☙ Opción A. Ejercicio 1

La ecuación de una onda armónica que se propaga según el eje OX, por una cuerda horizontal, viene dada por: $y(x,t) = 0,05\ sen[\pi(10x + 20t + 0,25)]$, donde todas las magnitudes se expresan en el SI de unidades.

[a] Determina la amplitud, la longitud de onda, la fase inicial y la velocidad, dirección y sentido de propagación de la onda. Justifica si la onda es longitudinal o transversal.

[b] Calcula la elongación y la velocidad transversal de oscilación del punto situado en x = 0, 5 m en el instante t = 0,25 s.

Respuesta

[a] Una onda armónica se puede expresar matemáticamente de muchas maneras, dos de las cuales son las siguientes: $y(x,t) = A\ sen(\omega t \pm kx + \phi_o)$ o $y(x,t) = A\ sen(kx \pm \omega t + \phi_o)$. Nosotros estamos más acostumbrados a la primera, pero el enunciado del ejercicio se refiere a la segunda forma.
Para no olvidar el factor π, conviene escribir la ecuación de la onda como sigue: $y(x,t) = 0,05\ sen(10\pi x + 20\pi t + 0,25\pi)$; al comparar esta ecuación con la expresión general se llega a que la amplitud A = 0,05 m, la frecuencia angular $\omega = 20\pi$ (rad/s), el número de onda $k = 10\pi$ (m^{-1}) y la fase inicial $\phi_o = 0,25\pi$ (rad). Además, la longitud de onda es: $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2$(m), la velocidad de propagación se calcula mediante: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{20\pi}{10\pi} = 2$ (m/s) y la dirección y el sentido de propagación son los de -OX.
La onda se propaga en un cuerda, por lo que se trata de una onda transversal.

[b] En primer lugar, se determina la expresión de la elongación, en función del tiempo, para el punto de la cuerda localizado en x = 0,50 m. Al llevar este valor a la ecuación de la onda, se obtiene: $y(0,05,t) = 0,05\ sen(20\pi t + 5,25\pi)$(m/s). En segundo lugar, al derivar esta función, respecto al tiempo, se llega a la expresión de la velocidad transversal del punto de la cuerda antes citado: $v(0,05,t) = \frac{dy}{dt} = 0,05 \cdot 20\pi\ \cos(20\pi t + 5,25\pi) = \pi\ \cos(20\pi t + 5,25\pi)$ (m/s). En tercer lugar, al sustituir t = 0,25 s en las dos ecuaciones obtenidas tenemos la respuesta pedida:

$$y(0,05,0,25) = 0,05\ sen(5\pi + 5,25\pi) = 0,035 \text{ m}$$
$$v(0,05,0,25) = \pi\ \cos(5\pi + 5,25\pi) = 2,22 \text{ m/s}$$

Opción A. Ejercicio 2

[a] Enuncia y comenta las Leyes de Kepler.

[b] La Tierra da la vuelta al Sol en un año describiendo una órbita de radio medio $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m. Júpiter emplea 11,86 años en recorrer su órbita, aproximadamente circular, alrededor del Sol. Determina el radio medio de la órbita de Júpiter y la masa del Sol.
DATO: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg^{-2}.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Se ha de cumplir para los planetas la 3ª ley de Kepler: los cuadrados de los periodos son proporcionales a los cubos de las distancias medias de los planetas al Sol, esto es, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Tierra} = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Júpiter}$, que se puede escribir: $\left[\frac{T_T}{T_J}\right]^2 = \left[\frac{r_T}{r_J}\right]^3$;
$r_J = r_T\left[\frac{T_J}{T_T}\right]^{\frac{2}{3}} = 1{,}496 \cdot 10^{11} \cdot 11{,}86^{\frac{2}{3}} = 7{,}780 \cdot 10^{11}$ (m).

Para hallar la masa del Sol nos fijamos en los datos relativos a la Tierra. Ésta evoluciona por la acción de la fuerza de atracción gravitatoria del Sol; esta fuerza se comporta como fuerza centrípeta, por lo que, al aplicar la 2ª ley de Newton al movimiento de la Tierra, queda: $G\frac{M_S M_T}{r^2} = M_T \omega^2 r$; la masa de la Tierra se puede simplificar en esta expresión y como $\omega = \frac{2\pi}{T}$, finalmente se llega a $M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$.
El periodo del movimiento de la Tierra alrededor del Sol vale:
$T = 365\ (días) \cdot 24\ \left(\frac{horas}{día}\right) \cdot 3600\ \left(\frac{s}{día}\right) = 3{,}15 \cdot 10^7 (s)$. La masa del Sol es, entonces,
$M_S = \frac{4\pi^2 \cdot (1{,}496 \cdot 10^{11})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (3{,}15 \cdot 10^7)^2} = 2{,}00 \cdot 10^{30}$(kg).

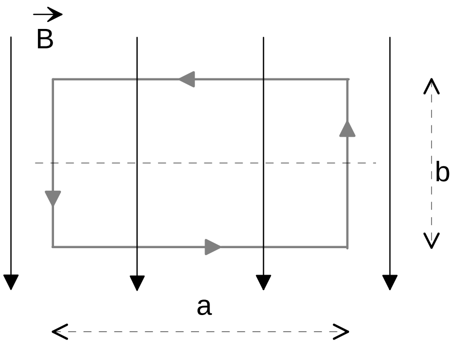
Opción A. Ejercicio 3

[a] ¿Qué campo magnético $\vec{B}$ crea en su entorno una corriente eléctrica rectilínea e indefinida? Explica cómo son, y dibuja, la líneas de campo magnético. ¿Cómo cambian los resultados anteriores al invertir el sentido de la corriente?

[b] En el seno de un campo magnético uniforme, de valor B = 5 mT, se sitúa una espira rectangular rígida, de lados *a = 10 cm* y *b = 5 cm* (ver figura).

[b1] Calcula la fuerza ejercida sobre cada uno de los lados de la espira cuando circula por ella una intensidad eléctrica I = 2 A en el sentido indicado en la figura.

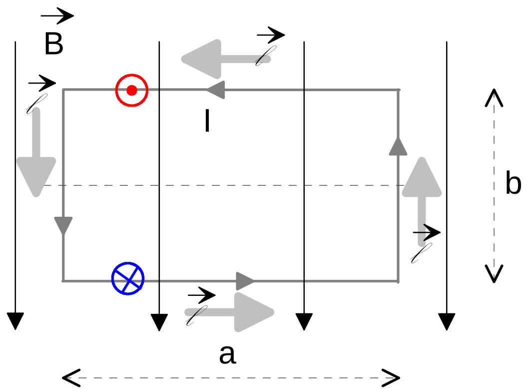
[b2] Determina el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida en la espira cuando la hacemos rotar, alrededor de su eje de simetría horizontal, con una velocidad angular $\omega = 4\pi$ (rad/s).



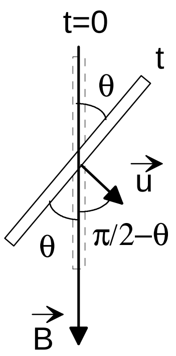
Respuesta

[a] Véase el libro de Física. Tienes que indicar cuál es el módulo de la intensidad del campo magnético y dibujar las líneas de campo; recuerda que son circunferencias concéntricas, con centro en la corriente y situadas en planos perpendiculares a la misma.

[b1] La fuerza sobre cada elemento de corriente se calcula mediante: $\vec{F}_B = I(\vec{l}\times\vec{B})$, donde $\vec{l}$ es un vector que tiene la dirección y el sentido de la intensidad de corriente. En la figura se ha dibujado, con otra escala, dichos vectores. Las fuerzas sobre los lados de mayor longitud tienen el mismo módulo: $F_B = IaB\ sen\ 90^o = 2\cdot 0,1\cdot 5\cdot 10^{-3} = 10^{-3}$ N. La fuerza sobre el lado superior es perpendicular al plano del dibujo y tiene el sentido saliente (de color rojo en la figura), mientras que la fuerza sobre el lado inferior, también perpendicular al plano del dibujo, tiene el sentido entrante (de color azul en la figura). En los lados de menor longitud, los vectores $\vec{l}$ y $\vec{B}$ tienen la misma dirección, por lo que las fuerzas son nulas. El resultado es que la espira está sometida a un par de fuerzas y girará en torno a su eje de simetría horizontal. Así es como funcionan los motores eléctricos.



[b2] Ahora no circula corriente por la espira y al hacerla girar, por la acción de un agente externo, alrededor de su eje de simetría horizontal, se producirá una corriente inducida. A continuación se muestra el perfil de la espira visto desde la derecha. En la figura se muestra las posiciones de la espira en el instante inicial y en un instante t cualquiera, también aparecen los vectores y $\vec{u}$; si θ es el ángulo girado por la espira, se cumple que: ; además, el ángulo que forman dichos vectores es el complementario de θ.



El flujo magnético se calcula, entonces, mediante: $\phi_B = B \cdot S \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = B \cdot S \cdot sen\ \theta = B \cdot S \cdot sen\ \omega t$ (Wb). Por otro lado, la ley de Faraday-Lenz establece que la fuerza electromotriz inducida es igual, con signo menos, a la variación temporal del flujo magnético: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$. En nuestro caso, $\varepsilon = -B \cdot S.\omega \cos \omega t$ (V), cuyo valor máximo es: $\varepsilon_{max} = B \cdot S \cdot \omega = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,02 \cdot 4\pi = 1,26 \cdot 10^{-3}$ V.

꧁ Opción A. Ejercicio 4

[a] Define las siguientes magnitudes asociadas a los procesos de desintegración radiactiva: actividad (A), periodo de semidesintegración (T) y vida media (τ).

[b] Un dispositivo, para combatir ciertos tumores mediante radioterapia, contiene una muestra de 0,25 g de cobalto (isótopo $^{60}_{27}Co$). El periodo de semidesintegración de este isótopo es de 5,27 años. ¿Cuál es la actividad inicial A_o de la muestra? ¿A cabo de cuanto tiempo quedará sólo el 10% del cobalto inicial?
DATOS: Unidad de masa atómica, u = 1,66·10^{-27} kg; masa del $^{60}_{27}Co$ = 60 u.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Tras expresar el periodo de semidesintegración en segundos: $T_{1/2} = 1,66 \cdot 10^8 (s)$, se calcula la constante de desintegración λ: $\lambda = \frac{0,693}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{1,66 \cdot 10^8 (s)} = 4,17 \cdot 10^{-9} (s^{-1})$.
Por otro lado, el número de núcleos de cobalto presentes en la muestra es:
núcleos. La actividad radiactiva inicial es, entonces, $A_o = \lambda N_o = 4,17 \cdot 10^{-7} (s^{-1}) \cdot 2,51 \cdot 10^{21} (núcleos) = 10^{15} (des/s) = 2,70 \cdot 10^4$(Ci).

El número de núcleos radiactivos presentes en el instante t, está dado por: $N = N_o\ e^{-\lambda t}$; si multiplicamos ambos lados por la masa de un núcleo se llega a: $m = m_o\ e^{-\lambda t}$, se ha de cumplir que $m = m_o/10$, por lo que: $\frac{m_o}{10} = m_o\ e^{-4,17 \cdot 10^{-9} t}$; al simplificar m_o y tomar logaritmos neperianos se obtiene: $\ln\left(\frac{1}{10}\right) = -4,17 \cdot 10^{-9} t$; $-2,30 = -4,17 \cdot 10^{-9} t$; $t = \frac{2,30}{4,17 \cdot 10^{-9}} = 5,52 \cdot 10^8 (s) = 17,5 (años)$. Este resultado parece coherente: transcurridos tres periodo de semidesintegración (15,81 años), quedaría el 12,5% de la muestra inicial; para que quede menos se necesita más tiempo.

ೞ Opción B. Ejercicio 1

[a] Establece el concepto de campo gravitatorio terrestre. Representa sus líneas de campo y sus superficies equipotenciales.

[b] Un satélite de masa m = 100 kg realiza una órbita circular terrestre de radio dos veces el de la Tierra, $r = 2R_T$. Calcula el valor de su energía mecánica y la cantidad de energía que será necesario suministrarle para desplazarlo a una órbita de radio tres veces el terrestre, $r' = 3R_T$.
DATOS: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m² kg^{-2}, masa de la Tierra, $M = 5{,}97\cdot 10^{24}$ kg, radio de la Tierra, $R = 6{,}38\cdot 10^{6}$ m.

Respuesta

[a] Consulta, y estudia, el libro de Física. Recuerda que las líneas de campo son radiales y las superficie equipotenciales, si nos referimos al plano, circunferencias.

[b] Para una órbita circular, la energía mecánica del satélite está dada por: $E_m = -\frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r}$. En este caso, $E_m = -\frac{1}{2}6,67\cdot 10^{-11}\frac{5,97\cdot 10^{24}\cdot 100}{2\cdot 6,38\cdot 10^{6}} = -1,56\cdot 10^{9}$ J.
La energía necesaria para desplazarlo a una órbita superior es igual a la diferencia entre las energías mecánicas final e inicial, esto es, $\Delta E = E_{m,final} - E_{m,inicial}$. La segunda es conocida, la acabamos de calcular; la primera vale: $E_m = -\frac{1}{2}6,67\cdot 10^{-11}\frac{5,97\cdot 10^{24}\cdot 100}{3\cdot 6,38\cdot 10^{6}} = -1,04\cdot 10^{9}$ J. La energía necesaria es, entonces, $\Delta E = -1,04\cdot 10^{9} - (-1,56\cdot 10^{9}) = 5,2\cdot 10^{8}$ J.

☙ Opción B. Ejercicio 2

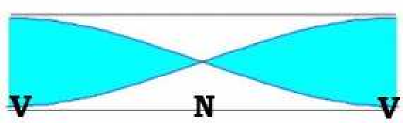
[a] Explica, e ilustra con un ejemplo, el fenómeno de las ondas estacionarias.

[b] Un tubo de longitud L = 1,30 m tiene los dos extremos abiertos a la atmósfera. Calcula las dos frecuencias de excitación sonora más pequeñas, para las que se formarán ondas estacionarias en el interior del tubo. Representa gráficamente estas ondas indicando la posición de nodos y vientres.
DATO: Velocidad del sonido en el aire, v = 340 m/s.

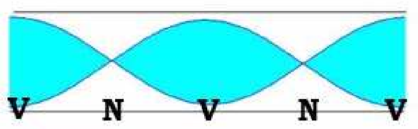
Respuesta

[a] Véase un libro de Física.

[b] A no ser que se conozca la serie de fórmulas correspondiente a las frecuencias, conviene empezar la resolución por la segunda pregunta. En el tubo abierto los extremos son vientres. Los perfiles de la ondas estacionarias correspondientes a la frecuencia fundamental y al 2º armónico -frecuencias más pequeñas- se muestran a continuación.



Fundamental



2º armónico

Para el perfil de la izquierda se cumple que: $L = \frac{\lambda}{2}$, $\lambda = 2 \cdot L$; como la frecuencia es: $\upsilon = \frac{v}{\lambda}$, se cumple que: $\upsilon_o = \frac{v}{2 \cdot L} = \frac{340}{2,60} = 131$ Hz.
De manera análoga, para el perfil de la derecha tenemos que: $\lambda = L$, por lo que: $\upsilon_2 = \frac{v}{L} = \frac{340}{1,30} = 262$ Hz.

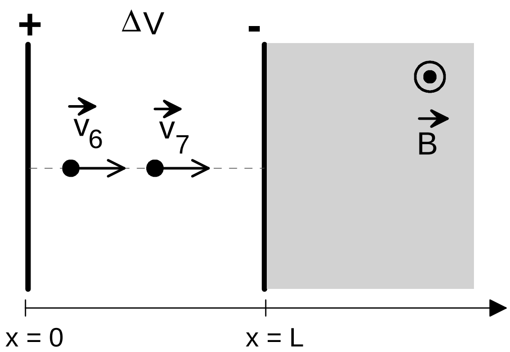
Opción B. Ejercicio 3

[a] Cita y explica dos analogías y dos diferencias entre el campo electrostático y el campo magnetostático.

[b] Una muestra natural de litio contiene dos variedades isotópicas, ^6Li y . Tras un proceso de ionización, los iones producidos y $^7Li^+$ son acelerados desde el reposo mediante el campo electrostático generado por la aplicación de una diferencia de potencial $\Delta V = 450$ V entre dos placas conductoras. (Ver figura)

[b1] Determina el cociente entre las velocidades del $^6Li^+$ y del $^7Li^+$ en cualquier punto de la región de aceleración (0 < x < L). Calcula dichas velocidades al atravesar el plano x = L.

[b2] En la región x > L existe un campo magnético $\vec{B}$ que sale perpendicular al plano del papel. Cuando penetran en ella ambos tipos de iones describen trayectorias circulares distintas. Dibuja estas trayectorias y calcula el radio en el caso del ión $^6Li^+$ si el valor del campo magnético es B = 0,7 T.



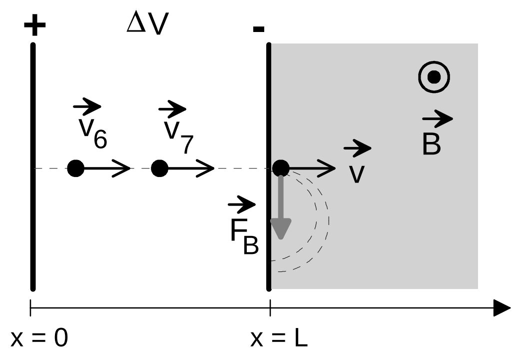
DATOS: Carga eléctrica elemental, e = 1,6·10^{-19} C; unidad de masa atómica, u = 1,66·10^{-27} kg; masa del $^6Li \simeq 6$ u; masa del $^7Li \simeq 7$ u.

Respuesta

[a] Búsquese en el libro de Física.

[b1] Vamos a utilizar la 2ª ley de Newton y alguna ecuación del MRUA. En la zona entre las placas existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = \frac{\Delta V}{L}$, horizontal y hacia la derecha. Cada uno de los iones tiene una carga +e, por lo que la aceleración se calcula mediante: $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e\Delta V}{mL}$; por otro lado, al tratarse de un MRUA, la velocidad está relacionada con el desplazamiento mediante: $v^2 = 2ax = 2\frac{e\Delta V}{mL}x$, con $0 \le x \le L$. Al particularizar esta expresión para los iones de litio, se obtiene: $\left\{ \begin{array}{l} v_6^2 = 2\frac{e\Delta V}{m_6 L}x \\ v_7^2 = 2\frac{e\Delta V}{m_7 L}x \end{array} \right.$; si se divide, miembro a miembro, la primera por la segunda, queda: $\frac{v_6^2}{v_7^2} = \frac{m_7}{m_6} = \frac{7}{6}$. La relación buscada es, entonces, $\frac{v_6}{v_7} = \sqrt{\frac{7}{6}} = 1,08$. Al atravesar el plano x = L, esto es, al llegar al campo magnético, los cuadrados de las velocidades son: $\left\{ \begin{array}{l} v_6^2 = \frac{2e\Delta V}{m_6 L}L = \frac{2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 450}{6\cdot 1,66\cdot 10^{-27}} = 1,45\cdot 10^{10} \\ v_7^2 = \frac{2e\Delta V}{m_7 L}L = \frac{2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 450}{7\cdot 1,66\cdot 10^{-27}} = 1,24\cdot 10^{10} \end{array} \right.$; las velocidades son, pues, $v_6 = 1,20\cdot 10^5$ m/s y $v_7 = 1,11\cdot 10^5$ m/s.

[b2] Los iones entran perpendicularmente a la intensidad del campo magnético; la fuerza magnética sobre uno de los iones se muestra en la figura adjunta. Esta fuerza magnética se comporta como fuerza centrípeta; la 2ª ley de Newton establece que: $F_B = ma_c$, esto es, $evB = m\frac{v^2}{r}$; de donde se deduce el radio de



la órbita circular descrita por los iones: $r = \frac{mv}{eB}$. Al particularizar esta expresión para los iones de Li, se obtiene: $\begin{cases} r_6 = \frac{m_6 v_6}{eB} \\ r_7 = \frac{m_7 v7}{eB} \end{cases}$; al dividir, miembro a miembro, la primera ecuación por la segunda, se llega a: $\frac{r_6}{r_7} = \frac{m_6 v_6}{m_7 v_7} = \frac{6}{7}\sqrt{\frac{7}{6}} = \sqrt{\frac{6}{7}} = 0,926$, donde se ha utilizado el cociente entre las velocidades obtenido en el apartado anterior. En la figura, la semicircunferencia de menor radio corresponde al ión $^6Li^+$; el valor de dicho radio es:
$r_6 = \frac{6 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 1,2 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,7} = 1,07 \cdot 10^{-2}$ m = 1,07 cm.

☙ Opción B. Ejercicio 4

Con una cámara fotográfica de objetivo fijo, lente delgada convergente de distancia focal f' = 35 mm, queremos fotografiar un objeto que situamos a 28 cm del objetivo.

[a] ¿A qué distancia de la lente debemos colocar la película (o el sensor CCD) para que se forme nítidamente la imagen? ¿Cuál será la máxima altura posible del objeto para que salga entero en la fotografía si la altura de la película es h = 24 mm?

[b] Comprueba los resultados mediante el trazado de los rayos.

Respuesta

[a] Sabemos que s = -28 cm y que f' = 3,5 cm; por lo tanto, a partir de la ecuación: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$, tenemos que: $\frac{1}{s'} + \frac{1}{28} = \frac{1}{3,5}$; $\frac{1}{s'} = \frac{1}{3,5} - \frac{1}{28} = \frac{8-1}{28} = \frac{1}{7}$; se deduce que la posición de la imagen, que es donde hay que colocar la película, es: s' = 4 cm, prácticamente en el foco imagen.
La ecuación del aumento lateral es: $\frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$; $\frac{4}{-28} = \frac{2,4}{y}$; $y = \frac{2,4(-28)}{4} = -16,8$ cm. El signo menos indica que la imagen está invertida respecto al objeto, por lo que la altura máxima del objeto es 16,8 cm.

[b] La única dificultad es esta parte del ejercicio es que se necesita hacer el dibujo como mucha precisión, dados los valores de las magnitudes implicadas.