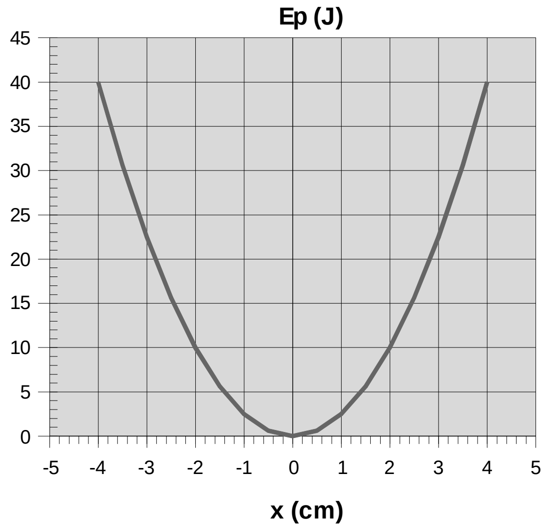
Opción A. Ejercicio 1

Una masa m unida a un muelle realiza un movimiento armónico simple. La figura representa su energía potencial en función de la elongación x. (*1 punto*)

[a] Represente la energía cinética y la energía total en función de x.

[b] Calcule la constante elástica del muelle. *(0,5 puntos)*

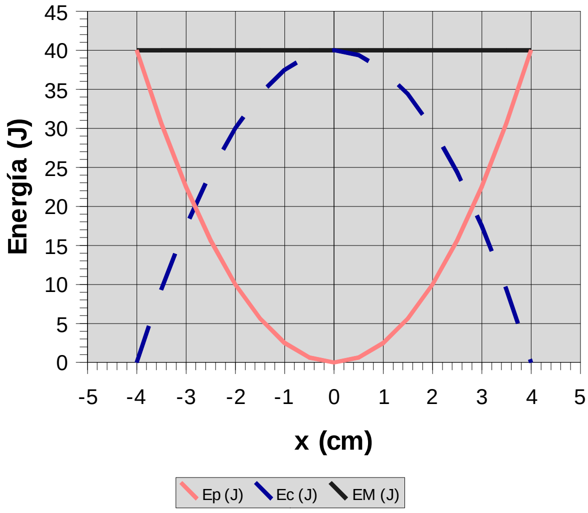
[c] Si la masa es m = 1 kg, calcule su velocidad máxima. ¿En qué posición x se alcanza esta velocidad? (*1 punto*)



Respuesta

[a] La energía potencial asociada a un oscilador armónico está dada por: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, expresión que corresponde a la siguiente función cuadrática: $E_p = Bx^2$; el valor de B se obtiene a partir de la gráfica, pues E_p = 40 J, cuando x = ±4cm y $B = \frac{40(J)}{0{,}04^2(m^2)} = 2{,}5 \cdot 10^4 (\frac{N}{m})$. La energía potencial es, entonces, $E_p = 2{,}5 \cdot 10^4 x^2$. Por otro lado, en los extremos de la trayectoria la energía cinética es nula y la energía mecánica coincide con la energía potencial: $E_M = 40(J)$. Además, teniendo en cuenta que la energía mecánica se conserva, la expresión matemática de la energía cinética es: $E_c = E_M - E_p = 40 - 2{,}5 \cdot 10^4 x^2 (J)$, función cuadrática cuya gráfica es una parábola con el vértice en x = 0.

Si se dispusiera de un programa de construcción de gráficas, se podría representar fácilmente las energías cinética y mecánica, como se ha hecho en la figura adyacente. En nuestro caso hay que conformarse con un trazado manual.



[b] En la discusión anterior, se ha visto que $B = \frac{1}{2}k$, por lo que $k = 2B = 5 \cdot 10^4 (\frac{N}{m})$.

[c] La rapidez máxima es alcanzada en la posición de equilibrio, por lo que: $E_p = \frac{1}{2}mv^2_{\max} = 40$; $v_{\max} = \sqrt{80} = 8{,}9(\frac{m}{s})$.

Opción A. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique la ley de gravitación universal. *(1 punto)*
El satélite *Astra 2C*, empleado para emitir señales de televisión, es un satélite en órbita circular geoestacionaria.
[b] Calcule la altura a la que órbita respecto de la superficie de la Tierra y la velocidad con que se mueve. *(1 punto)*
[c] Calcule la energía necesaria para llevar el *Astra 2C* desde la superficie de la Tierra hasta su órbita. (*0,5 puntos*)
[DATOS: Constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11} Nm²kg^{-2}; radio de la Tierra, R_T = 6,38·10^{6} m; masa de la Tierra, M_T = 5,97·10^{24} kg; masa del satélite Astra 2C, m = 6000 kg]

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

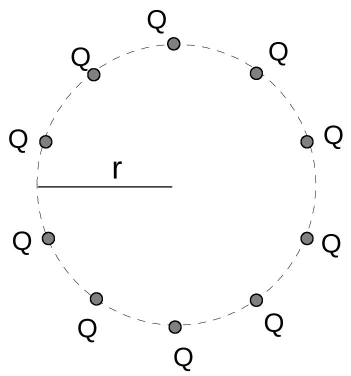
[b] La fuerza gravitatoria sobre el satélite en órbita circular alrededor de la Tierra se comporta como fuerza centrípeta, por lo que $G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$, de donde se deduce que $r^3 = \frac{GM_T}{4\pi^2}T^2$, es decir, $r = \sqrt[3]{\frac{GM_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}\cdot86400^2}{4\pi^2}} = 4,22\cdot10^7(m)$. Este es el radio de la órbita del satélite; la altura respecto a la superficie terrestre es: $h = r - R_T = 3,58\cdot10^7(m)$.
La rapidez orbital del satélite se calcula mediante: $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\cdot4{,}22\cdot10^7}{8{,}64\cdot10^4} = 3,07\cdot10^3(\frac{m}{s})$.

[c] Podemos suponer que se cumple la ley de conservación de la energía mecánica:
E_M (superficie terrestre) = E_M (órbita). En la superficie de la Tierra, el satélite tiene energía potencial, por lo que hay que comunicarle energía cinética; por otro lado, al ser la órbita circular, recuerda que existe una expresión matemática para la suma de las energías cinética y potencial. En consecuencia,
$E_{c,o} - G\frac{M_T m}{R_T} = -\frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r}$, $E_{c,o} = GM_T m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right) = 3,46\cdot10^{11}(J)$.

Opción A. Ejercicio 3

[a] Explique el concepto de potencial eléctrico. ¿Cuál es el potencial eléctrico creado por una carga *Q* a una distancia *r* de la misma? ¿Y el creado por un conjunto de cargas? *(1,5 puntos)*

[b] Un conjunto de diez cargas iguales Q = 5 μC se encuentran igualmente espaciadas a lo largo de una circunferencia de radio *r* = 1 m, tal como muestra la figura. Calcule el potencial eléctrico en el centro. ¿Cuál es el trabajo necesario para traer una carga *q* = 1 μC desde el infinito hasta el centro de la circunferencia? *(1 punto)*



{*DATOS:* $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$; $1\ \mu C = 10^{-6} C$}

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] En primer lugar, una consideración: toda la vida intentando que nuestros alumnos aprendan los prefijos de los múltiplos y submúltiplos de las unidades y en esta prueba se dan como dato. No se entiende.
El potencial eléctrico total en el centro C de la circunferencia es igual a diez veces el potencial eléctrico debido a una carga: $V_{C,Total} = 10V_{C,Q} = 10 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{1} = 4,5 \cdot 10^5 (V)$.
El campo eléctrico es conservativo, por lo que: $W_{\infty \to C} = -\Delta E_p = -q\Delta V = -q(V_C - V_\infty)$. El potencial eléctrico en el punto C, debido al sistema de diez cargas, ya ha sido calculado, mientras que el potencial eléctrico de dicho sistema en el infinito es nulo. El trabajo realizado sobre q es, entonces, $W_{\infty \to C} = -1 \cdot 10^{-6}(4,5 \cdot 10^5 - 0) = -0,45$ J. Al ser una magnitud negativa se concluye que ha sido realizado en contra de las fuerzas del campo eléctrico. Es necesario un agente exterior: pues las cargas positivas se mueven espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes (de C a ∞).

Opción A. Ejercicio 4

[a] Enuncie el principio de incertidumbre de Heisenberg y explique su significado físico. *(1 punto)*

[b] Se mide la posición de una partícula de masa m = 2·10^{-6} kg con una *exactitud* $\Delta x = 10^{-6} mm$. Calcule la indeterminación en el momento lineal. ¿Cuál es la indeterminación en la velocidad? (*1,5 puntos*)

DATO: h = 6,63·10^{-34} J.s

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] En los libros es posible encontrar más de una relación matemática, con ligeras variantes, asociada al principio de incertidumbre. Vamos a utilizar la siguiente: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$, donde Δx y Δp son la imprecisiones en las medidas de la posición y la cantidad de movimiento, repectivamente, y *h* la constante de Planck.

Se supone que el dato de corresponde a la imprecisión en la posición (¿por qué se le llama exactitud?). La imprecisión en el momento lineal es: $\Delta p \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x}$, esto es, $\Delta p \geq \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 10^{-9}}$; $\Delta p \geq 5{,}28 \cdot 10^{-26} \left(\frac{kg.m}{s}\right)$.

Por otro lado, al dividir los dos miembros de esta desigualdad por la masa *m*, se obtiene la imprecisión en la velocidad: $\Delta v \geq \frac{5{,}28 \cdot 10^{-26}}{2 \cdot 10^{-6}}$; $\Delta v \geq 2{,}64 \cdot 10^{-20} (\frac{m}{s})$.

☙ Opción B. Ejercicio 1

Por una cuerda tensa se propaga, en el sentido positivo del eje X, una onda sinusoidal transversal a una velocidad de 10 m/s. Los puntos de la cuerda oscilan con una frecuencia *f* = 2 Hz. En el instante t = 0, el punto de cuerda en x = 0 pasa por la posición de equilibrio con una velocidad de oscilación transversal positiva de 1 m/s.

[a] Calcule la amplitud de la onda y su fase inicial. *(1 punto)*
[b] Calcule la máxima velocidad de oscilación transversal de los puntos de la cuerda. *(0,5 puntos)*
[c] Escriba la función de onda correspondiente, en unidades S.I. *(1 punto)*

Respuesta

[a] La ecuación más general de una onda es del tipo: $y(x,t) = A \cdot sen(\omega t - kt + \varphi_o)$. De las condiciones iniciales: $\left.\begin{array}{l} t=0 \\ x=0 \end{array}\right\} y=0$ se deduce: $0 = A \cdot sen\ \varphi_o$; $sen\ \varphi_o = 0$; $\varphi_o = 0$, es decir, la fase inicial es nula. La ecuación de la velocidad transversal se obtiene derivando la ecuación anterior respecto al tiempo: $v_t(x,t) = A\omega \cdot \cos(\omega t - kx)$. La amplitud de la onda se obtiene de las condiciones iniciales: $\left.\begin{array}{l} t=0 \\ x=0 \end{array}\right\} v_t = 1(\frac{m}{s})$; $1 = A\omega$; $A = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2\pi f} = \frac{1}{4\pi} = 7,96 \cdot 10^{-2}(m)$.

[b] De la ecuación de la velocidad se deduce, dado que la función coseno está acotada entre -1 y 1, el valor máximo de la velocidad transversal, prescindiendo del signo, es $v_{t,\max} = A\omega$, cuyo valor es 1 m/s, evidentemente.

[c] Para escribir la función de onda, dado que se ha calculado la amplitud y la frecuencia angular, es preciso conocer el valor del número de onda *k*; se obtiene mediante: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{4\pi}{10} = 0,4\pi(m^{-1})$. Por lo tanto, la ecuación de la onda es:
$y(x,t) = 7,96 \cdot 10^{-2} \cdot sen(4\pi t - 0,4\pi x)(m)$.

☙ Opción B. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique las leyes de Kepler. *(1 punto)*
[b] Dos satélites artificiales S_1 y S_2 describen órbitas circulares alrededor de la Tierra con radios r_1 = 7000 km y r_2 = 8650 km, contenidas en el mismo plano. ¿Cuál es la relación T_1/T_2 entre los periodos orbitales de los satélites S_1 y S_2? ¿Cuál es la relación v_1/v_2 entre sus velocidades orbitales? ¿Y la relación a_1/a_2 entre sus aceleraciones? *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Se ha de cumplir para los satélites S_1 y S_2 la 3ª ley de Kepler: los cuadrados de los periodos son proporcionales a los cubos de las distancias medias -en este caso, los radios de las órbitas- de los satélites a la Tierra, esto es, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_1 = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_2$, que se puede escribir: $\left[\frac{T_I}{T_2}\right]^2 = [\frac{r_1}{r_2}]^3 = \frac{7000}{8650} = 0,809$; $\frac{T_1}{T_2} = 0,9$.
Para cada uno de los satélites, la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra se comporta como fuerza centrípeta, por lo que: $G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$; al simplificar queda: $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$. Se particulariza esta ecuación para cada uno de los satélites: $\left.\begin{array}{l} v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_1}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_2}} \end{array}\right\}$ y se divide una por otra, obteniéndose: $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} = \sqrt{\frac{8650}{7000}} = 1,11$.
La aceleración de cada satélite coincide con la intensidad del campo gravitatorio en sus correspondientes órbitas, esto es, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{GM_T}{r_1^2} \cdot \frac{r_2^2}{GM_T} = (\frac{r_2}{r_1})^2 = (\frac{8650}{7000})^2 = 1,53$.

☙ Opción B. Ejercicio 3

[a] Escriba la expresión de la *fuerza de interacción magnética entre corrientes rectilíneas y paralelas.* Explique el significado de cada uno de los términos de la expresión. Basándote en ella, enuncie la *definición de Amperio*. *(1 punto)*

Por dos hilos conductores largos y rectos, paralelos entre sí y separados una distancia d = 10 cm, circulan en el mismo sentido corrientes I_1 = 15 A e I_2 = 30 A.

[b] Calcule la fuerza por unidad de longitud que se ejercen entre sí los dos conductores, especificando su dirección y sentido. *(1 punto)*

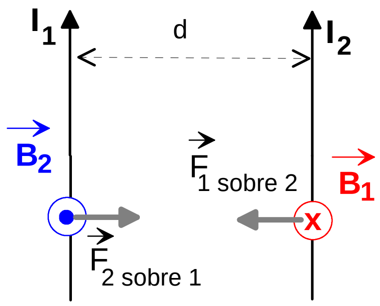
[c] Calcule el valor del campo magnético creado por dichas corrientes en un punto P contenido en el mismo plano de los dos conductores y equidistante de ambos. Indique en un dibujo **la** dirección y **el** sentido de dicho campo. *(1 punto)*

DATO: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *m kg C*$^{-2}$.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

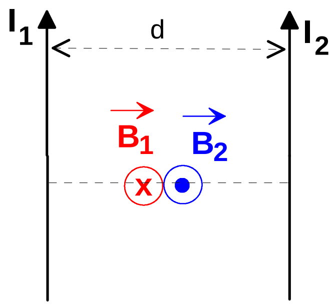
[b] La figura muestra la intensidad del campo magnético, debido a la corriente I_1, en la posición de la corriente I_2. También se muestra el campo magnético debido a la corriente I_2 en la posición de la corriente I_1. Por otro lado, se sabe que la fuerza magnética sobre un elemento de corriente en un campo magnético está dada por: $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$, por lo que las fuerzas con que se atraen los dos conductores son las indicadas en la figura.



El módulo de dichas fuerzas, por unidad de longitud, se calcula mediante:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} = 2 \cdot 10^{-7}\frac{15 \cdot 30}{0{,}10} = 9 \cdot 10^{-4}\left(\frac{N}{m}\right)$$

[c] En primer lugar, con la regla de la mano derecha, se dibujan los vectores intensidad del campo magnético en el punto en cuestión. Vemos que $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ tienen, obviamente, la misma dirección y sentidos contrarios; se han dibujado así para mayor claridad. Los módulos de las intensidades $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ son:



$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi}\frac{15}{0{,}05} = 6 \cdot 10^{-5}(T) \\ B_2 &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi}\frac{30}{0{,}05} = 12 \cdot 10^{-5}(T) \end{aligned}\right\}$$

La intensidad del campo magnético resultante en el citado punto medio tiene un módulo de $6 \cdot 10^{-5}$ T, la dirección perpendicular al plano del dibujo y el sentido hacia afuera.

Opción B. Ejercicio 4

[a] Explique en qué consisten las principales ametropías (defectos de visión) del ojo humano: miopía, hipermetropía y astigmatismo. *(1,5 puntos)*
[b] Un ojo miope necesita una lente correctora de -2,5 dioptrías de potencia para poder ver nítidamente objetos muy alejados. ¿A qué distancia máxima puede ver nítidamente este ojo sin lente correctora? *(0,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] En primer lugar, se calcula la distancia focal de la lente: $f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2,5} = -0,40m = -40cm$. La distancia máxima a la que puede ver nítidamente con ese ojo coincide con el foco de la lente correctora: 40 cm.