Opción A. Ejercicio 1

Una partícula de masa m = 25 g, unida a un muelle de constante elástica k = 10 N/m, oscila armónicamente con una amplitud de 4 cm sobre una superficie horizontal sin rozamiento.

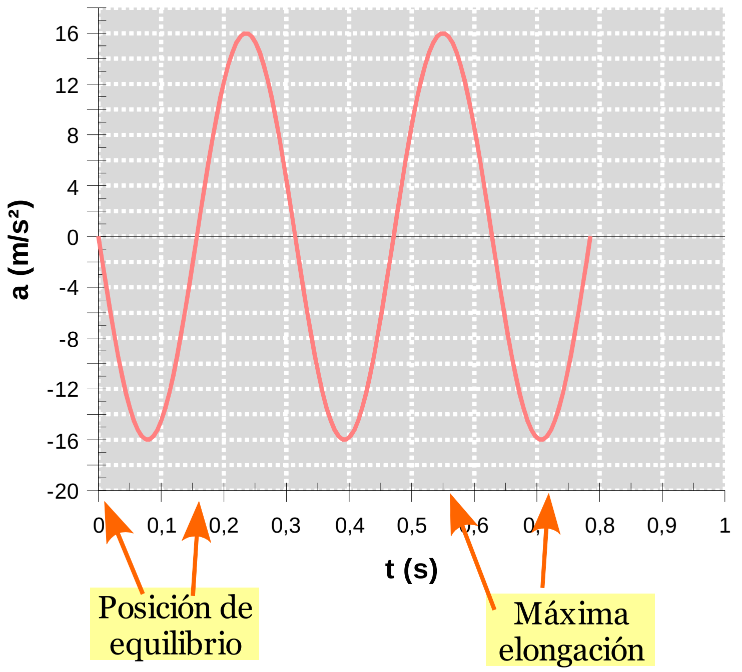
[a] Deduzca la expresión de la aceleración de la partícula en función del tiempo y represéntela gráficamente. Indique sobre dicha gráfica qué instantes de tiempo corresponden al paso de la partícula por las posiciones de equilibrio y de máxima elongación. *(Tome el origen de tiempos cuando la partícula pasa con velocidad positiva por la posición de equilibrio, x=0). (1,5 puntos)*

[b] Calcule las energías cinética y potencial elástica de la partícula cuando se encuentra en la posición x = 1 cm. (*1 punto*)

Respuesta

[a] En primer lugar, se calcula la frecuencia angular: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,025}} = 20$ (rad/s). La ecuación de la aceleración es del tipo: $a(t) = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi)$ (m/s²). La fase inicial se calcula a partir de la ecuación del movimiento, teniendo en cuenta que $\left.\begin{matrix} t=0 \\ x=0 \end{matrix}\right\} 0 = A\ sen\ \varphi$; $sen\ \varphi = 0$; $\varphi = 0$. A la misma conclusión se llega si imponemos la condición $v = +A\omega$ cuando t=0 en la ecuación de la velocidad. Como la amplitud A = 0,04 m, la aceleración en función del tiempo es: $a(t) = -0,04 \cdot 20^2\ sen\ 20t = -16 \cdot sen\ 20t$ (m/s^2). Para representar esta función tomamos valores significativos del tiempo a lo largo de un periodo ($T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{10}(s)$):

t (s)	0	π/40	π/20	3π/40	π/10
a (m/s²)	0	-16	0	16	0



[b] La energía potencial es: $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,01^2 = 5 \cdot 10^{-4}(J)$.
La energía cinética está dada por: $E_c = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (0,04^2 - 0,01^2) = 7,5 \cdot 10^{-3}(J)$.
Puedes comprobarse que la suma es igual a $E_M = \frac{1}{2}kA^2$.

Opción A. Ejercicio 2

[a] Explique el concepto de *energía potencial gravitatoria*. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa m situada a una distancia r de otra partícula de masa M? ¿En qué circunstancias es aplicable la expresión $E_p = mgh$ para la energía potencial gravitatoria? *(1,5 puntos)*

[b] Supongamos que en algún lugar lejano del Universo existe un planeta esférico cuya masa M es cuatro veces mayor que la del planeta Tierra ($M = 4M_T$). Además la intensidad del campo gravitatorio en su superficie coincide con la existente en la superficie terrestre, $g = g_T$.

[b1] ¿Cuánto valdrá la relación entre los radios de ambos planetas, R/R_T? *(0,5 puntos)*

[b2] Determine el cociente entre la velocidad de escape desde la superficie de dicho planeta y la velocidad de escape desde la superficie terrestre. *(1 punto)*

DATOS: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}; $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}38\cdot10^6$ m.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física. Téngase en cuenta que la expresión: $E_p = -G\frac{Mm}{r}$ corresponde a la elección del infinito como nivel de referencia. La otra expresión es un caso particular de esta cuando se toma como referencia la superficie de la partícula M y suponiendo que h<<R.

[b1] Se cumple que las intensidades del campo gravitatorio en $M = 4M_T$, al sustituir en la igualdad anterior y simplificar, queda: $\frac{4}{R^2} = \frac{1}{R_T^2}$; $\frac{2}{R} = \frac{1}{R_T}$ y, finalmente $\frac{R}{R_T} = 2$. Este resultado es el que cabía esperar, pues, si la intensidad del campo gravitatorio en los dos planetas es la misma, al ser la masa de uno cuatro veces mayor que la del otro, su radio tiene que ser el doble.

[b2] Es posible que no recuerdes la fórmula de la velocidad de escape. No importa, se deduce en rápidamente. La energía mecánica se conserva y, además, cuando un satélite escapa de la influencia del campo gravitatorio de un planeta su energía mecánica es nula; por lo tanto, $\frac{1}{2}mv_{esc}^2 - G\frac{Mm}{R} = 0$, de donde se deduce que: $v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$; de manera análoga, la velocidad de escape en la Tierra es: $v_{esc,T} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$. Al dividir la primera por la segunda se llega a: $\frac{v_{esc}}{v_{esc,T}} = \sqrt{\frac{MR_T}{M_TR}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$, donde se ha utilizados las relaciones entre las masas y los radios.

Nótese que no hace falta *lanzarse como un loco* a realizar cálculos numéricos. Una vez más, se comprueba la belleza del álgebra.

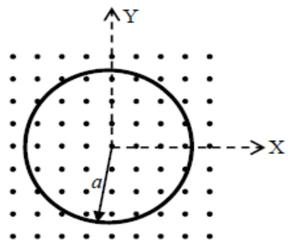
Opción A. Ejercicio 3

[a] Enuncie y explique las leyes de inducción de Faraday y de Lenz. *(1 punto)*

[b] Una espira conductora circular, de radio a = 5 cm, está situada en una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0,2\,\vec{k}\,(T)$, dirigido en la dirección del eje Z (perpendicular al plano de la espira y, en la figura, con sentido saliente).

[b1] Calcule la f.e.m. media inducida en la espira cuando gira 90º en torno al eje Y en un intervalo de tiempo $\Delta t = 0,1$ s. *(0,5 puntos)*

[b2] Si la espira permanece fija, pero el campo magnético se duplica en el mismo intervalo de tiempo indicado, ¿cuál es la f.e.m. inducida? Razone en qué sentido circulará la corriente inducida en la espira. *(1 punto)*



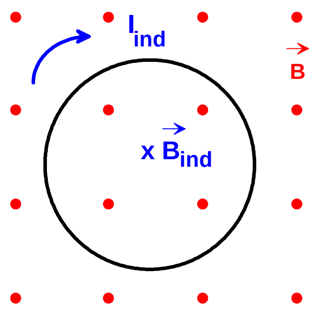
Respuesta

[a] Véase y estúdiese el libro de Física.

[b1] Cuando la espira gira el flujo magnético a través de la misma pasa de ser máximo a ser nulo. En efecto, si asociamos a la superficie de la espira un vector perpendicular a la misma, el flujo magnético se calcula mediante: $\phi_B = B \cdot S \cdot \cos\theta$, donde θ es el ángulo que forman los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$; en la posición inicial de la espira el flujo magnético vale $\phi_{B,inicial} = 0,2 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot \cos 0 = 1,57 \cdot 10^{-3}$ (Wb). El flujo magnético en la posición final de la espira es cero, ya que $\theta = 90^o$. La fem inducida es, entonces, $\varepsilon_m = \left|\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}\right| = \left|\frac{0-1,57\cdot10^{-3}}{0,1}\right| = 1,57 \cdot 10^{-2}$ (V).

[b2] El flujo magnético que atraviesa la espira es variable, ya que la intensidad del campo magnético se duplica; tenemos que $\phi_{B,inicial} = 0,2 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot \cos 0 = 1,57 \cdot 10^{-3}$ (Wb) y que $\phi_{B,final} = 0,4 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot \cos 0 = 3,14 \cdot 10^{-3}$ (Wb); en consecuencia, se generará en la espira una fem inducida dada por: $\varepsilon_m = \left|\frac{3,14\cdot10^{-3}-1,57\cdot10^{-3}}{0,1}\right| = 1,57 \cdot 10^{-2}$ (V). Se obtiene el mismo resultado que en el apartado anterior porque la variación del flujo magnético y el intervalo temporal coinciden.

El flujo magnético a través de la espira está aumentando por hacerlo la intensidad del campo magnético; el sistema reacciona contra este aumento creando su propio campo magnético, antiparalelo al campo magnético exterior, para compensar ese aumento. La figura muestra el campo magnético inducido y el correspondiente sentido de la corriente inducida.



Opción A. Ejercicio 4

[a] Describa e interprete el efecto fotoeléctrico. ¿Qué es la frecuencia umbral? *(1 punto)*

[b] Se hace incidir sobre una superficie de molibdeno radiación ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 2,4 \cdot 10^{-7}$ m. Si la frecuencia umbral es de $1,20 \cdot 10^{15}$ Hz, calcule la función trabajo del molibdeno y la energía máxima (*en eV*) de los fotoelectrones emitidos. *(1 punto)*
Datos: $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3,00 \cdot 10^{8}$ m/s; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] El trabajo de extracción ϕ_o, o función de trabajo, se relaciona con la frecuencia umbral f_o mediante la expresión: $\phi_o = hf_o$, por lo que

$$\phi_o = 6,63 \cdot 10^{-34}(Js) \cdot 1,20 \cdot 10^{15}(Hz) = 7,96 \cdot 10^{-19}(J)$$

Por otro lado, se sabe que la energía cinética máxima está ligada con la función de trabajo mediante la relación: $E_{c,\max} = hf - \phi_o$, donde f es la frecuencia de la radiación incidente; por lo que: $E_{c,\max} = 6,63 \cdot 10^{-34}(Js) \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}(m/s)}{2,4 \cdot 10^{-7}(m)} - 7,96 \cdot 10^{-19}(J) = 3,28 \cdot 10^{-20}(J)$. Finalmente, $E_{c,\max} = 3,28 \cdot 10^{-20}(J) \cdot \frac{1\ eV}{1,60 \cdot 10^{-19}(J)} = 0,205$ eV.

Opción B. Ejercicio 1

[a] Explique las cualidades (*intensidad, tono y timbre*) de una onda sonora. *(1 punto)*

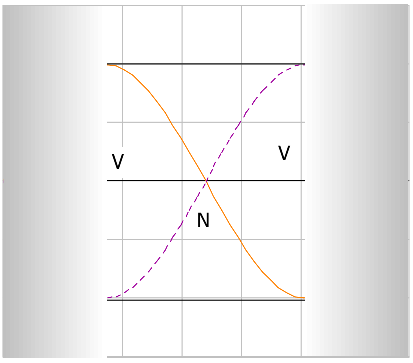
[b] Se desea construir una flauta de forma que cuando estén tapados todos los agujeros emita como armónico fundamental la nota musical Do de 522 Hz. Si la flauta se comporta como un tubo sonoro de extremos abiertos, determine la longitud de la misma y represente gráficamente dentro de la flauta, la onda que se genera. Tome como velocidad de propagación del sonido en el aire v = 340 m/s. *(1 punto)*

[c] Para dicha frecuencia, la sonoridad de la flauta es de 20 dB a una distancia d = 10 m. Suponiendo que la flauta se comporta como un foco emisor puntual, determine la máxima distancia a la que se escuchará dicho sonido. *(1 punto)*
Dato: Umbral de audición humana, $I_o = 10^{-12}(\frac{W}{m^2})$.

Respuesta

[a] Consulta, y estudia, el libro de Física.

[b] En la representación de la onda dentro de la flauta se observa que la longitud del instrumento es igual a media longitud de onda. La longitud de onda del sonido es: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340(m/s)}{522(Hz)} = 0{,}65(m)$, por lo que la longitud de la flauta será: $L = \frac{\lambda}{2} = \frac{0{,}65(m)}{2} = 0{,}33(m)$.



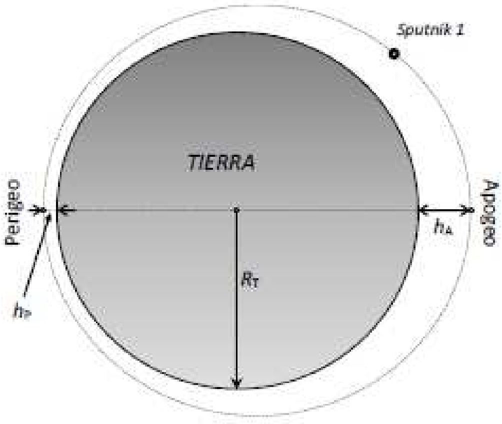
[c] El nivel de intensidad sonora, o sonoridad, está relacionado con la intensidad del sonido y la intensidad umbral mediante: $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_o}$. Por otro lado, la intensidad de una onda tridimensional, como el sonido, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor: $\frac{I}{I_o} = \frac{r_{max}^2}{r^2}$, donde r_{max} es la distancia asociada a la intensidad umbral. De estas dos ecuaciones se deduce que $\beta = 10 \cdot \log \frac{r_{max}^2}{r^2}$; $20 = 10 \cdot \log \frac{r_{max}^2}{10^2}$; $2 = \log \frac{r_{max}^2}{10^2}$; por la definición de logaritmo, $10^2 = \frac{r_{max}^2}{10^2}$; $r_{max}^2 = 10^4$; r_{max} = 100 m.

El ejercicio también puede resolverse mediante cálculos intermedios: intensidad sonora a 10 m y potencia de la fuente.

Opción B. Ejercicio 2

[a] Defina el momento angular $\vec{L}$ de una partícula respecto de un punto. Justifique su teorema de conservación. *(1,5 puntos)*

[b] El *Sputnik 1,* primer satélite artificial puesto en órbita con éxito (1957), describía una órbita elíptica con el centro de la Tierra en uno de sus focos. El punto más alejado de la órbita (*apogeo*) y el más cercano (*perigeo*) se situaban a las distancias de $h_A = 946\ km$ y $h_P = 227\ km$ de la superficie terrestre. Determine, para cada una de las magnitudes del Sputnik 1 dadas a continuación, el cociente entre su valor en el apogeo y su valor en el perigeo: momento angular respecto del centro de la Tierra, energía cinética y energía potencial gravitatoria. *(1,5 puntos)*



DATOS: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}\ kg$; $R_T = 6{,}38\cdot10^6\ m$.

Respuesta

[a] Véase un libro de Física. Para justificar el teorema de conservación tienes que deducir la expresión matemática de la variación temporal del momento angular y, seguidamente, imponer las condiciones pertinentes.

[b]

[c] El satélite evoluciona merced a la acción de una fuerza central -la gravitatoria-; el momento de esta fuerza respecto al centro de la Tierra es cero y, por lo tanto, el momento angular respecto a dicho punto permanece constante: $\vec{L}_A = \vec{L}_P$. De esta ley de conservación se puede deducir la relación existente entre las rapideces en el apogeo y en el perigeo; en efecto, se cumple que: $r_A \cdot m \cdot v_A = r_P \cdot m \cdot v_P$; $r_A \cdot v_A = r_P \cdot v_P$; $\frac{v_A}{v_P} = \frac{r_P}{r_A} = \frac{6{,}61\cdot10^6(m)}{7{,}33\cdot10^6(m)} = 0{,}902$.

La relación entre las energías cinéticas es: $\frac{E_c(A)}{E_c(P)} = \frac{\frac{1}{2}mv_A^2}{\frac{1}{2}mv_P^2} = \frac{v_A^2}{v_P^2} = 0{,}902^2 = 0{,}814$.

La relación entre las energías potenciales vale: $\frac{E_p(A)}{E_p(P)} = \frac{-G\frac{Mm}{r_A}}{-G\frac{Mm}{r_P}} = \frac{r_P}{r_A} = 0{,}902$.

Opción B. Ejercicio 3

[a] Explique el concepto de potencial electrostático. ¿Qué potencial electrostático crea en su entorno una partícula con carga q ? Dibuje sus superficies equipotenciales. *(1 punto)*

[b] Dos partículas puntuales de cargas $q_1 = 3\ \mu C$ y $q_2 = -2\ \mu C$ están situadas respectivamente en los puntos de coordenadas (-1,0) y (1,0). Determine el trabajo que tendremos que realizar para desplazar una partícula "puntual" con carga $q_3 = -2\ nC$ desde el punto (100,0) al punto (10,0), sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros. *(1 punto)*

DATOS: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$; *1 nC = 10^{-9} C; 1 μC = 10^{-6} C.*

Respuesta

[a] Búsquese en el libro de Física.

[b] En primer lugar, se dibuja un esquema con la distribución de las cargas.

El trabajo realizado para desplazar la carga puntual q_3 entre las posiciones inicial y final es igual a menos la variación de la energía potencial, esto es, $W_{i\to f} = -\Delta E_p = q_3 \cdot \Delta V$, ya que la energía potencial y el potencial están relacionados mediante: $E_p = q \cdot V$. Se calcula, entonces, el valor del potencial eléctrico, debido a las cargas q_1 y q_2, en los puntos inicial y final:

$$V_f = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^6}{11} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-2 \cdot 10^6)}{9} = 2{,}45 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 = 450(V)$$

$$V_i = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^6}{101} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-2 \cdot 10^6)}{99} = 2{,}67 \cdot 10^2 - 1{,}82 \cdot 10^2 = 85(V)$$

El trabajo, por lo tanto, es $W_{i\to f} = +2 \cdot 10^{-9} \cdot (450 - 85) = 7{,}3 \cdot 10^{-7}(J)$. El signo positivo del trabajo significa que ha sido realizado por las fuerzas del campo. Desde otro punto de vista se puede añadir que la carga q_3 es más atraída por q_1 que repelida por q_2.

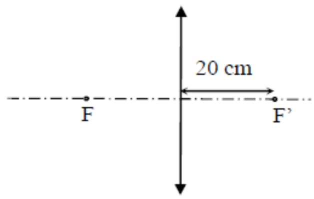
Opción B. Ejercicio 4

[a] Mediante la lente convergente de la figura, de focal imagen f' = 20 cm, se quiere tener una imagen de tamaño triple que el objeto. Calcule la posición donde debe colocarse el objeto si la imagen debe ser:

[a1] Real e invertida. *(0,5 puntos)*

[a2] Virtual y derecha. *(0,5 puntos)*

[b] Compruebe gráficamente sus resultados, en ambos casos, mediante un trazado de rayos. *(1 punto)*



Respuesta

[a] Sabemos que se cumple la ecuación: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; para utilizarla se necesita una relación entre s' y s, que se obtiene del aumento lateral: $\frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$.

[a1]Tenemos que $\frac{s'}{s} = -3$, pues la imagen ha de ser invertida y de tamaño triple que el objeto; se deduce que s' = -3s, por lo que $-\frac{1}{3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{20}$; $-\frac{4}{3s} = \frac{1}{20}$; la posición del objeto es, entonces, $s = -\frac{80}{3} = -26,7$ cm.

[a2]Tenemos ahora que $\frac{s'}{s} = 3$, pues la imagen ha de ser derecha y de tamaño triple que el objeto; se deduce que s' = 3s, por lo que $\frac{1}{3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{20}$; $-\frac{2}{3s} = \frac{1}{20}$; la posición del objeto es, entonces, $s = -\frac{40}{3} = -13,3$ cm.

[b] Las posiciones de las imágenes son 80 cm y -40 cm, respectivamente.