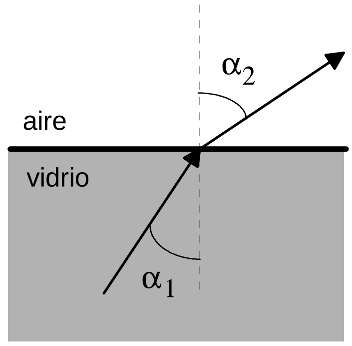
Opción A. Ejercicio 1

[a] Explica los fenómenos de reflexión y de refracción de una onda y enuncia las leyes que los rigen. ¿Cuándo se produce el fenómeno de reflexión total?

[b] Un rayo de luz monocromática, de frecuencia f = $5{,}0\cdot10^{14}$ Hz, atraviesa un vidrio con una velocidad v = $1{,}8\cdot10^{8}$ m/s e incide sobre la superficie de separación vidrio-aire con un ángulo $\alpha_1 = 30^o$. El rayo refractado emerge formando un ángulo $\alpha_2 = 56^o$ con la normal a la superficie de separación. Determina el ángulo límite y la longitud de onda en ambos medios.



Respuesta

[a] Véase el libro de Física. Fíjate que los fenómenos citados son propios de cualquier onda, por lo que podrías enunciar las leyes tanto trabajando con rayos como con frentes de onda planos.

[b] Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el rayo refractado está contenido en la superficie de separación de ambos medios, es decir, el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90º. De acuerdo con la ley de la refracción se ha de cumplir, entonces, que: $n_1 \cdot sen\ \alpha_{\lim} = n_2\ sen\ 90^o$; $sen\ \alpha_{\lim} = \frac{n_2}{n_1}$. Se necesita conocer el valor del índice de refracción del primer medio, el cual se determina también a partir de la ley de la refracción: $n_1 \cdot sen\ 30 = 1 \cdot sen\ 56$; $n_1 = \frac{sen\ 56}{sen\ 30} = \frac{0{,}829}{0{,}5} = 1{,}66$.
En consecuencia, $sen\ \alpha_{\lim} = \frac{1}{1{,}66} = 0{,}60$ y $\alpha_{\lim} = 36{,}9^o$.

La longitud de onda en el vidrio es: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1{,}8\cdot10^8\ (m/s)}{5\cdot10^{14}\ (1/s)} = 3{,}6\cdot10^{-7}\ m$. Para calcular la longitud de onda en el aire se puede utilizar la misma fórmula; sin embargo, dado que la velocidad de la luz en el aire no es un dato (aunque sea sobradamente conocida), vamos a utilizar otro procedimiento. Cuando la luz cambia de medio, la frecuencia permanece constante, por lo que se puede escribir: $f = \frac{v}{\lambda_{vidrio}} = \frac{c}{\lambda_{aire}}$; de donde se deduce que:
$\lambda_{aire} = \left(\frac{c}{v}\right)\lambda_{vidrio} = n \cdot \lambda_{vidrio}$; $\lambda_{aire} = 1{,}66 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-7} = 6{,}0 \cdot 10^{-7}\ m$.

Opción A. Ejercicio 2

[a] Enuncia la Ley de Gravitación Universal. Justifica que dicha fuerza es conservativa.

[b] Supongamos que, por un proceso de dilatación, el radio de la Tierra alcanza un valor 1,05 veces el radio actual R_T ($R = 1,05\ R_T$). Durante este proceso la Tierra mantiene la misma masa M_T y su forma aproximadamente esférica. Determina, en estas condiciones, la aceleración de la gravedad g' en la superficie terrestre y la velocidad de escape v' desde dicha superficie. *DATOS: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m² kg^{-2}; masa de la Tierra, $M_T = 5,97\cdot10^{24}$ kg, radio de la Tierra, $R_T = 6,38\cdot10^{6}$ m.*

Respuesta

[a] Véase el libro de Física. Para justificar que es una fuerza conservativa tienes que calcular el trabajo entre dos puntos del campo -mediante una integral- y comprobar que el resultado sólo depende de los puntos inicial y final.

[b] La nueva aceleración de la gravedad es:

$$g' = G\frac{M_T}{R^2} = G\frac{M_T}{(1,05\ R_T)^2} = 6,67\cdot10^{-11}\frac{5,97\cdot10^{24}}{(6,70\cdot10^{6})^2} = 8,87\ \frac{N}{kg}.$$

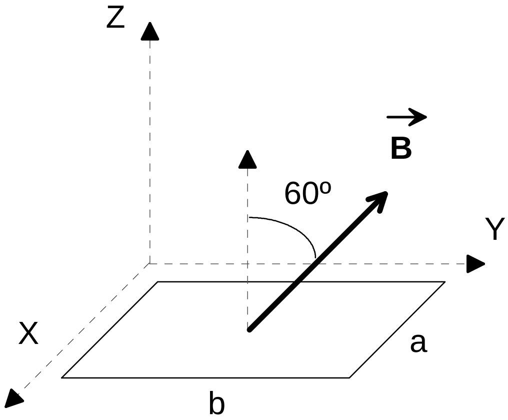
Conviene deducir la expresión matemática asociada a la velocidad de escape. Por la conservación de la energía mecánica, tenemos que: $E_M(\text{superficie}) = E_M(\infty)$; $-G\frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2}mv_{esc}^2 = 0$; $v_{esc} = \sqrt{\frac{2\ G\ M_T}{R_T}}$. La nueva velocidad de escape será:

$$v' = \sqrt{\frac{2\ G\ M_T}{1,05\ R_T}} = \sqrt{\frac{2\cdot6,67\cdot10^{-11}\cdot5,97\cdot10^{24}}{1,05\cdot6,38\cdot10^{6}}} = 1,09\cdot10^{4}\ \left(\frac{m}{s}\right).$$

Opción A. Ejercicio 3

[a] Enuncia y explica las leyes de Faraday y Lenz sobre inducción electromagnética.

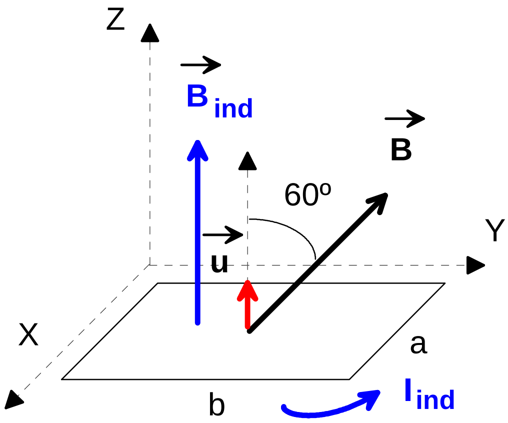
[b] Se tiene una espira rectangular de lados *a = 0,1 m* y *b = 0,2 m* en el plano XY. Sobre dicho plano aplicamos un campo magnético uniforme $\vec{B}$, que forma un ángulo de 60º con el semieje positivo del eje Z, y que disminuye exponencialmente con el tiempo, $|\vec{B}(t)| = 4e^{-2t}$ (*T*). Calcula la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante t = 0,5 s. Indica razonando la respuesta, y mediante un dibujo, el sentido de la corriente inducida en la espira.



Respuesta

[a] Véase el libro de Física. Recuerda que las leyes de Faraday y Lenz se formulan conjuntamente en la llamada ley de Faraday-Lenz, en la que el módulo de la fuerza electromotriz inducida corresponde a Faraday y el sentido de la corriente inducida a Lenz.

[b] Asociamos a la superficie de la espira un vector unitario $\vec{u}$ perpendicular a la misma. El flujo magnético se calcula, entonces, mediante: $\phi_B = B \cdot S \cdot \cos\theta$, siendo θ el ángulo formado por el vector unitario $\vec{u}$ y el vector intensidad del campo magnético $\vec{B}$; por lo tanto, $\phi_B = 4e^{-2t} \cdot 0,02 \cdot \cos 60 = 0,04e^{-2t}$ (Wb).



Por otro lado, la ley de Faraday-Lenz establece que la fuerza electromotriz inducida es igual, con signo menos, a la variación temporal del flujo magnético: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$. En nuestro caso, $\varepsilon = -0,04 \cdot (-2) \cdot e^{-2t} = 0,08e^{-2t}$ (V). En el instante t=1,5 s, la fuerza electromotriz inducida es: $\varepsilon(1,5) = 0,08e^{-3} = 4 \cdot 10^{-3}$ (V).

El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce. En este caso, el flujo magnético está disminuyendo porque lo hace la intensidad del campo magnético; para compensar esta disminución, se ha de crear un campo magnético de inducción del mismo sentido que el exterior (véase la figura). La intensidad de corriente asociada a este campo tiene, a partir de la regla de la mano derecha, el sentido mostrado en la misma figura.

☙ Opción A. Ejercicio 4

Una lente delgada convergente forma, de un objeto real de 2 cm de altura situado a 1 m de distancia de la lente, una imagen, también real, situada a 75 cm de distancia de dicha lente.

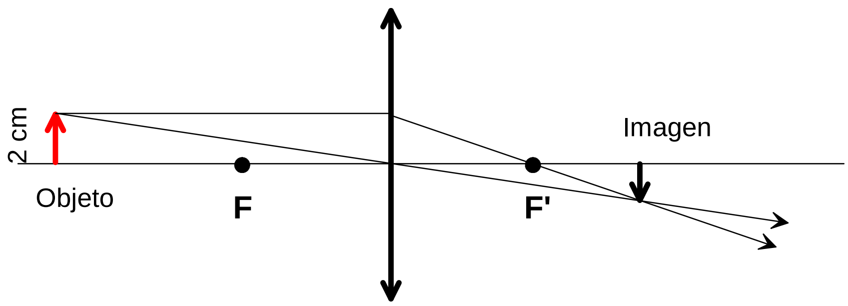
[a] Determina el tamaño de la imagen y la potencia de la lente.

[b] Comprueba los resultados mediante el trazado de rayos.

Respuesta

[a] La ecuación fundamental de las lentes delgadas es: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$. Para el objeto tenemos que: s = -1 m y s' = 0,75 m, así que la potencia es: $P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0{,}75} - \frac{1}{-1} = \frac{1+0{,}75}{0{,}75} = 2{,}3$(D). El tamaño de la imagen se obtiene mediante: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$; $\frac{y'}{2} = \frac{0{,}75}{-1}$; y' = -1,5 cm. La imagen es invertida y menor.

[b] La distancia focal imagen vale: $f' = \frac{0{,}75}{1{,}75} = 0{,}43$ m.



☙ Opción B. Ejercicio 1

Una onda transversal se propaga de izquierda a derecha, según el eje OX, a lo largo de una cuerda horizontal tensa e indefinida, siendo la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase 10 cm. La onda está generada por un oscilador que vibra, en la dirección del eje OY, con un movimiento armónico simple de frecuencia f = 100 Hz y amplitud A = 5 cm.

[a] Escribe una expresión matemática de la onda indicando el valor numérico de todos los parámetros (en el instante inicial el punto x = 0, posición del oscilador, tiene elongación nula).

[b] Determina la velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

Respuesta

[a] Para escribir la expresión matemática de la onda se necesita conocer la amplitud, la frecuencia angular, el número de onda y la fase inicial, información que se obtiene del enunciado. El número de onda está relacionado con la longitud de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,1} = 20\pi(m^{-1})$. La frecuencia angular se puede obtener a partir de la velocidad y de la frecuencia: $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 100\pi(Hz) = 200\pi(\frac{rad}{s})$. La amplitud vale 0,05 m.
La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx + \varphi)$, ya que la onda se propaga hacia la derecha. Hay que calcular la fase inicial φ; por la condiciones iniciales, se debe cumplir que $0 = 0,05\ sen\ \varphi$; $sen\ \varphi = 0$ y $\varphi = 0$. La ecuación de la onda es, entonces, $y(x,t) = 0,05\ sen(200\pi t - 20\pi x)$.

[b] La velocidad de propagación de la onda se calcula mediante: $v = \lambda \cdot f = 0,1 \cdot 100 = 10$ (m/s). El mismo resultado se alcanza dividiendo los coeficientes de t y de x de la ecuación de la onda: $v = \frac{200\pi}{20\pi} = 10$ (m/s).
La velocidad de oscilación, para cualquier punto de la cuerda, se obtiene derivando con respecto al tiempo la ecuación de la onda, teniendo en cuenta que x ha de ser constante, esto es, $v_{transversal} = \frac{dy}{dt} = 0,05 \cdot 200\pi\ \cos(200\pi t - 20\pi x) = 10\pi\ \cos(200\pi t - 20\pi x)$. De esta expresión se deduce que la velocidad máxima de oscilación es: 10π (m/s).

Opción B. Ejercicio 2

[a] Define el momento angular de una partícula. Justifica su teorema de conservación.
[b] Un satélite de masa m = 200 kg describe una órbita circular geoestacionaria alrededor de la Tierra. Determina la velocidad orbital del satélite y el módulo de su momento angular respecto del centro de la Tierra.
DATOS: Constante de la Gravitación Universal, G = 6,67·10⁻¹¹ N m² kg⁻², masa de la Tierra, M = 5,97·10²⁴ kg, radio de la Tierra, R = 6,38·10⁶ m.

Respuesta

[a] Para justificar el teorema de conservación, recuerda que el momento angular de una partícula está relacionado con el momento de la fuerza neta que actúa sobre la misma.

[b] De la información del enunciado se deduce que el periodo del satélite es de 24 h. Si se aplica la 2ª ley de Newton al satélite, se puede escribir: $G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$; por otro lado, sabemos que $\omega = \frac{2\pi}{T}$; de ambas, simplificando la masa del satélite, se llega a: $G\frac{M_T}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$; $r^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2}$; $r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}\cdot(8{,}64\cdot10^4)^2}{4\pi^2}} = 42{,}2\cdot10^6$ m. La velocidad orbital del satélite es, entonces, $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\ 42{,}2\cdot10^6}{86400} = 3{,}07\cdot10^3$ (m/s). La velocidad orbital también se puede determinar mediante: $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.

El módulo del momento angular respecto al centro de la Tierra, teniendo en cuenta que los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares, vale:
$L_{Centro} = r\cdot m\cdot v\cdot sen\ \frac{\pi}{2} = 42{,}2\cdot10^6\cdot200\cdot3{,}07\cdot10^3 = 2{,}59\cdot10^{13}$ (kg m² s⁻¹).

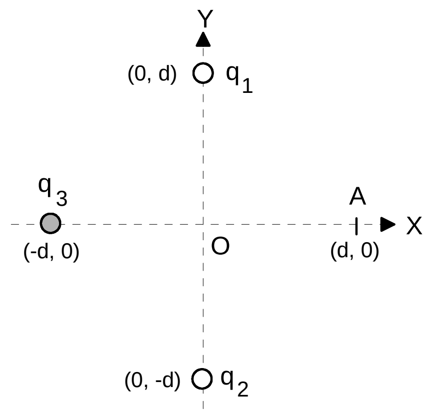
Opción B. Ejercicio 3

[a] Explica el concepto de campo electrostático creado por una o varias cargas puntuales.

[b] Tres cargas eléctricas puntuales, de valores q_1 = 10 nC, q_2 = 10 nC y q_3 = -20 nC, están fijas en el espacio separadas una distancia d = 10 cm del origen de coordenadas y distribuidas como se indica en la figura.

[b1] Determina el módulo, la dirección y el sentido del campo electrostático en el punto A(d, 0).

[b2] Calcula el trabajo que tenemos que realizar para desplazar una carga q' = 1 nC desde el punto A(d, 0) hasta el origen de coordenadas O(0, 0).

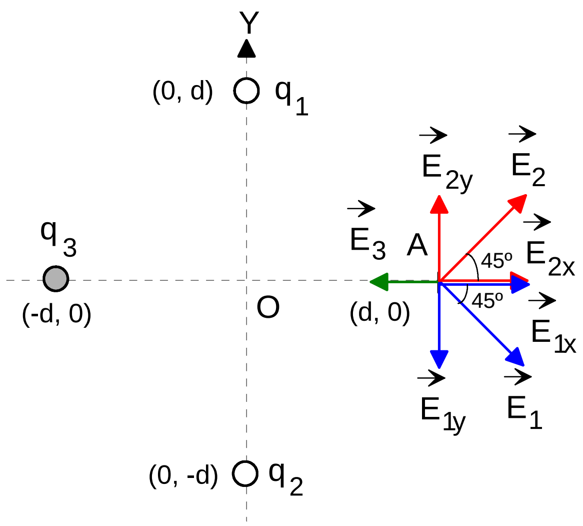


{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$; $1\ nC = 10^{-9}C$}

Respuesta

[a] El campo electrostático puede describirse mediante dos magnitudes: una, vectorial, la intensidad del campo eléctrico; otra, escalar, el potencial eléctrico. Se supone que aquí se pide hablar de la primera.

[b1] En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en el punto A. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichos vectores:



$E_1 = k\frac{q_1}{2d^2}$, $E_2 = k\frac{q_2}{2d^2}$ y $E_3 = k\frac{q_3}{4d^2}$, ya que las dos primeras cargas distan $d\sqrt{2}$ cm del punto A. En tercer lugar, se descomponen los vectores en sus componentes y se calculan sus módulos; dados los valores de las cargas, de las distancias y de los ángulos, todas las componentes de las intensidades del campo eléctrico $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ tienen el mismo módulo: $k\frac{q_1}{2d^2} sen\ 45 = k\frac{q_1}{2d^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$ (N/C). Finalmente, calculamos la intensidad del campo eléctrico resultante en A mediante componentes. Empecemos por lo sencillo: en el eje Y se observa que hay dos componentes del mismo módulo, de la misma dirección y de sentidos contrarios, por lo que se anulan mutuamente ($\vec{E}_{T,y} = 0$). En el eje X hay tres componentes; la suma vectorial de las mismas tiene como módulo: $E_{T,x} = E_{1x} + E_{2x} - E_3 = 2k\frac{q_1}{2d^2}\frac{\sqrt{2}}{2} - k\frac{q_3}{4d^2} = k\frac{q_1}{2d^2}\sqrt{2} - k\frac{q_3}{4d^2}$. Al sustituir los valores queda: $E_{T,x} = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}}\sqrt{2} - 9 \cdot 10^9 \frac{20 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-2}} = 1864$ (N/C). Este es el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante; su dirección y sentido coinciden con +OX.

[b2] El campo eléctrico es conservativo, por lo que: $W_{A\to O} = -\Delta E_p = -q'\Delta V = -q'(V_O - V_A)$. El potencial eléctrico en el punto O, suma de tres potenciales, es nulo, como puede comprobarse sencillamente. El potencial eléctrico en el punto A se calcula como sigue: $V_A = V_{A1} + V_{A2} + V_{A3} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2} \cdot 0{,}1} - 9 \cdot 10^9 \frac{20 \cdot 10^{-9}}{0{,}2} = 1270 - 900 = 370$ V. El trabajo

realizado sobre q' es, entonces, J. Al ser una magnitud positiva se concluye que no ha sido realizado por las fuerzas del campo, sino por un agente exterior; no es un proceso espontáneo. A esta conclusión también se llega mediante un análisis de la dinámica de la carga q'; si se deja en libertad en el punto A, se ve sometida a una fuerza horizontal y hacia la derecha, por lo que no es posible que, merced a las fuerzas de campo, se mueva hacia el punto O.

Opción B. Ejercicio 4

[a] Un haz luminoso que incide sobre la superficie de un metal provoca que éste emita electrones por efecto fotoeléctrico. Explica brevemente cómo se modifica el número y la energía cinética de los electrones emitidos si aumentamos la intensidad del haz incidente. ¿Y si disminuimos la frecuencia de la luz incidente?

[b] Un haz láser de argón, de longitud de onda $\lambda = 514$ nm y potencia P = 2 W, incide sobre una superficie de cesio. Determina la energía cinética máxima de los electrones emitidos así como la frecuencia umbral f_u para el cesio.

{DATOS: Carga eléctrica elemental, e = $1{,}60\cdot10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío, c = $3{,}00\cdot10^{8}$ m/s; constante de Planck, h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ Js; función de trabajo o trabajo de extracción del Cs = 2,0 eV}

Respuesta

[a] La respuesta está en las **leyes de la emisión fotoeléctrica**.

1. Para un metal y una frecuencia de radiación incidente dados, la cantidad de fotoelectrones emitidos es directamente proporcional a la intensidad de luz incidente.
2. Para cada metal dado, existe una cierta frecuencia mínima de radiación incidente debajo de la cual ningún fotoelectrón puede ser emitido. Esta frecuencia se llama frecuencia de corte o frecuencia umbral.
3. Por encima de la frecuencia de corte, la energía cinética máxima del fotoelectrón emitido es independiente de la intensidad de la luz incidente, pero depende de la frecuencia de la luz incidente.
4. El tiempo de retraso entre la incidencia de la radiación y la emisión del fotoelectrón es muy pequeña, menos que 10^{-9} segundos.

[b] Sabemos que el trabajo de extracción está relacionado con la frecuencia umbral mediante la expresión: $\phi_o = hf_u$; por lo que la frecuencia umbral es: $f_u = \frac{\phi_o}{h}$. Por otro lado, como 1 eV = $1{,}60\cdot10^{-19}$ J, $\phi_o = 2{,}0(eV)\cdot\frac{1{,}60\cdot10^{-19}(J)}{1(eV)} = 3{,}2\cdot10^{-19}(J)$; la frecuencia umbral es, entonces, $f_u = \frac{\phi_o}{h} = \frac{3{,}2\cdot10^{-19}(J)}{6{,}63\cdot10^{-34}(J.s)} = 4{,}83\cdot10^{14}(Hz)$.

La energía cinética máxima de los electrones emitidos está ligada con la frecuencia de la luz incidente y con el trabajo de extracción mediante la relación: $E_{c,\max} = hf - \phi_o$. La frecuencia de la luz es: $f = \frac{3\cdot10^{8}(m/s)}{5{,}14\cdot10^{-7}(m)} = 5{,}84\cdot10^{14}(Hz)$. Se comprueba que este valor es mayor que la frecuencia umbral, como tiene que ser. Sustituyendo los valores numéricos, queda: $E_{c,\max} = 6{,}63\cdot10^{-34}(J.s)\cdot5{,}84\cdot10^{14}(Hz) - 3{,}2\cdot10^{-19}(J) = 6{,}72\cdot10^{-20}(J)$.