## Opción A. Ejercicio 1

Un bloque de 50 g, está unido a un muelle de constante elástica 35 N/m y oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 4 cm. Cuando el bloque se encuentra a 1 cm a la derecha de su posición de equilibrio, calcule:

[a] La fuerza ejercida sobre el bloque. *(0,5 puntos)*

[b] La aceleración del bloque. *(0,5 puntos)*

[c] La energía potencial elástica, la energía cinética y la energía total del sistema. *(1,5 puntos)*

## Respuesta

[a] Se cumple que la fuerza ejercida sobre el bloque es proporcional, y de sentido contrario, a la elongación, esto es, $F = -k \cdot x = -35[\frac{N}{m}] \cdot 0,01(m) = -0,35(N)$. El signo “-” indica que la fuerza está dirigida hacia la izquierda.

[b] Por la 2ª ley de Newton, $F = m \cdot a$; de donde se deduce que: $a = \frac{F}{m} = \frac{-0,35(N)}{0,05(kg)} = -7\left(\frac{m}{s^2}\right)$. La aceleración también está dirigida hacia la izquierda.

[c] Energía potencial elástica: $E_p = \frac{1}{2}k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 35(\frac{N}{m}) \cdot 0,01^2(m)^2 = 1,75 \cdot 10^{-3}(J)$.
Para el cálculo de la energía cinética se utiliza la expresión de la misma dependiente de la elongación:
$E_c = \frac{1}{2}k \cdot (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \cdot 35(\frac{N}{m}) \cdot (0,04^2(m^2) - 0,01^2(m^2)) = 2,63 \cdot 10^{-2}(J)$
Puede comprobarse que la suma se ambas ($2,81 \cdot 10^{-3}$ J) coincide con la energía total del sistema: $E_m = \frac{1}{2}k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 35(\frac{N}{m}) \cdot 0,04^2(m^2) = 2,80 \cdot 10^{-2}(J)$.

## Opción A. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique la *ley de gravitación universal*. *(1 punto)*

La luz solar tarda 8,31 minutos en llegar a la Tierra y 6,01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas que describen ambos planetas alrededor del Sol son circulares, determine:

[b] El periodo orbital de Venus en torno al Sol. *(1 punto)*

[c] La velocidad con la que se desplaza Venus en su órbita. *(0,5 puntos)*

*DATOS: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; periodo orbital de la Tierra alrededor del Sol, $T_T$ = 365,25 días.*

## Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] En primer lugar, calculamos las distancias que hay entre la superficie del Sol y la superficie de los citados planetas; para la Tierra, esa distancia es:

$$d_T = 8,31(\text{min}) \cdot 60(\tfrac{s}{\text{min}}) \cdot 3 \cdot 10^8(\tfrac{m}{s}) = 1,50 \cdot 10^{11}(m)$$

De manera análoga, para el caso de Venus tenemos:

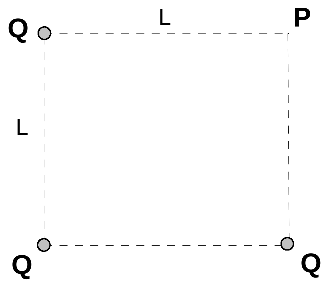
$$d_V = 6,01(\text{min}) \cdot 60(\tfrac{s}{\text{min}}) \cdot 3 \cdot 10^8(\tfrac{m}{s}) = 1,08 \cdot 10^{11}(m)$$

Estas distancias, estrictamente hablando, no coinciden con los radios de las órbitas de los planetas, pues habría que añadirles los radios del Sol y de cada uno de los planetas; sin embargo, dichas magnitudes son millones de veces más pequeñas que las distancias calculadas; en consecuencia, tomaremos las citadas distancias como radios de las órbitas planetarias.

Para determinar el periodo orbital de Venus lo más sencillo es utilizar la 3ª ley de Kepler: $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Tierra} = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Venus}$; $\left[\frac{T_V}{T_T}\right]^2 = [\frac{r_V}{r_T}]^3$; $T_V = [\frac{r_V}{r_T}]^{\frac{3}{2}} \cdot T_T$; al sustituir los valores anteriores, queda: $T_V = \left[\frac{1,08 \cdot 10^{11}}{1,50 \cdot 10^{11}}\right]^{\frac{3}{2}} \cdot 365,25(días) = 223,15(días)$.

[c] Dado que el movimiento de Venus, respecto al Sol, es un movimiento circular y uniforme, se cumple que: $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1,08 \cdot 10^{11}(m)}{1,93 \cdot 10^7(s)} = 3,52 \cdot 10^4(\frac{m}{s})$. Nótese que el periodo de Venus se ha expresado en segundos.

## Opción A. Ejercicio 3




[a] Explique el concepto de *potencial eléctrico*. ¿Cuál es el potencial eléctrico creado por una carga *Q* a una distancia *r* de la misma? ¿Y el creado por un conjunto de cargas? *(1,5 puntos)*

[b] Colocamos tres cargas iguales Q = 2 μC en tres vértices de un cuadrado de lado L = 2 m, como muestra la figura. Determine el trabajo necesario para trasladar una carga eléctrica puntual q = 1 μC desde el centro del cuadrado al punto P situado en el vértice libre. *(1 punto)*

*DATOS:* $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$, *1 μC = $10^{-6}$ C.*

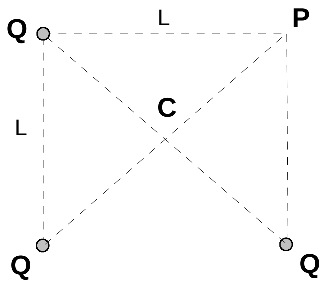
## Respuesta

[a] Véase y estúdiese el libro de Física.

[b] El trabajo realizado por las fuerzas del campo eléctrico, al tratarse de un campo conservativo, es igual, con signo "-", a la variación de la energía potencial, esto es, $W_{C \to P} = -\Delta E_p = -\left[E_p(P) - E_p(C)\right]$. Por otro lado, la energía potencial eléctrica de una carga en un punto de un campo eléctrico es igual al producto de la carga por el potencial eléctrico en dicho punto, con lo que la expresión anterior se escribe:

$W_{C \to P} = -q \cdot [V(P) - V(C)]$.

El paso siguiente es calcular los valores del potencial eléctrico total en los puntos C y P.




El punto C equidista de las tres cargas: se encuentra a una distancia igual a la mitad de la diagonal del cuadrado: $\frac{\sqrt{2}\,L}{2}$. El potencial eléctrico total en el punto C es la suma de tres potenciales iguales: $V(C) = 3 \cdot k\frac{Q}{\frac{\sqrt{2}\,L}{2}} = 3\sqrt{2}\,k\frac{Q}{L}$;

$V(C) = 3\sqrt{2} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} = 27\sqrt{2} \cdot 10^3(V) = 3,82 \cdot 10^4(V)$.

El punto P está a una distancia igual a L respecto a dos cargas y a una distancia igual a $\sqrt{2}\,L$ respecto a la otra carga. En consecuencia, el potencial eléctrico total en el punto P vale: $V(P) = 2 \cdot k\frac{Q}{L} + k\frac{Q}{\sqrt{2}\,L} = \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)k\frac{Q}{L}$;

$V(P) = \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} = 3,07 \cdot 10^4(V)$.

Finalmente, el trabajo pedido es: $W_{C \to P} = -10^{-6} \cdot (3,07 \cdot 10^4 - 3,82 \cdot 10^4) = 7,5 \cdot 10^{-3}(J)$.

Que el trabajo sea positivo significa que ha sido realizado por las fuerzas del campo, hecho que es coherente con una explicación basada en el dinámica del sistema: la fuerza neta que actúa sobre la carga q está dirigida según la diagonal en el sentido de C a P; al dejar en libertad dicha carga en el punto C se moverá espontáneamente hacia P.

## ☙ Opción A. Ejercicio 4

[a] Enuncie la hipótesis que propuso Planck a principios del s. XX para explicar el espectro de radiación del cuerpo negro. *(1 punto)*

[b] El espectro visible por el ojo humano abarca las longitudes de onda comprendidas entre 390 nm (violeta) y 740 nm (rojo). ¿A qué intervalo de frecuencias corresponde? ¿Qué intervalo de energías, en eV, tienen los fotones del espectro visible? *(1,5 puntos)*

*Datos: 1 eV = $1{,}60\cdot10^{-19}$ J; c = $3{,}00\cdot10^{8}$ m/s; h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ Js; 1 nm = $10^{-9}$ m.*

## Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

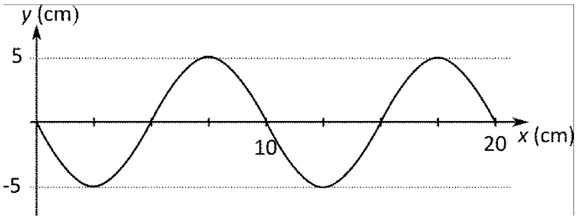
[b] La longitud de onda y la frecuencia están relacionadas con la velocidad de la radiación mediante la expresión: $f = \frac{c}{\lambda}$.
La frecuencia del violeta es, entonces: $f_V = \frac{3\cdot10^8}{3{,}9\cdot10^{-7}} = 7,69 \cdot 10^{14}(Hz)$.
La frecuencia del rojo vale: $f_R = \frac{3\cdot10^8}{7{,}4\cdot10^{-7}} = 4,05 \cdot 10^{14}(Hz)$.
El espectro visible para el ojo humano corresponde al intervalo de frecuencias comprendidas entre $4{,}05\cdot10^{14}$ Hz y $7{,}69\cdot10^{14}$ Hz.

La energía del fotón asociado a la radiación electromagnética se calcula mediante: $E = h \cdot f$, siendo $h$ la constante de Planck. Por lo tanto, la energía del fotón rojo es:
$E_R = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,05 \cdot 10^{14} = 2,69 \cdot 10^{-19}(J) \cdot \frac{1\ eV}{1{,}6\cdot10^{-19}(J)} = 1,68(eV)$, y la energía del fotón violeta vale: $E_V = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7,69 \cdot 10^{14} = 5,10 \cdot 10^{-19}(J) \cdot \frac{1\ eV}{1{,}6\cdot10^{-19}(J)} = 3,19(eV)$.
Las energías de los fotones del espectro visible pertenecen al intervalo que va de 1,68 eV a 3,19 eV.

NOTA: Después de varias décadas intentando que el alumnado aprenda los prefijos y los valores de los múltiplos y submúltiplos de las unidades, llegamos a que la Universidad los propone como un dato más. ¡Qué dura es la vida!

## ଓ Opción B. Ejercicio 1

Por una cuerda tensa se propaga, en el sentido positivo del eje X, una onda sinusoidal transversal. Los puntos de la cuerda oscilan con una frecuencia *f = 2 Hz*. En la gráfica se representa la posición de los puntos de la cuerda en el instante *t = 0*.




[a] Determine la amplitud de la onda, su longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. *(1 punto)*
[b] Calcule la máxima velocidad de oscilación trasversal de los puntos de la cuerda. *(0,5 puntos)*
[c] Escriba la función de onda correspondiente, en unidades S.I. *(1 punto)*

## Respuesta

[a] Si suponemos que la onda transversal se propaga en una cuerda, la gráfica representa el perfil de la onda; podemos imaginar que se trata de una fotografía hecha a la cuerda en el instante t = 0. En consecuencia, la amplitud de la onda -máxima separación de la posición de equilibrio- es A = 0,05 m, la longitud de onda -distancia entre dos puntos en el mismo estado de vibración- está dada por $\lambda = 0,10(m)$ y velocidad de propagación se calcula mediante: $v = \lambda \cdot f = 0,10(m) \cdot 2(Hz) = 0,20(\frac{m}{s})$.

[b] Se sabe que $|v_{t,máxima}| = A \cdot \omega = A \cdot 2\pi f$; en este caso, $|v_{t,máxima}| = 0,05 \cdot 2\pi \cdot 2 = 0,63(\frac{m}{s})$.

[c] La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\, sen(\omega t - kx + \phi_o)$. Hemos de calcular, dado que se conocen la amplitud y la frecuencia angular, los valores del número de ondas $k$ y de la fase inicial $\phi_o$. Tenemos que $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,10} = 20\pi(m^{-1})$. Por otro lado, de las condiciones iniciales: si . Esta ecuación trigonométrica tiene muchas soluciones: $\phi_o = 0, \pi, 2\pi, ...$; por eso hay que tomar la que sea coherente con la gráfica del perfil de onda. Se puede comprobar fácilmente que la solución correcta es: $\phi_o = 0$. En consecuencia, la onda está descrita por la expresión: $y(x,t) = 0,05\, sen(4\pi t - 20\pi x)\ (m)$.

## Opción B. Ejercicio 2

[a] *Momento angular de una partícula respecto de un punto*: definición; teorema de conservación. *(1 punto)*

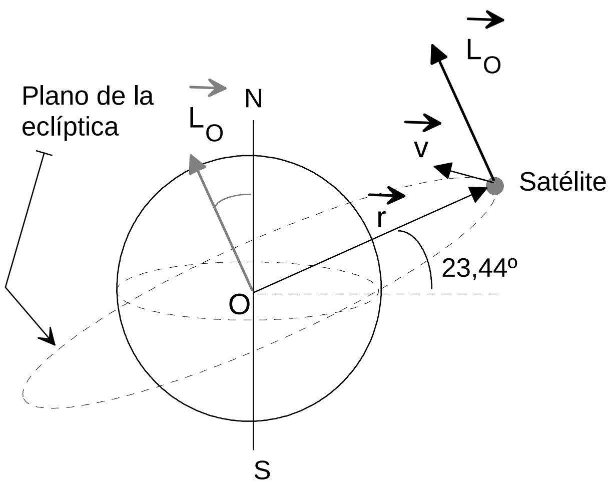
[b] Un satélite artificial de masa $m$ = 500 kg describe una órbita circular en torno a la Tierra, a una altura $h$ = 600 km sobre su superficie. Calcule el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. Si la órbita del satélite está en el plano de la eclíptica(1), ¿qué ángulo formará el vector momento angular $\vec{L}$ con el eje de rotación de la Tierra? ¿Es $\vec{L}$ un vector constante? Razone por qué.

(1) La eclíptica es el plano que contiene la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol.

*DATOS: Constante de gravitación universal, G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ $Nm^2kg^{-2}$; masa de la Tierra, $M_T$ = $5{,}97\cdot10^{24}$ kg; radio de la Tierra, $R_T$ = $6{,}38\cdot10^{6}$ m; inclinación del plano ecuatorial respecto al plano de la eclíptica $\theta = 23{,}44^o$.*

## Respuesta

[a] Véase un libro de Física. Para justificar el teorema de conservación tienes que deducir la expresión matemática de la variación temporal del momento angular y, seguidamente, imponer las condiciones pertinentes.




[b] El módulo del momento angular de la estación respecto al punto O se calcula mediante: $L_O = rmv$, ya que el vector de posición es perpendicular al vector velocidad. En este caso, $r = 6,38\cdot10^6 + 0,6\cdot10^6 = 6,98\cdot10^6 (m)$. Además, la rapidez orbital se obtiene de $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}}{6{,}98\cdot10^6}} = 7,55\cdot10^3 (\frac{m}{s})$. Llevando estos resultados a la primera ecuación, se obtiene: $L_O = 5\cdot10^5\cdot6,98\cdot10^6\cdot7,55\cdot10^3 = 2,63\cdot10^{16}\left(\frac{kg\cdot m^2}{s}\right)$.

El vector momento angular $\vec{L}_O$ forma un ángulo de 23,44º con el eje de la Tierra. En la figura se observa que hay dos ángulos iguales porque tienen sus lados perpendiculares.

El satélite evoluciona sometido a la fuerza gravitatoria, que es una fuerza central, con lo que su momento respecto al punto O es cero y, en consecuencia, el momento angular $\vec{L}_O$ permanece constante.

## Opción B. Ejercicio 3

[a] Escriba la expresión de la *Fuerza de Lorentz* que actúa sobre una partícula de carga $q$ que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en una región donde hay un campo magnético $\vec{B}$. Explique las características de esta fuerza. (1 punto)

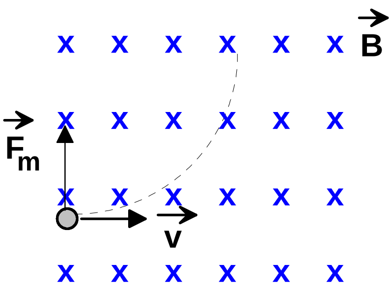
[b] Un acelerador de partículas dispone de una anillo de radio R = 100 m. En dicho anillo se inyectan protones con energía de 20 keV. Calcule el módulo del campo magnético $B$ perpendicular al plano del anillo necesario para que los protones giren en el mismo. *(1,5 puntos)*

*Datos: Carga del protón: e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; masa del protón $m_p$ = $1{,}67\cdot10^{-27}$ kg;*
*1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ J.*

## Respuesta

[a] La frase "fuerza de Lorentz" se utiliza cuando sobre una carga en movimiento actúan simultáneamente un campo eléctrico y un campo magnético. Por eso, es inadecuado utilizarla en este contexto. Con todo, la fuerza magnética sobre la partícula cargada en movimiento está dada por: $\vec{F}_m = q(\vec{v}\times\vec{B})$; se trata de un vector perpendicular al plano que determinan la velocidad y la intensidad del campo magnético y sentido dado por la regla del sacacorchos, teniendo en cuenta, además, el signo de la carga. El módulo de dicha fuerza se calcula mediante: $F_m = |q|vB\,sen(\theta)$, siendo el ángulo que forman los vectores y $\vec{B}$.

[b] Imagina que la figura adjunta representa una porción del anillo del acelerador. La fuerza magnética sobre la partícula cargada se comporta como fuerza centrípeta, describiendo la carga una trayectoria circular con movimiento uniforme. Se cumple, entonces, que: $q_p vB = m_p\frac{v^2}{R}$, expresión que nos permite calcular el módulo de la intensidad del campo magnético. Se deduce que $B = \frac{m_p v^2}{q_p vR} = \frac{m_p v}{q_p R}$.




Se necesita conocer ahora la rapidez del protón. De la expresión de la energía cinética, se obtiene: $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_p}}$.

La energía cinética en unidades del SI es: $E_c = 2\cdot10^4(eV)\cdot\frac{1{,}6\cdot10^{-19}(J)}{1(eV)} = 3{,}2\cdot10^{-15}(J)$. Por lo tanto, $v = \sqrt{\frac{2\cdot3{,}2\cdot10^{-15}}{1{,}67\cdot10^{-27}}} = 1{,}96\cdot10^6(\frac{m}{s})$. Finalmente, el valor de la magnitud pedida es: $B = \frac{1{,}67\cdot10^{-27}\cdot1{,}96\cdot10^6}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot100} = 2{,}05\cdot10^{-4}(T)$.

## ☙ Opción B. Ejercicio 4

[a] Explique qué es una lente convergente y una lente divergente. ¿Dónde están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas? *(1 punto)*

[b] Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal. Determine la posición, tamaño y tipo (real o virtual) de la imagen formada. Realice el trazado de rayos correspondiente para obtener la posición de la imagen. *(1,5 puntos)*

## Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] La ecuación fundamental de las lentes delgadas establece que: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; en nuestro caso, f' = 10 cm y s = -15 cm, así que: $\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{3-2}{30} = \frac{1}{30}$; la posición de la imagen es, entonces, s' = 30 cm.

El tamaño de la imagen se obtiene a partir del aumento lateral: $M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$, de donde se deduce que $y' = \frac{s'}{s} y = \frac{30}{-15} \cdot 1 = -2(cm)$; el signo "-" indica que la imagen es invertida, su tamaño es el doble del tamaño del objeto y, además, se trata de una imagen **real**, ya que está formada por los rayos, como se comprueba en el siguiente trazado.