Opción A. Ejercicio 1

Considere dos tubos sonoros de la misma longitud, L = 1,36 m, el primero con sus dos extremos abiertos a la atmósfera y el segundo con uno abierto y otro cerrado.

[a] Calcule, para cada tubo, la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formarán ondas estacionarias en su interior. Determine la longitud de onda correspondiente en cada caso. Tome como velocidad de propagación del sonido en el aire v = 340 m/s. *(1,5 puntos)*

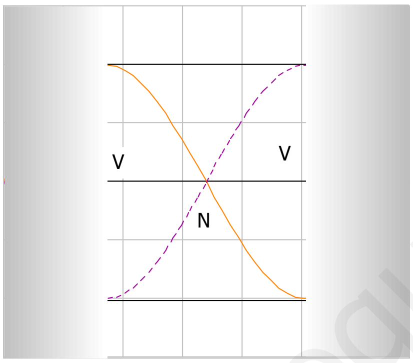
[b] Represente la onda estacionaria que se forma dentro de cada tubo, indicando la posición de nodos y vientres. (*1 punto*)

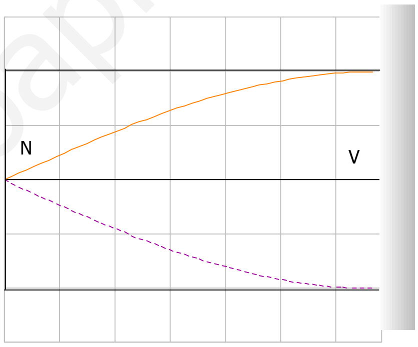
Respuesta

[a] Para un tubo abierto la menor frecuencia corresponde a la frecuencia fundamental, dada por $f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{340(m/s)}{2{\cdot}1{,}36(m)} = 125(Hz)$. La longitud de onda es, entonces, $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{340(m/s)}{125(Hz)} = 2,72(m)$

Para un tubo cerrado por un extremo la menor frecuencia, que coincide con la frecuencia fundamental, es $f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{340(m/s)}{4{\cdot}1{,}36(m)} = 62,5(Hz)$. La correspondiente longitud de onda está dada por $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{340(m/s)}{62{,}5(Hz)} = 5,44(m)$.

[b] En el tubo abierto los extremos son vientres y la longitud del tubo es media longitud de onda. La onda estacionaria se muestra a continuación.





En el tubo cerrado por un extremo, éste se comporta como un nodo; además, la longitud del tubo es la cuarta parte de la longitud de onda. La onda estacionaria aparece sobre este párrafo, a la derecha.

NOTA: El ejercicio se resuelve muy sencillamente si se trabaja primero el apartado (b), ya que entonces se puede relacionar, en cada caso, la longitud del tubo con la longitud de onda o una fracción de la misma. De esta manera, no hace falta saber de memoria las expresiones utilizadas en el apartado (a).

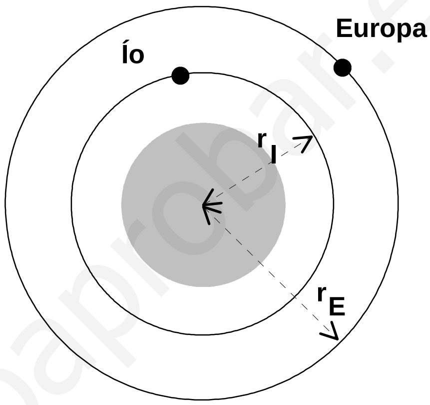
ଔ Opción A. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique las Leyes de Kepler. Compruebe la tercera en el caso particular de órbitas circulares. *(1,5 puntos)*
[b] Europa es un satélite de Júpiter que tarda 3,55 días en recorrer su órbita de radio medio R_{Europa} = 6,71·10^8 m; Io, otro satélite de Júpiter, tiene un periodo orbital de 1,77 días. Calcule el radio medio de su órbita. (*0,5 puntos*)

[DATO: G = 6,67·10^{-11} Nm²kg^{-2}]

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.
Se trata de deducir la 3ª ley de Kepler a partir de la ley de la gravitación universal y de las leyes de Newton de la dinámica. La fuerza gravitatoria sobre un objeto en órbita circular alrededor de un planeta se comporta como fuerza centrípeta, por lo que $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, de donde se deduce que $v^2 = \frac{GM}{r}$. Por otro lado, el periodo del movimiento circular del objeto es: $T = \frac{2\pi r}{v}$, por lo que $T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2}$; al sustituir en esta igualdad el valor de la rapidez antes calculado, se llega a: $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}r^3$, expresión que corresponde a la 3ª ley de Kepler.



[b] En primer lugar, se dibuja un esquema con los dos satélites de Júpiter. Se ha de cumplir para los mismos la 3ª ley de Kepler: los cuadrados de los periodos son proporcionales a los cubos de las distancias medias de los satélites al planeta, esto es, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Europa} = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Ío}$, que se puede escribir: $\left[\frac{T_I}{T_E}\right]^2 = \left[\frac{r_I}{r_E}\right]^3$;

$r_I = r_E\left[\frac{T_I}{T_E}\right]^{\frac{2}{3}}$

$r_I = 6,71 \cdot 10^8 (m) \cdot \left[\frac{1,77\ días}{3,55\ días}\right]^{\frac{2}{3}}$

$r_I = 4,22 \cdot 10^8 (m)$.

Opción A. Ejercicio 3

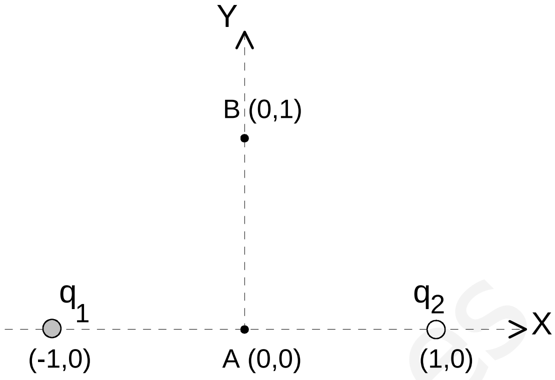
Dos cargas eléctricas puntuales de valor q_1 = 80 nC y q_2 = -40 nC, están situadas respectivamente en los puntos (-1, 0) y (1, 0) del plano XY como indica la figura. Determine:

[a] El vector campo electrostático $\vec{E}$ en los puntos A(0, 0) y B(0, 1). ¿En qué punto o puntos del plano se anula el campo $\vec{E}$?(*1,5 puntos*)

[b] El trabajo que debemos realizar para trasladar una carga puntual q_3 = 0,2 nC desde el punto A hasta el punto B. (*1,5 puntos*)

(Las coordenadas están expresadas en metros).

{DATOS: Constante de Coulomb:
$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}=9\cdot10^9\ Nm^2C^{-2};\ 1\ nC=10^{-9}C$}



Respuesta

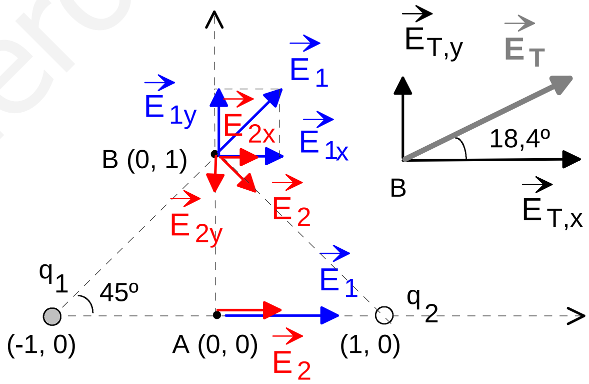
[a] En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en el **punto A**. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichos vectores:

$E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}=9\cdot10^9\frac{80\cdot10^{-9}}{1^2}=720\left(\frac{N}{C}\right)$

$E_2=k\frac{|q_2|}{r^2}=9\cdot10^9\frac{40\cdot10^{-9}}{1^2}=360\left(\frac{N}{C}\right)$

La intensidad del campo eléctrico resultante en el punto A es, entonces, $E_T=1080\left(\frac{N}{C}\right)$ (horizontal, hacia la derecha).

Se repite el procedimiento para el **punto B**. En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas; en segundo lugar, se calcula los módulos de dichos vectores:



$E_1=9\cdot10^9\frac{80\cdot10^{-9}}{2}=360\left(\frac{N}{C}\right)$; $E_2=9\cdot10^9\frac{40\cdot10^{-9}}{2}=180\left(\frac{N}{C}\right)$, ya que las cargas distan $\sqrt{2}$ m del punto B. En tercer lugar, se halla las componentes del vector $\vec{E}_1$, las cuales tienen el mismo módulo: $E_{1x}=E_{1y}=E_1\cdot sen(45)=180\sqrt{2}\left(\frac{N}{C}\right)$; algo parecido sucede con las componentes del vector $\vec{E}_2$: $E_{2x}=E_{2y}=E_2\cdot sen(45)=90\sqrt{2}\left(\frac{N}{C}\right)$. Finalmente, calculamos la intensidad del campo eléctrico resultante en B mediante componentes:

$$\vec{E}_T\left\{\begin{array}{l} E_{T,x}=E_{1x}+E_{2x}=270\sqrt{2}\left(\frac{N}{C}\right) \\ E_{T,y}=E_{1y}-E_{2y}=90\sqrt{2}\left(\frac{N}{C}\right)\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{c} Módulo: E_T=402\left(\frac{N}{C}\right) \\ Dirección\ y\ sentido: tg\ \alpha=\frac{90\sqrt{2}}{270\sqrt{2}}=\frac{1}{3}\ \alpha=18,4^o\end{array}\right\}$$

Estos resultados se muestran en la ilustración anterior.

Para que el campo eléctrico resultante se anule en un punto es necesario que los vectores $\vec{E}_1$y $\vec{E}_2$ en ese punto tengan, por lo menos, la misma dirección y sentidos opuestos, cosa que no puede suceder en ningún punto del plano XY con excepción del eje X. Las dos cargas dividen a dicho eje en tres partes; vamos a analizar que ocurre en cada una de ellas. A la izquierda de q_1 $(-\infty,-1)$ los citados vectores tienen la misma dirección y sentidos opuestos, pero sus módulos son muy diferentes, ya que los puntos de ese intervalo están más cerca de la carga mayor. En la zona entre las dos cargas $(-1,1)$ los dos vectores tienen los mismos dirección y sentido, por lo que nunca pueden anularse. A la derecha de q_2 $(1,+\infty)$los vectores intensidad del campo eléctrico tienen la misma dirección y sentidos opuestos, por lo que en dicho intervalo el campo eléctrico resultante puede ser nulo. Sea *x* la abscisa del punto en cuestión; se encuentra a una distancia *x+1* de la carga q_1 y a una distancia *x-1* de la carga q_2. Se cumplirá entonces: $E_1 = E_2$; $k\frac{q_1}{(x+1)^2} = k\frac{|q_2|}{(x-1)^2}$; simplificando y ordenando queda: $(\frac{x+1}{x-1})^2 = \frac{q_1}{|q_2|} = 2$; $\frac{x+1}{x-1} = \sqrt{2}$; $x+1 = \sqrt{2}\,x - \sqrt{2}$; $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = 5,88(m)$.

[b] El campo eléctrico es conservativo, por lo que: $W_{A\to B} = -\Delta E_p = -q_3\Delta V = -q_3(V_B - V_A)$. Los potenciales eléctricos en los puntos A y B se calculan como sigue:
$V_A = 9\cdot 10^9\frac{80\cdot 10^{-9}}{1} + 9\cdot 10^9\frac{(-40\cdot 10^{-9})}{1} = 720 - 360 = 360(V)$
$V_B = 9\cdot 10^9\frac{80\cdot 10^{-9}}{\sqrt{2}} + 9\cdot 10^9\frac{(-40\cdot 10^{-9})}{\sqrt{2}} = \frac{720}{\sqrt{2}} - \frac{360}{\sqrt{2}} = 180\sqrt{2}\,(V)$
El trabajo realizado sobre q_3 es, entonces, $W_{A\to B} = -0,2\cdot 10^{-9}\cdot(180\sqrt{2} - 360) = 2,11\cdot 10^{-9}$ J. Al ser una magnitud positiva se concluye que ha sido realizado por las fuerzas del campo eléctrico. Las cargas positivas se mueven espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes (de A a B).

Opción A. Ejercicio 4

[a] Describa detalladamente los fenómenos de reflexión y refracción de un haz luminoso. ¿Qué es el ángulo límite? *(1,5 puntos)*

[b] Disponemos de una cámara fotográfica de objetivo fijo (*lente delgada convergente*) cuya distancia focal es 120 mm (t*eleobjetivo*). La película, o sensor fotográfico, está situada a 14 cm del objetivo. ¿A qué distancia del objeto que queremos fotografiar debemos colocar el objetivo de la cámara para que su imagen se forme nítidamente sobre la película? Si la altura de la película fotográfica es h = 24 mm, determine la máxima altura del objeto para que salga entero en la fotografía. (*1 punto*)

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Del enunciado se obtiene que f' = 12 cm y que la posición de la imagen es s' = 14 cm. Para las lentes delgadas se cumple que: $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$; $\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{14} - \frac{1}{12} = \frac{6-7}{84} = -\frac{1}{84}$; el objeto debe colocarse a 84 cm a la izquierda del objetivo.
Por otro lado, $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$; de donde se deduce que: $y = y'\frac{s}{s'} = 24\frac{(-84)}{14} = -144(mm)$. El signo "-" indica que la imagen es invertida en relación al objeto; su altura será 14,4 cm.

Opción B. Ejercicio 1

La ecuación de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda viene dada por $y(x,t)=0,04\cdot sen[10\pi(2x-t)]$, donde todas las magnitudes se expresan en el Sistema Internacional de Unidades.

[a] Determine la amplitud, la longitud de onda, la velocidad y la dirección y sentido de propagación de la onda. *(1 punto)*

[b] Calcule la elongación y la velocidad transversal de oscilación del punto situado en x = 0,5 m en el instante t = 0,25 s. *(1 punto)*

Respuesta

[a] Conviene, en primer lugar, escribir la ecuación de la onda de manera más conveniente: $y(x,t)=0,04\cdot sen(20\pi x-10\pi t)$. En segundo lugar, hay que fijarse en que la fase no está escrita en la forma más frecuente: $\omega t-kx$. En este caso, la amplitud es A = 0,04 m; el número de onda $k=20\pi(m^{-1})$, por lo que la longitud de onda es: $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{20\pi}=0,1(m)$; y la frecuencia angular $\omega=10\pi(\frac{rad}{s})$, de donde se deduce la velocidad de propagación de la onda: $v=\frac{\omega}{k}=\frac{10\pi}{20\pi}=0,5(\frac{m}{s})$.

Por otro lado, se trata de una onda que se propaga a lo largo del eje X, hacia la derecha (signo "-" de la expresión de la fase).

[b] El punto situado en x = 0,5 m está vibrando con un MAS dado por la ecuación $y(0,5,t)=0,04\cdot sen(10\pi-10\pi t)$. Al derivar esta expresión respecto al tiempo se obtiene la expresión de la velocidad transversal: $v_t(0,5,t)=\frac{dy}{dt}=-0,4\pi\cdot\cos(10\pi-10\pi t)$. En el instante t = 0,25 s $\left\{\begin{array}{c} y(0,5,\ 0,25)=0,04\cdot sen(10\pi-2,5\pi)=-0,04(m) \\ v_t(0,5,\ 0,25)=-0,4\pi\cdot\cos(10\pi-2,5\pi)=0\end{array}\right.$. Estos resultados son coherentes entre sí: el punto de la cuerda se encuentra en una posición de máxima elongación, por lo que su velocidad debe ser nula.

☙ Opción B. Ejercicio 2

[a] Escriba y comente la Ley de Gravitación Universal. *(1 punto)*
[b] Estos días se cumple un año de la puesta en órbita del satélite *SAC-D Aquarious*. La altura de su órbita circular sobre la superficie de la Tierra es h = 660 km. Calcule la velocidad orbital del *Aquarious* y el periodo de su órbita. *(1 punto)*
[c] Determine el mínimo trabajo que deberían realizar los motores del satélite si fuese necesario corregir su órbita y pasar a otra, también circular, pero alejada el doble ($2h$) de la superficie terrestre. *(1 punto)*
DATOS: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m² kg^{-2}; $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}38\cdot10^{6}$ m; $M_{Aquarious} = 1350$ kg.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Si se aplica la 2ª ley de Newton al satélite, se puede escribir: $G\frac{M_T M_A}{r^2} = M_A\frac{v^2}{r}$; simplificando queda: $G\frac{M_T}{r} = v^2$, donde $r = 6{,}38\cdot10^6 + 0{,}66\cdot10^6 = 7{,}04\cdot10^6(m)$ es el radio de la órbita del satélite. Su rapidez orbital es, entonces, $v = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}}{7{,}04\cdot10^6}} = 7{,}52\cdot10^3(\frac{m}{s})$.
El periodo de la órbita se puede calcular mediante: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot7{,}04\cdot10^6}{7{,}52\cdot10^3} = 5{,}88\cdot10^3(s)$.

[c] El trabajo que deben realizar los motores del satélite es igual a la variación de su energía mecánica, esto es, $W = E_{M,final} - E_{M,inicial} = -G\frac{M_T M_A}{2r'} + G\frac{M_T M_A}{2r}$, ya que se trata de órbitas circulares. El radio de la nueva órbita es: $r' = 7{,}70\cdot10^6(m)$, por lo que el trabajo vale:
$W = \frac{GM_T M_A}{2}(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) = 2{,}69\cdot10^{17}(1{,}42\cdot10^{-7} - 1{,}30\cdot10^{-7}) = 3{,}23\cdot10^9(J)$.

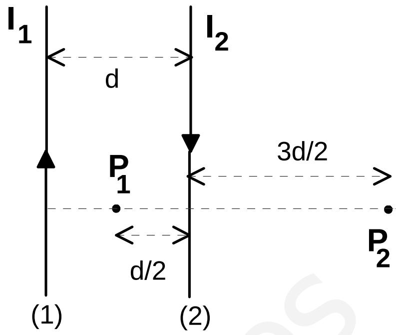
Opción B. Ejercicio 3

[a] ¿Qué campo magnético $\vec{B}$ crea en su entorno una corriente eléctrica rectilínea e indefinida de valor I? Dibuje las líneas del campo y describa su comportamiento. *(1,5 puntos)*

[b] El sistema de la figura está formados por dos conductores rectilíneos, paralelos e indefinidos, situados en el mismo plano y separados una distancia d = 20 cm.

[b1] Calcule el valor del campo $\vec{B}$ en el punto P_1 cuando por ambos conductores circula la misma intensidad $I_1 = I_2 = 2$ A pero en sentido contrario. *(1 punto)*

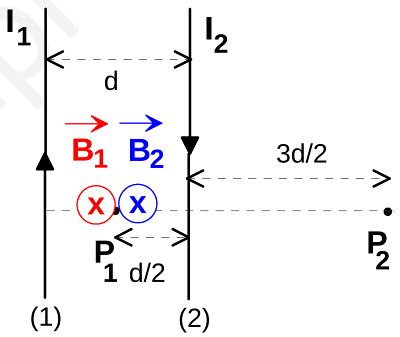
[b2] ¿Qué corriente, y en qué sentido, debe circular por el conductor *(2)* para que anule el campo $\vec{B}$ creado por el conductor *(1)* en el punto P_2 ? *(0,5 puntos)*



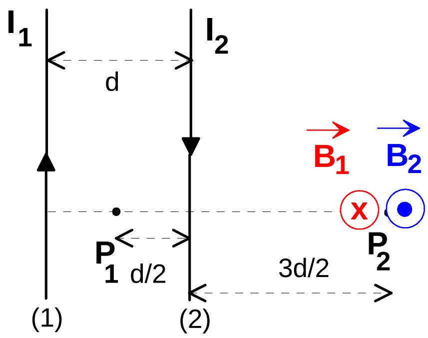
DATO: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *m kg* C^{-2}.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.



[b1] La intensidad del campo magnético en el punto P_1, debido a la corriente I_1, es perpendicular al plano del dibujo hacia adentro. También el campo magnético debido a la corriente I_2 es perpendicular al plano del dibujo hacia adentro. Por otro lado, los módulos de las intensidades $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ son iguales y de módulo: $B_1 = B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi}\frac{2}{0{,}1} = 4 \cdot 10^{-6}(T)$. Los vectores $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ tienen, obviamente, la misma dirección; se han dibujado así para mayor claridad. La intensidad del campo magnético resultante en el punto P_1 tiene un módulo de $8 \cdot 10^{-6}$ T, la dirección perpendicular al plano del dibujo y el sentido hacia adentro.



[b2] En el punto P_2 la intensidad del campo magnético debido a la corriente I_1 es perpendicular al plano del dibujo hacia adentro. Para que se pueda anular con la intensidad del campo magnético debido a la corriente I_2 este segundo campo magnético ha de ser perpendicular al plano del dibujo hacia afuera. Esto requiere, por la regla de la mano derecha, que el sentido de la corriente I_2 no cambie. Se ha de cumplir, entonces, que $B_1 = B_2$, esto es, $\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1}{\frac{5d}{2}} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_2}{\frac{3d}{2}}$; simplificando queda: $\frac{I_1}{5} = \frac{I_2}{3}$; $I_2 = \frac{3}{5}I_1 = 1{,}2(A)$.

Este resultado es coherente con el hecho de que, si los campos son iguales, la corriente más próxima al punto P_2 tiene que ser menor que la corriente más lejana.

☙ Opción B. Ejercicio 4

[a] Explique brevemente dos hechos experimentales que pusieron en crisis la validez de la Física clásica e indique qué solución aporta la Física cuántica. *(1 punto)*
[b] Un láser de helio-neón emite un haz de luz monocromática cuya longitud de onda en el vacío es $\lambda_o = 632\ nm$. Determine la frecuencia y la energía asociada a cada uno de los fotones emitidos. *(1 punto)*

{DATOS: h = 6,63·10⁻³⁴ J·s; c = 3,00·10⁸ m/s; 1 nm = 10⁻⁹ m}

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física. En particular, se puede citar dos de los tres hechos siguientes: la radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y el espectro de emisión del átomo de hidrógeno.

[b] Para una onda electromagnética en el vacío se cumple que: $c = \lambda_o \cdot \nu$, de donde se deduce que la frecuencia es: $\nu = \frac{c}{\lambda_o} = \frac{3 \cdot 10^8}{632 \cdot 10^{-9}} = 4,75 \cdot 10^{14}$ Hz.
Por otro lado, la energía de un fotón está dada por: $E = h \cdot \nu$, donde h es la constante de Planck; por lo tanto, $E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,75 \cdot 10^{14} = 3,15 \cdot 10^{-19}$ J.