Opción A. Ejercicio 1

Una partícula de masa m = 4 g oscila armónicamente a lo largo del eje OX en la forma: $x(t)=A\cos(\omega t)$ con una amplitud de 5 cm y un periodo de oscilación T = 0,2 s. Determina y representa gráficamente:

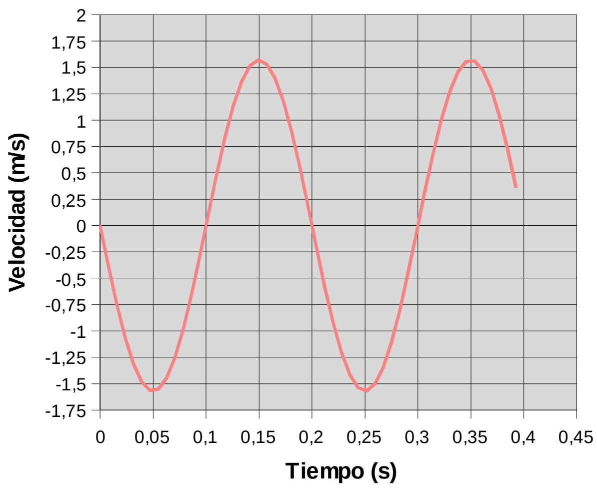
[a] La velocidad de la partícula en función del tiempo.

[b] Las energías cinética y potencial en función de la posición x. Calcula la energía mecánica de la partícula.

Respuesta

[a] En primer lugar, se calcula la frecuencia angular: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0,2}=10\pi$ (rad/s). La ecuación del movimiento es, entonces, $x(t)=0,05\cos(10\pi t)$ (m). Al derivar esta función respecto al tiempo se obtiene la ecuación de la velocidad: $v(t)=\frac{dx}{dt}=-0,5\pi\,\mathrm{sen}(10\pi t)$ (m/s). Para representar esta función tomamos valores significativos del tiempo a lo largo de un periodo:

t (s)	0	0,05	0,1	0,15	0,2
v (m/s)	0	-0,5π	0	0,5π	0



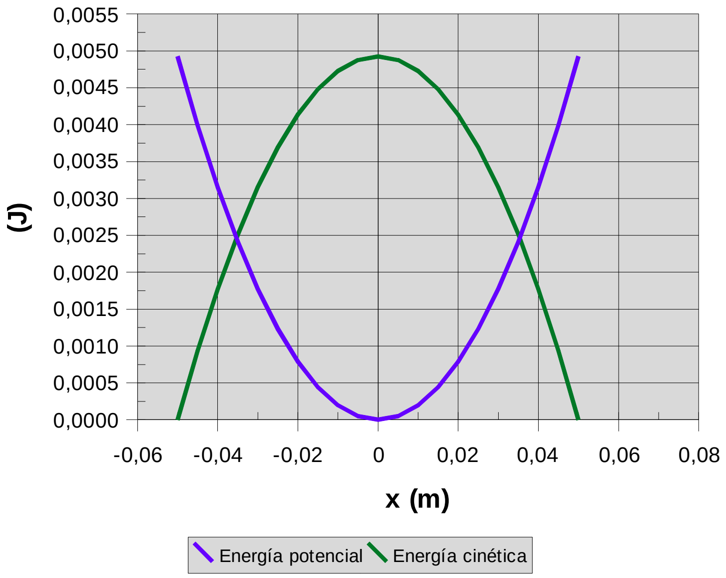
[b] La constante recuperadora vale: $k=m\omega^2=4\cdot10^{-3}\cdot10^2\pi^2=3,95$ (N/m). Las expresiones matemáticas de las energías potencial y cinética, en función de la posición x, son, entonces,

$$\begin{cases} E_p=\frac{1}{2}kx^2=1,97\cdot x^2 \\ E_c=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)=1,97\cdot(0,05^2-x^2) \end{cases}$$

La suma de ambas es la energía mecánica:

$E_M=1,97\cdot0,05^2=4,93\cdot10^{-3}$ J.

Para hacer la representación gráfica, teniendo en cuenta que se trata de parábolas, conviene tomar valores de las energías en posiciones significativas: -0,05 m, 0 y 0,05 m. El resultado se muestra en la página siguiente.



Opción A. Ejercicio 2

[a] Escribe y comenta la Ley de Gravitación Universal.

[b] Calcula la intensidad del campo gravitatorio g_M en la superficie de Marte. ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra coincide el valor de la intensidad del campo gravitatorio terrestre g con la g_M calculada para la superficie de Marte?
DATOS: Constante de la Gravitación Universal, G = 6,67·10^{-11} N m² kg^{-2}; masa y radio de la Tierra M_T = 5,97·10^{24} kg, R_T = 6,38·10^{6} m; masa y radio de Marte M_M = 6,42·10^{23} kg, R_M = 3,40·10^{6} m.

Respuesta

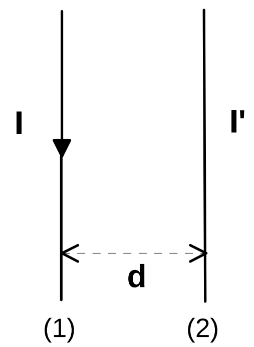
[a] Véase el libro de Física.

[b] La intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Marte vale: $g_M = G\frac{M_M}{R_M^2} = 6,67\cdot 10^{-11}\frac{6,42\cdot 10^{23}}{(3,40\cdot 10^6)^2} = 3,70$ (N/kg). A pesar de que se puede utilizar este resultado para contestar a la segunda cuestión, se va a utilizar un procedimiento más elegante; se ha de cumplir que: $g = g_M$; $G\frac{M_T}{r^2} = G\frac{M_M}{R_M^2}$, de donde se deduce que: $r^2 = \frac{M_T R_M^2}{M_M}$ y $r = R_M\sqrt{\frac{M_T}{M_M}} = 3,40\cdot 10^6\sqrt{\frac{5,97\cdot 10^{24}}{6,42\cdot 10^{23}}} = 10,4\cdot 10^6$ m. La altura sobre la superficie terrestre es, entonces, $h = r - R_T = 10,4\cdot 10^6 - 6,38\cdot 10^6 = 4\cdot 10^6$ m.

Opción A. Ejercicio 3

[a] Escribe y comenta la expresión de la fuerza de interacción entre corrientes indefinidas, rectilíneas y paralelas. Basándote en esta expresión, enuncia la definición de amperio.

[b] Dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos se encuentran separados por una distancia d, tal y como indica la figura. Cuando por ambos conductores circula la misma intensidad de corriente, I = I' = 10 A, la fuerza por unidad de longitud que ejerce un conductor sobre el otro es repulsiva y de valor $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ $N \cdot m^{-1}$. Determine la distancia d entre los conductores y justifique el sentido de I' cuando I circula en el sentido indicado en la figura.
DATO: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *m kg* C^{-2}.



Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] La fuerza por unidad de longitud entre dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos está dada por la siguiente expresión: $\frac{F}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{II'}{d}$; al introducir los valores, queda:
$4 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{10^2}{d}$; $4 \cdot 10^{-3} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{d}$; d = $5 \cdot 10^{-3}$ m.
Debido a que los conductores se repelen, se concluye que las corrientes son del mismo sentido, esto es, la corriente I' también va hacia abajo.

Opción A. Ejercicio 4

[a] Explica qué es la fusión nuclear. ¿Cuál es la diferencia básica entre fusión y fisión nucleares?

[b] La ecuación $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3\ ^{1}_{0}n + energía$
representa una reacción nuclear utilizable en una central nuclear. Justifica si dicha reacción es un proceso de fisión nuclear o de fusión nuclear y calcula la energía desprendida por cada átomo de uranio. Expresa el resultado en julios y en MeV.
DATOS: Masas: m($^{235}_{92}U$) = 235,0439 u, m($^{141}_{56}Ba$) = 140,9140 u, m($^{92}_{36}Kr$) = 91,9250 u, m($^{1}_{0}n$) = 1,0087 u. Unidad de masa atómica, u = 1,66·10^{-27} kg; c = 3,00·10^{8} m/s, 1 eV = 1,6·10^{-19} J.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Se calcula, en primer lugar, el defecto de masa, que es la diferencia entre la masa de las partículas iniciales y la masa de las partículas finales, esto es, $\Delta m = \Sigma m_i - \Sigma m_f$.

$$\begin{cases} \Sigma m_i = 235,0439 + 1,0087 = 236,0526 \text{ u} \\ \Sigma m_f = 140,9140 + 91,9250 + 3,0261 = 235,8651 \text{ u} \end{cases} \quad \Delta m = 236,0526 - 235,8651 =$$

= 0,1875 u; ahora sólo queda utilizar las unidades adecuadas; expresamos el defecto de masa en kilogramos: $\Delta m = 0,1875 \frac{1,66 \cdot 10^{-27}(kg)}{1(u)} = 3,11 \cdot 10^{-28}$ kg.

Mediante la conocida ecuación de Einstein se obtiene la energía desprendida en la fisión de un átomo de uranio: $E = \Delta m \cdot c^2 = 3,11 \cdot 10^{-28} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 2,80 \cdot 10^{-11}$ J. Para expresarla en MeV, se multiplica por los correspondientes factores de conversión:
$E = 2,80 \cdot 10^{-11}(J) \frac{1(eV)}{1,6 \cdot 10^{-19}(J)} \frac{1(MeV)}{10^6(eV)} = 175$ MeV.

☙ Opción B. Ejercicio 1

[a] Define el momento angular $\vec{L}$ de una partícula respecto de un punto. Justifica su teorema de conservación.

[b] Un satélite de 200 kg de masa m describe una órbita R = $1,914 \cdot 10^7$ m alrededor de la Tierra. Calcula la velocidad orbital del satélite y su momento angular respecto del centro de la Tierra.

[c] Determina el trabajo que deben realizar los motores del satélite para pasar a otra órbita curcular de radio 1,2R.

DATOS: Constante de la Gravitación Universal, G = $6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg^{-2}, masa de la Tierra, M = $5,97 \cdot 10^{24}$ kg, radio de la Tierra, R = $6,38 \cdot 10^6$ m.

Respuesta

[a] Consulta, y estudia, el libro de Física. Recuerda que para justificar el teorema de conservación tienes que obtener a qué es igual la variación temporal del momento angular.

[b] Se sabe que la fuerza gravitatoria sobre el satélite se comporta como fuerza centrípeta, por lo que: $G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, expresión de la que puede deducirse la rapidez orbital del satélite: $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{1{,}914 \cdot 10^7}} = 4{,}56 \cdot 10^3$ m/s.

El módulo del momento angular del satélite, respecto al centro de la Tierra, está dado por: $L = rmv$, ya que los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares (órbita circular); en consecuencia, $L = 1{,}914 \cdot 10^7(m) \cdot 200(kg) \cdot 4{,}56 \cdot 10^3 = 1{,}75 \cdot 10^{13}$ kg·m²·s^{-1}.

[c] Para una órbita circular, la energía mecánica del satélite está dada por: $E_m = -\frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r}$. En este caso, $E_{M,inicial} = -\frac{1}{2}6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 200}{1{,}914 \cdot 10^7} = -1{,}04 \cdot 10^7$ J.

La energía necesaria para desplazarlo a una órbita superior es igual a la diferencia entre las energías mecánicas final e inicial, esto es, $\Delta E = E_{M,final} - E_{M,inicial}$. La segunda es conocida, la acabamos de calcular; la primera vale: $E_M = -\frac{1}{2}6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 200}{1{,}2 \cdot 1{,}914 \cdot 10^7} = -8{,}67 \cdot 10^6$ J. La energía necesaria es, entonces, $\Delta E = -8{,}67 \cdot 10^6 - (-1{,}04 \cdot 10^7) = 1{,}73 \cdot 10^6$ J.

✍ Opción B. Ejercicio 2

[a] Establece la diferencia entre ondas longitudinales y transversales. Cita un ejemplo de onda real para cada una de ellas.

[b] Por una cuerda tensa, situada a lo largo del eje OX, se propaga una onda descrita por la ecuación $y(x,t) = 0,5\ sen[2\pi(25t + x + 0,25)]$, donde todas las magnitudes están expresadas en unidades del Sistema Internacional.
Justifica si es una onda transversal o longitudinal y determina la amplitud, la longitud de onda, la frecuencia, la fase inicial, la velocidad y el sentido de propagación de la onda.

Respuesta

[a] Véase un libro de Física.

[b] La onda se propaga por una cuerda tensa, luego tiene que ser transversal. Por otro lado, una onda armónica se expresa matemáticamente: $y(x,t) = A\ sen(\omega t \pm kx + \phi_o)$. Al comparar ambas funciones se llega a que: la amplitud A = 0,5 m, la frecuencia angular $\omega = 50\pi$ rad/s, el número de onda $k = 2\pi$ m^{-1}, la fase inicial ϕ_o = 0,25 rad y el sentido de propagación hacia la izquierda.
A partir de algunas de estas magnitudes se obtiene las que nos faltan. La longitud de onda se calcula a partir del número de onda: (m). La frecuencia está relacionada con la frecuencia angular: $\upsilon = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50\pi}{2\pi} = 25$ Hz. La velocidad de propagación es, entonces, $v = \lambda\upsilon = 1(m) \cdot 25(s^{-1}) = 25$ m/s. La velocidad de propagación también se puede hallar como cociente entre la frecuencia angular y el número de onda: $v = \frac{\omega}{k}$.

Opción B. Ejercicio 3

[a] Explica el concepto de campo electrostático creado por una o varias cargas puntuales.

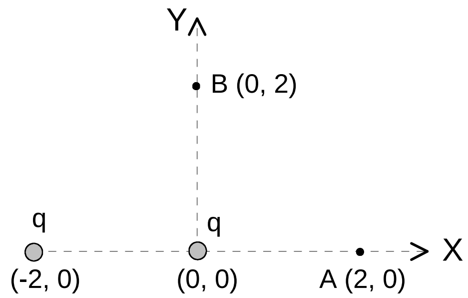
[b] Dos cargas eléctricas puntuales iguales y de valor q = 4 nC están situadas en los puntos (-2, 0) y (0, 0) del plano XY, como indica la figura. Determina:

[b1] El vector campo electrostático $\vec{E}$ en los puntos A(2, 0) y B(0, 2).

[b2] El punto o puntos del plano en los que se anula el campo $\vec{E}$.

(Las coordenadas están expresadas en metros)

DATOS: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$; *1 nC = 10^{-9} C.*



Respuesta

[a] Búsquese en el libro de Física.

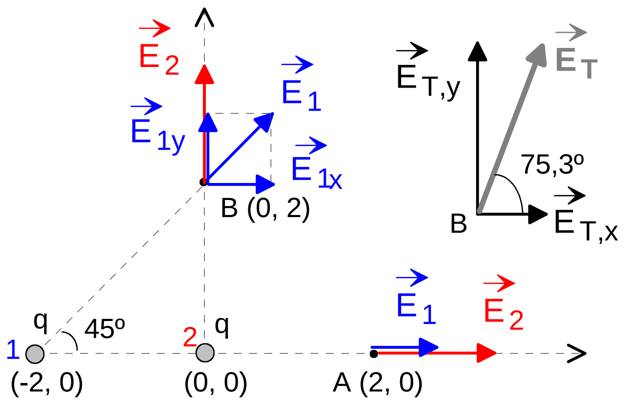
[b1] **Punto A**

Se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en dicho punto. Se trata de dos vectores de la misma dirección e idéntico sentido; sus módulos son:

$E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{4^2} = 2,25$ (N/C)

$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{2^2} = 4,5$ (N/C)

La intensidad del campo eléctrico resultante tiene como módulo la suma de los módulos (6,75 N/C), la dirección horizontal y el sentido hacia la derecha.



Punto B

En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en dicho punto. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichos vectores: $E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{8} = 4,5$ (N/C), $E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{4} = 9$ (N/C).

En tercer lugar, se halla las componentes del vector $\vec{E}_1$, las cuales tienen el mismo módulo: $4,5 \cdot sen\ 45 = 4,5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,2$ (N/C). Finalmente, calculamos la intensidad del campo eléctrico resultante mediante componentes. En el eje X hay una componente y, obviamente, se cumplirá que: $E_{T,x} = E_{1x} = 3,2$ (N/C). En el eje Y hay dos componentes que tienen iguales la dirección y el sentido, por lo que: $E_{T,y} = E_2 + E_{1y} = 9 + 3,2 = 12,2$ (N/C). Conocidas las componentes, hay que determina el la dirección y el sentido de la intensidad del campo eléctrico resultante:

$$\begin{cases} Módulo: E_T = \sqrt{E_{T,x}^2 + E_{T,y}^2} = \sqrt{3,2^2 + 12,2^2} = 12,6 (N/C) \\ Dirección\ y\ sentido: tg\ \alpha = \frac{E_{T,y}}{E_{T,x}} = \frac{12,2}{3,2} = 3,81;\ \alpha = 75,3^o \end{cases}$$

Estos resultados se muestran en la figura anterior.

[b2] El campo eléctrico sólo puede anularse en algún punto del segmento que une las cargas, ya que únicamente en esa zona los vectores $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ tienen la misma dirección y sentidos

opuestos. Se cumplirá que: $E_1 = E_2$; $k\frac{q_1}{(2-x)^2} = k\frac{q_2}{x^2}$, donde x es la distancia del punto a la carga q_2; al simplificar queda: ; x = 2 - x; 2x = 2; x = 1 m. La intensidad del campo eléctrico resultante es nula en el punto (-1, 0) m.

Opción B. Ejercicio 4

Se desea proyectar sobre una pantalla la imagen de una diapositiva empleando una lente delgada convergente de distancia focal f' = 5 cm, de forma que la imagen se proyecte invertida y con un tamaño 40 veces mayor que el de la diapositiva.

[a] Calcula las distancias diapositiva-lente y lente-pantalla.

[b] Dibuja un trazado de los rayos que explique gráficamente este proceso de formación de la imagen.

Respuesta

[a] Sabemos que se cumple la ecuación: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; para utilizar se necesita una relación entre s' y s, que se obtiene del aumento lateral: $\frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$; $\frac{s'}{s} = -40$; s' = -40 s. Al llevar esta condición a la primera ecuación queda: $\frac{-1}{40s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{5}$; $\frac{-41}{40s} = \frac{1}{5}$; -205 = 40 s; s = -5,1 cm, que es la distancia diapositiva-lente. La posición de la imagen, que es la distancia lente-pantalla, vale: s = -40·(-5,1) = 204 cm.

[b] La única dificultad es esta parte del ejercicio es que se necesita hacer el dibujo como mucha precisión, dados los valores de las magnitudes implicadas. En particular, hay que tener en cuenta que el aumento lateral vale 40.