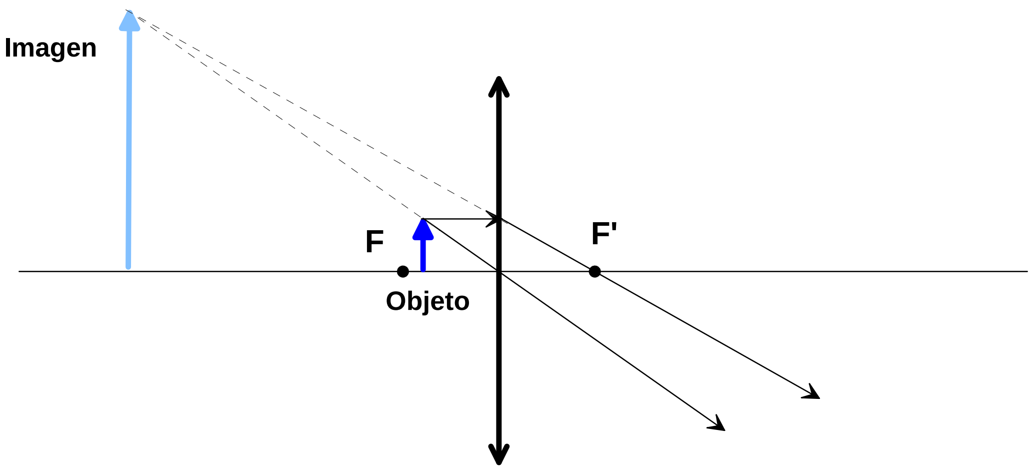
[a] Explique cuál debe ser la posición de un objeto respecto a una lente delgada convergente para obtener una imagen virtual y derecha. Justifíquelo gráficamente mediante un trazado de rayos. *(1 punto)*

[b] Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 8 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal. Determine la posición, tamaño y tipo (real o virtual) de la imagen formada. *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] El objeto debe estar colocado entre la lente y el foco objeto, tal como se podrá comprobar en el apartado siguiente.

[b] La ecuación fundamental de las lentes delgadas establece que: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; $\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s}$. Para el objeto tenemos que: $\frac{1}{s'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{8} = \frac{4-5}{40} = \frac{-1}{40}$; la posición de la imagen es -40 cm; se trata de una imagen virtual. El aumento lateral vale: $M_L = \frac{s'}{s} = \frac{-40}{-8} = 5$; así que la imagen mide y' = $M_l \cdot y = 5 \cdot 1 = 5$ cm.



Opción B. Ejercicio 1

Una masa *m* oscila sujeta al extremo de un muelle horizontal de constante elástica K = 50 N/m con un periodo de oscilación T = 4 s.

[a] Calcule la masa *m*. *(0,5 puntos)*

[b] Calcule la amplitud máxima A para que la aceleración de la masa no supere a_{max} = 2 m/s^2. Calcule la velocidad máxima para dicha amplitud. *(1 punto)*

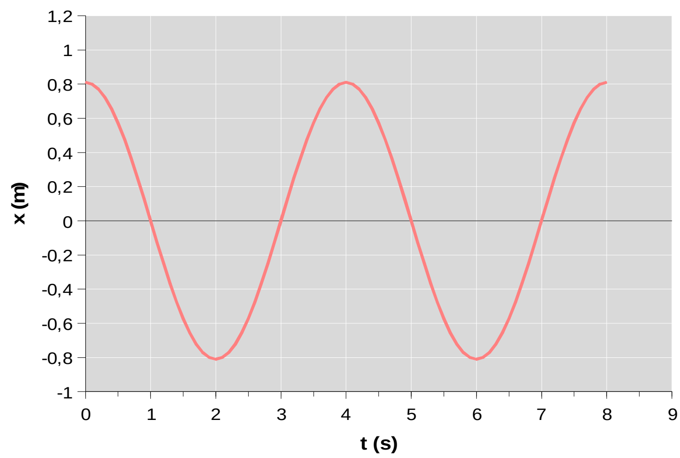
[c] En t = 0 la masa *m* se separa una distancia x_o = A hacia la derecha y se suelta con velocidad nula. Escriba la ecuación de la posición de *m* en función del tiempo en unidades S.I. Represéntela gráficamente para dos periodos de oscilación. *(1 punto)*

Respuesta

[a] La constante elástica del muelle y la frecuencia angular son proporcionales, de acuerdo con la expresión: $k = m\omega^2$; como $\omega = \frac{2\pi}{T}$, se puede escribir: $m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{k \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{50 \cdot 16}{4\pi^2} = 20,3(kg)$.

[b] En el movimiento armónico simple se cumple que la aceleración es proporcional a la elongación de acuerdo con la expresión: $a = -\omega^2 x$. El valor máximo de la aceleración es, entonces, $a_{\max} = \omega^2 A$, de donde se deduce que $A = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \frac{2}{\omega^2}$. Por otro lado, como la frecuencia angular es $\omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}(\frac{rad}{s})$, tenemos que $A = \frac{8}{\pi^2} = 0,81(m)$.
La velocidad máxima se calcula mediante $v_{\max} = A\omega = 0,405\pi = 1,27(\frac{m}{s})$.

[c] La ecuación de la posición es del tipo: $x = A\ sen(\omega t + \phi)$. Hay que calcular la fase inicial ϕ; por la condiciones iniciales, se debe cumplir que $A = A\ sen\ \phi$; $sen\ \phi = 1$; $\phi = \frac{\pi}{2}(rad)$. La ecuación de posición es, entonces, $x = 0,81\ sen(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})(m)$. Su representación gráfica se muestra a continuación:



Opción B. Ejercicio 2

[a] Explique el concepto de *energía potencial gravitatoria*. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa *m* situada a una distancia *r* de otra partícula de masa *M*? *(1 punto)*

[b] Un meteorito se dirige hacia la Tierra. A una altura $h = 3R_T$ sobre la superficie de la Tierra la velocidad del meteorito es $v_o = 600$ m/s. Calcule su velocidad cuando choca con la superficie terrestre. *(1 punto)*

DATOS: Constante de gravitación universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Nm²kg⁻²; radio de la Tierra, $R_T = 6{,}38\cdot10^{6}$ m; masa de la Tierra, $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg.

Respuesta

[a] Véase un libro de Física. La energía potencial gravitatoria se calcula mediante: $E_p = -G\frac{Mm}{r}$ que corresponde a la elección del infinito como nivel de referencia.

[b] El meteorito evoluciona en un campo conservativo, por lo que su energía mecánica permanece constante. En la posición inicial, $r = R_T + 3R_T = 4R_T$; mientras que en la posición final, $r = R_T$. Se tiene entonces que $E_{M,inicial} = E_{M,final}$;
$-G\frac{M_T m}{4R_T} + \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_T m}{R_T}$; al simplificar la masa del meteorito m y al multiplicar por dos, se llega a $v_o^2 - \frac{GM_T}{2R_T} = v^2 - \frac{2GM_T}{R_T}$; $v^2 = v_o^2 + \frac{GM_T}{R_T}(2 - \frac{1}{2})$; $v^2 = v_o^2 + \frac{3GM_T}{2R_T}$;finalmente,
$v^2 = 600^2 + \frac{3\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}}{2\cdot6.38\cdot10^{6}} = 9,4\cdot10^7$; $v = 9,69\cdot10^3(\frac{m}{s})$.

Opción B. Ejercicio 3

[a] Escriba y comente la *Ley de Coulomb*. *(1 punto)*

[b] Dos partículas con carga Q_1 = 2 µC Q_2 = 3 µC están situadas a una distancia r = 10 cm. Colocamos una carga q = 1 µC entre Q_1 y Q_2, sobre la línea que une sus centros, de forma que esté en equilibrio. Calcule a qué distancia de Q_1 tenemos que situarla. *(1,5 puntos)*

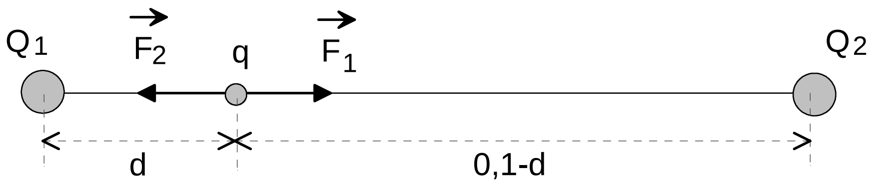
[c] Explique qué movimiento realizará la carga q si la separamos ligeramente de su posición de equilibrio, acercándola hacia la carga Q_1. *(0,5 puntos)*

DATOS: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 C^{-2};\ 1\mu C = 10^{-6} C.$

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] La figura muestra la disposición de las tres cargas. Para alcanzar el equilibrio la carga q debe colocarse más cerca de la carga menor. Sea d la distancia pedida.



La carga q es repelida por las otras dos, cumpliéndose que los módulos de dichas fuerzas son iguales: $F_1 = F_2$; al aplicar la ley de Coulomb podemos escribir: $K\frac{Q_1 q}{d^2} = K\frac{Q_2 q}{(0,1-d)^2}$; si se divide todo por K y por q se llega a: $\left(\frac{0,1-d}{d}\right)^2 = \frac{Q_2}{Q_1} = 1,5$. Al extraer la raíz cuadrada queda: $\frac{0,1-d}{d} = 1,22$; 0,1 = 2,22d; d = 0,045 m.

[c] Al acercar la carga q hacia la carga Q_1, el módulo de la fuerza F_1 aumenta -disminuye la distancia- al tiempo que el módulo de la fuerza F_2 disminuye -aumenta la distancia-. En consecuencia, aparece sobre la carga q una fuerza neta hacia la derecha que la hace moverse inicialmente hacia la derecha. Una vez superada la posición de equilibrio, el módulo de la fuerza F_1 disminuye -aumenta la distancia- al tiempo que el módulo de la fuerza F_2 aumenta -disminuye la distancia-, por lo que aparece sobre la carga q una fuerza neta hacia la izquierda; como dicha carga está en movimiento, llegará un momento en que se detenga e inicie el viaje de vuelta. La situación se repite a la izquierda de la posición de equilibrio, por lo que el movimiento de la carga q será oscilatorio.

ଓ Opción B. Ejercicio 4

[a] Enuncie la hipótesis de De Broglie e indique de qué depende la longitud de onda asociada a una partícula. *(1 punto)*

[b] Un electrón que parte del reposo es acelerado mediante un campo eléctrico entre dos puntos con una diferencia de potencial $\Delta V = 10^3\ V$. Calcule la energía cinética que adquiere en eV. Calcule la velocidad final del electrón y su longitud de onda asociada *(1,5 puntos)*

DATOS: Carga del electrón, e = $1{,}60\cdot10^{-19}$ C; masa del electrón, m_e = $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; constante de Planck, h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ Js; 1 eV = $1{,}60\cdot10^{-19}$ J.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Por la definición de electronvoltio -energía cinética que adquiere un electrón cuando es acelerado mediante una diferencia de potencial de un voltio-, nuestro electrón adquiere la energía cinética $E_c = 10^3\ eV$. Para calcular la velocidad final de electrón expresamos la energía cinética en el SI: $E_c = 10^3(eV)\cdot\frac{1{,}60\cdot10^{-19}(J)}{1(eV)} = 1,60\cdot10^{-16}\ J$. Por otro lado,
$E_c = \frac{1}{2}m_e v^2$ y $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{3{,}2\cdot10^{-16}}{9{,}1\cdot10^{-31}}} = 1,88\cdot10^7\ \frac{m}{s}$.
Finalmente, la longitud de onda de De Broglie asociada al electrón es:
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot1{,}88\cdot10^7} = 3,88\cdot10^{-11}\ m$.