UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2014

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta P es de 5.44 m/s^2 y su masa es 1100 veces la masa de la Tierra. Pueden utilizarse los datos de la Tierra y de la gravedad en la superficie terrestre.

a) [1 PUNTO] Hallar el radio del planeta P.

b) [1 PUNTO] Hallar la velocidad de escape desde la superficie del planeta P.

Datos: Masa de la Tierra P: $M_T = 5.98\ 10^{24}$ kg, radio de la Tierra: $R_T = 6370$ km, gravedad en la superficie de la Tierra: $g = 9.80$ m s^{-2}.

2. En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y\,(x, t) = 6\ \text{sen}\left(5t - 8x + \frac{\pi}{6}\right)$$

a) [1 PUNTO] Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de dicha onda.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la velocidad de propagación de la onda.

c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente la `doble periodicidad de la función de onda'.

3. Se dispone de una lente delgada convergente de distancia focal 40 cm.

a) [1 PUNTO] Calcular, después de dibujar un esquema de trazado de rayos, la posición y la altura de la imagen formada por la lente si un objeto de 7 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 41 cm.

b) [1 PUNTOS] Calcular, después de dibujar un esquema de trazado de rayos, la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si un objeto de 5 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 100 cm.

4. En cada punto (–100, 0) y (10, 0) de un sistema de coordenadas, con las distancias dadas en metros, se fija una carga eléctrica puntual de carga 30 μC.

a) [1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto (0,0).

b) [1 PUNTO] Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,0).

Datos: 1 μC = 10^{-6} C.

5. La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de una lámina de un cierto metal es de $9.59\ 10^{-19}$ J.

a) [1 PUNTO] Hallar la frecuencia umbral para este metal y la longitud de onda correspondiente a la misma.

b) [0,5 PUNTOS] Si se incide con una luz de longitud de onda 100 nm, ¿qué energía cinética máxima tendrán los electrones extraídos?

c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el significado físico de la `función trabajo' de un metal.

Datos: 1 nm = 10^{-9} m.

SEPTIEMBRE 2014 – OPCIÓN 1

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

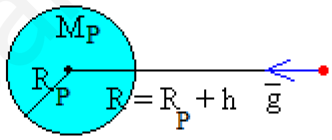
Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta P es 5,44 m/s^2 y su masa es 1100 veces la masa de la Tierra. Pueden utilizarse los datos de la Tierra y de la gravedad en la superficie terrestre.

DATOS: Masa de la Tierra, M_T = 5,98.10^{24} kg Radio de la Tierra, R_T = 6370 km
Gravedad en la superficie terrestre, g_0 = 9,80 m/s^2

a) **(1 p)** Hallar el radio del planeta P.

Teniendo en cuenta la definición de intensidad de campo gravitatorio:



$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -G\,.\,\frac{M}{r^2}\,\vec{u_r}$$

Cuyo módulo es:

$$g = \frac{F}{m} = G\,.\,r\frac{M}{r^2}$$

Si llamamos g_0 a la intensidad de campo gravitatorio en la superficie terrestre, tenemos:

$$g_P = G\,.\,\frac{M_P}{(R_P)^2} = G\,.\,\frac{1100\,.\,M_T}{(R_P)^2} = \frac{1100\,.\,g_0\,.\,(R_T)^2}{(R_P)^2}$$

$$R_P = R_T\,.\,\sqrt{\frac{1100\,.\,g_0}{g_P}} = 6370\,.\,\sqrt{\frac{1100\,.\,9,80}{5,44}} = 2,84.10^5\ km$$

b) **(1 p)** Hallar la velocidad de escape desde la superficie del planeta P.

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0.

$$\frac{-G\,.\,M_P\,.\,m}{R_P} + \frac{1}{2}\,.m\,.v_{e,P}^2 = 0 \ \Rightarrow\ v_{e,P} = \sqrt{\frac{2\,.\,G\,.\,M_P}{R_P}} = \sqrt{2\,.\,g_P\,.\,R_P}$$

$$v_{e,P} = \sqrt{2\,.\,5,44\,.\,2,84.10^8} = 5,56.10^4\ m/s$$

2.- En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y\,(x,t) = 6\,.\,sen\left(5t - 8x + \frac{\pi}{6}\right)$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de dicha onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi\,.\,f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por lo que, identificando términos:

$$A = 6\ m; \qquad 5 = 2\pi\,.\,f \;\Rightarrow\; f = \frac{5}{2\pi} = 0{,}796\ Hz; \qquad 8 = \frac{2\pi}{\lambda} \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2\pi}{8} = 0{,}785\ m$$

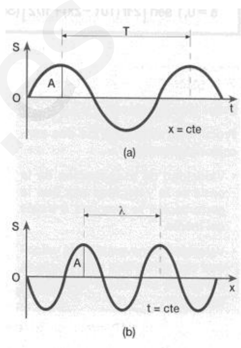
b) **(0,5 p)** Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \lambda\,.\,f = \frac{2\pi}{8}\,.\,\frac{5}{2\pi} = 0{,}625\ m/s$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente la "doble periodicidad de la función de onda".

La ecuación de una onda armónica unidimensional es doblemente periódica: respecto al tiempo y respecto a la distancia.

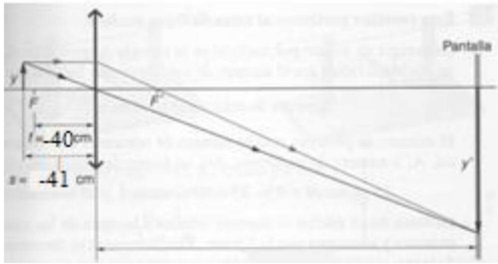
- **Para un punto dado (x = cte.), la elongación, y, es función senoidal del tiempo con un período T. El estado de vibración de cualquier partícula se repite en los instantes: $t + n\,.\,T,\ con\ n = 1, 2, 3 \ldots$; y se encuentran en oposición de fase en: $t + (2n+1)\,.\,\frac{T}{2};\ con\ n = 0, 1, 2 \ldots.$**
- **En un instante determinado (t =cte.), la elongación es función senoidal de la distancia x, con un período λ. Es como si hiciésemos una fotografía de la onda en ese instante. El estado de vibración de una partícula se repite en las posiciones: $x + n\,.\,\lambda,\ con\ n = 1, 2, 3 \ldots$ y se encuentran en oposición de fase las que se encuentran en: $x + (2n+1)\,.\,\frac{\lambda}{2};\ con\ n = 0, 1, 2 \ldots.$**



3.- Se dispone de una lente delgada convergente de distancia focal 40 cm.

a) **(1 p)** Calcular, después de dibujar un esquema del trazado de rayos, la posición y la altura de la imagen formada por la lente si un objeto de 7 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 41 cm.

Al estar el objeto tan cerca de la focal, la imagen se forma muy lejos por detrás de la lente, por lo que no se puede hacer un esquema a escala. Un esquema aproximado sería el siguiente.



La ecuación fundamental de las lentes delgadas es:

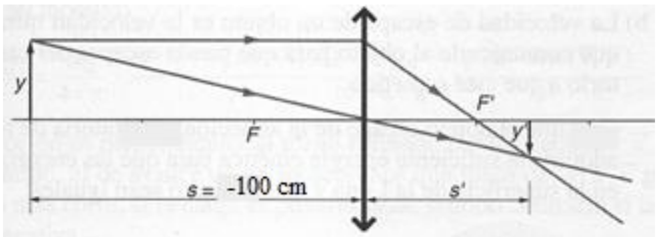
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-41} = \frac{1}{40} \quad\Rightarrow\quad s' = 1640\ cm$$

Para una lente delgada, el aumento lateral es:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad\Rightarrow\quad y' = y.\left(\frac{s'}{s}\right) = 7.\left(\frac{1640}{-41}\right) = -280\ cm$$

La imagen es real (se forma por detrás de la lente), invertida y mayor que el objeto.

b) **(1 p)** Calcular, después de dibujar un esquema del trazado de rayos, la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si un objeto de 5 cm de altura se encuentra situada delante de ella a una distancia de 100 cm.



La ecuación fundamental de las lentes delgadas es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-100} = \frac{1}{40} \Rightarrow s' = 66{,}67\ cm$$

Para una lente delgada, el aumento lateral es:

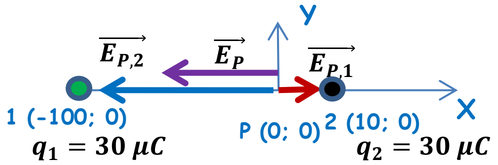
$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad y' = y.\left(\frac{s'}{s}\right) = 5.\left(\frac{66,67}{-100}\right) = -3,33\ cm$$

La imagen es real (se forma por detrás de la lente), invertida y menor que el objeto.

4.- En cada punto (-100; 0) y (10; 0) de un sistema de coordenadas, con las distancias en metros, se fija una carga eléctrica puntual de carga 30 μC.

DATO: 1 μC = 10^{-6} C

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto (0; 0)



$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P,1} + \vec{E}_{P,2} = K.\frac{q_1}{(r_{P1})^2}.(\vec{\imath}) + K.\frac{q_2}{(r_{P2})^2}.(-\vec{\imath})$$

$$\vec{E}_P = K\,.\,q\,.\left(\frac{1}{(r_{P1})^2} - \frac{1}{(r_{P2})^2}\right).\,(\vec{\imath})$$

$$\vec{E}_P = 9.10^9\,.\,30.10^{-6}\,.\left(\frac{1}{(100)^2} - \frac{1}{(10)^2}\right).\,(\vec{\imath}) = -2673\ \vec{\imath}\ \ N/C$$

b) **(1 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0; 0)

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} = K\,.\left[\frac{q_1}{r_{1A}} + .\,\frac{q_2}{r_{2A}}\right] = K\,.\,q\,.\left(\frac{1}{r_{1A}} + \frac{1}{r_{2A}}\right) = 9.10^9\,.\,30.10^{-6}\,.\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{10}\right) = 29700\ V$$

5.- La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de una lámina de un cierto metal es de $9{,}59.10^{-19}$ J.

DATO: 1 nm = 10^{-9} m

a) **(1 p)** Hallar la frecuencia umbral para este metal y la longitud de onda correspondiente a la misma.

El trabajo de extracción, W_0, se corresponde con la energía mínima necesaria para arrancar el electrón, Si la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, el electrón escapa del metal con una determinada energía cinética. Este trabajo de extracción se corresponde con una frecuencia mínima de la radiación (frecuencia umbral) o una longitud de onda máxima (longitud de onda umbral) necesaria para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

$$W_0 = h\,.\,f_0 \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{9,59.10^{-19}}{6,63.10^{-34}} = 1,45.10^{15}\ Hz$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3.10^8}{1,45.10^{15}} = 2,07.10^{-7}\ m$$

b) **(0,5 p)** Si se incide con luz de una longitud de onda de 100 nm, ¿qué energía cinética máxima tendrán los electrones extraídos?

Si aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{fotón\ incidente} = W_0 + \left(E_{C,máx}\right)_{electrón\ emitido} \quad \Rightarrow \quad \left(E_{C,máx}\right)_{electrón\ emitido} = E_{fotón\ incidente} - W_0$$

$$\left(E_{C,máx}\right)_{electrón\ emitido} = \left(h\,.\,\frac{c}{\lambda}\right) - W_0 = \left(6,63.10^{-34}\,.\,\frac{3.10^8}{100.10^{-9}}\right) - 9,59.10^{-19} = 1,03.10^{-18}\ J$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente el significado de la "función trabajo" de un metal

La función de trabajo o trabajo de extracción es la energía mínima que debe proporcionarse a un electrón para liberarlo de la superficie de un metal determinado. En el efecto fotoeléctrico, la

excitación electrónica es obtenida por absorción de un fotón. Si la energía del fotón es mayor que la función de trabajo de la sustancia, se produce la emisión fotoeléctrica y el electrón es liberado de la superficie. El exceso de energía del fotón se traduce en la liberación del electrón con energía cinética distinta de cero.

OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

1. Dos cuerpos A y B, cada uno de ellos de masa 4 10^7 kg, se encuentran fijos en dos puntos del plano (x, y), el cuerpo A en el punto (–300, 0) y el cuerpo B en el punto (200, 0), con las distancias dadas en metros.
En el punto (–24, 0) se encuentra una esfera de masa 2 kg que puede moverse libremente.

a) [1 PUNTO] Hallar la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera en su posición inicial.
b) [0,5 PUNTOS] Calcular el trabajo necesario para llevar la esfera desde el punto (–24, 0) hasta el punto (0, 48).
c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente el concepto de \`potencial gravitatorio´.

2. Un oscilador armónico estrá formado por un muelle de constante elástica 1.4 10^3 N m^{-1} y un cuerpo sólido de masa 2 kg.

a) [1 PUNTO] Si el desplazamiento del cuerpo unido al muelle viene dado por la ecuación

$$x(t) = 5 \text{ sen} \left(2\pi \frac{t}{T} + \varnothing\right)$$

hallar los valores de T y **Ø**, sabiendo que en el instante inicial $t = 0$ su posición es nula $x(t = 0) = 0$ m.
b) [1 PUNTO] Hallar la energía cinética que tiene el cuerpo en el punto central de la oscilación.

3. Una lámina horizontal de diamante de índice de refracción 2.50 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de agua, de índice de refracción 1.33. Sobre la lámina de diamante, incide un rayo de luz monocromática de longitud de onda 760 nm, con ángulo de incidencia de 20°. Determínese:

a) [1 PUNTO] El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina de diamante hacia el agua con la normal de la misma.
b) [1 PUNTO] La longitud de onda de la luz que atraviesa el diamante, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

Datos: 1 nm = 10^{-9} m.

4. Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión

$$B(t) = 5.8 \text{ sen } (3t)$$

(en unidades del SI) atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 100 cm.

a)[1 PUNTO] Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.
b)[0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza electromotriz máxima de la corriente inducida.
c)[0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el \`principio de inducción de Faraday´.

5. La actividad de una muestra de una sustancia radiactiva queda dividida por 3 cuando han transcurrido 987 días.

a) [1 PUNTO] Hallar la constante de desintegración y el período de semidesintegración de dicha sustancia.
b) [1 PUNTO] Si cuando han transcurrido 500 días, la actividad de la sustancia es de 10^5 Bq, ¿cuántos átomos radiactivos había inicialmente?

Datos: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

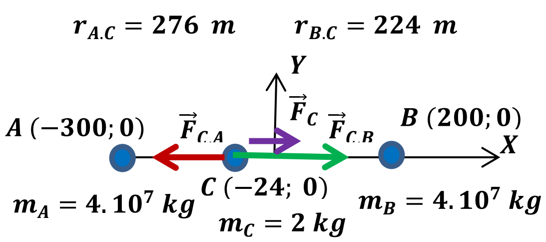
SEPTIEMBRE 2014 – OPCIÓN 2

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- Dos cuerpos A y B, cada uno de ellos de masa 4.10^7 kg, se encuentran fijos en dos puntos del plano (x; y), el cuerpo A en el punto (-300; 0) y el cuerpo B en el puno (200; 0), con las distancias dadas en metros.
En el punto (-24; 0) se encuentra una esfera de masa 2 kg que puede moverse libremente.

a) **(1 p)** Hallar la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera en su posición inicial.



$$\vec{F}_C = \vec{F}_{C,A} + \vec{F}_{C,B}$$

$$\vec{F}_C = G\,.\,\frac{m_A\,.\,m_C}{(r_{A,C})^2}\,.\,(-\vec{\imath}) + G\,.\,\frac{m_B\,.\,m_C}{(r_{B,C})^2}\,.\,\vec{\imath}$$

$$\vec{F}_C = G\,.\,m_A\,.\,m_C\,.\left(\frac{1}{(r_{B,C})^2} - \frac{1}{(r_{A,C})^2}\right).\,\vec{\imath}$$

$$\vec{F}_C = 6,67.10^{-11}\,.4.10^7\,.\,2\,.\left(\frac{1}{(224)^2} - \frac{1}{(276)^2}\right).\,\vec{\imath} = 3,63.10^{-8}\ \vec{\imath}\ \ N$$

b) **(0,5 p)** Calcular el trabajo necesario para llevar la esfera desde el punto (-24; 0) hasta el punto (0; 48).

Vamos a calcular la energía potencial de la masa C en los puntos C (-24; 0) y en el punto D (0; 48), debido a la presencia de las masas A y B.

$$E_{p,C} = -G\,.\,\frac{m_A\,.\,m_C}{r_{A,C}} + \left(-G\,.\,\frac{m_B\,.\,m_C}{r_{B,C}}\right) = -G\,.\ m_A\,.\,m_C\,.\left(\frac{1}{r_{A,C}} + \frac{1}{r_{B,C}}\right)$$

$$E_{p,C} = -\,6,67.10^{-11}\,.\ 4.10^7\,.\ 2\ .\left(\frac{1}{276} + \frac{1}{224}\right) = -4,31.10^{-5}\ J$$

Calculamos las distancias de las masas A y B al punto D:

$$r_{A,D} = \sqrt{300^2 + 48^2} = 303,8\ m \qquad r_{B,D} = \sqrt{200^2 + 48^2} = 205,7\ m$$

$$E_{p,D} = -G\,.\,\frac{m_A\,.\,m_C}{r_{A,D}} + \left(-G\,.\,\frac{m_B\,.\,m_C}{r_{B,D}}\right) = -G\,.\,m\,.\,m_C\,.\left(\frac{1}{r_{A,D}} + \frac{1}{r_{B,D}}\right)$$

$$E_{p,D} = -\,6,67.10^{-11}\,.\ 4.10^7.\ 2\ .\left(\frac{1}{303,8} + \frac{1}{205,7}\right) = -4,35.10^{-5}\ J$$

$$(W_{C\to D})_{Fgravitatoria} = -\Delta(E_p) = (E_{p,C}) - (E_{p,D}) = -4,31.10^{-5} - (-4,35.10^{-5}) = 4.10^{-7}\ J$$

El resultado indica que el proceso es espontáneo. La masa C se mueve espontáneamente de la posición C a la D debido a la fuerza gravitatoria, a costa de una disminución de su energía potencial gravitatoria.

c) **(0,5 p)** Describir brevemente el concepto de “potencial gravitatorio”

La existencia de una masa M en un punto del espacio hace que, al colocar cualquier otra masa m en un punto de su entorno, ésta adquiera una energía potencial. Es decir, la existencia de una masa M en un punto del espacio dota a los puntos de su alrededor de una propiedad escalar que se pone de manifiesto al poner otra masa a su alrededor, a la que llamamos potencial gravitatorio. Definimos el potencial gravitatorio, V, en un punto como la energía potencial que tendría una partícula de masa unidad colocada en dicho punto.

$$V_x = \frac{E_{p,x}}{m} = -G \, . \, \frac{M}{r_x} \quad (J/kg)$$

También podemos definir el potencial gravitatorio en un punto del campo gravitatorio como una magnitud escalar que representa el trabajo por unidad de masa que debe realizar una fuerza externa para transportar un cuerpo, a velocidad constante, desde el infinito hasta un punto del campo gravitatorio.

2.- Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica $1{,}4.10^3$ $N.m^{-1}$ y un cuerpo sólido de masa 2 kg.

a) **(1 p)** Si el desplazamiento del cuerpo unido al muelle viene dado por la ecuación, $x\,(t) = 5\,.\,sen\left(2\pi\,.\,\frac{t}{T} + \emptyset\right)$, hallar los valores de T y ∅, sabiendo que en el instante inicial su posición es nula, $x\,(t=0) = 0\ m$.

Para una masa unida a un muelle se cumple:

$$\left.\begin{array}{r} \overrightarrow{F_R} = -K\,.\,\vec{x} \\ \vec{F} = m\,.\,\vec{a} = m\,.\,(-\,\omega^2\,.\,\vec{x}) \end{array}\right\} \Rightarrow \ K = m\,.\,\omega^2 = m\,.\,\frac{4\pi^2}{T^2} \ \Rightarrow \ T = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi.\sqrt{\frac{2}{1{,}4.10^3}} = 0{,}237\ s$$

$$x\,(t=0) = 0 \ \Rightarrow \ 5\,.\,sen\,(\emptyset) = 0 \ \Rightarrow \ sen\,(\emptyset) = 0 \ \Rightarrow \ \emptyset = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

El problema no nos da datos sobre la velocidad en t = 0, por lo que no podemos discriminar entre los dos posibles valores de ∅.

b) **(1 p)** Hallar la energía cinética que tiene el cuerpo en el punto central de la oscilación.

Para un m.a.s. la velocidad en función de la posición es:

$$v = \pm\ \omega\,.\sqrt{A^2 - x^2}$$

De modo que la energía cinética en función de la posición es:

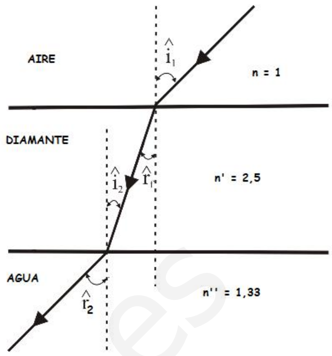
$$E_c = \frac{1}{2}\,.\,m\,.\,v^2 = \frac{1}{2}\,.\,m\,.\left(\pm\ \omega\,.\sqrt{A^2 - x^2}\right)^2 = \frac{1}{2}\,.\,K\,.\,(A^2 - x^2)$$

$$E_c\,(x=0) = \frac{1}{2}\,.\,K\,.\,A^2 = \frac{1}{2}\,.\,1{,}4.10^3\,.\,5^2 = 17500\ J$$

3.- Una lámina horizontal de diamante de índice de refracción 2,50 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de agua, de índice de refracción 1,33. Sobre la lámina de diamante, incide un rayo de luz monocromática de longitud de onda 760 nm, con un ángulo de incidencia de 20º. Determínese:

DATO: 1 nm = 10^{-9} m

a) **(1 p)** El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina de diamante hacia el agua con la normal de la misma.



Aplicamos la ley de Snell de la refracción entre el aire y el diamante:

$$n \,.\, sen\ \widehat{\imath_1} = n' .\ sen\ \widehat{r_1} \Rightarrow 1 \,.\, sen\ 20° = 2,5 \,.\, sen\ \widehat{r_1} \Rightarrow \widehat{r_1} = 7,86°$$

Por geometría: $\widehat{r_1} = \widehat{\imath_2}$

Si aplicamos ahora la ley de Snell de la refracción entre el diamante y el agua:

$$n' .\ sen\ \widehat{\imath_2} = n'' .\ sen\ \widehat{r_2} \Rightarrow 2,5 \,.\, sen\ 7,86° = 1,33 \,.\, sen\ \widehat{r_2} \Rightarrow \widehat{r_2} = 14,9°$$

b) **(1 p)** La longitud de onda de la luz que atraviesa el diamante, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de luz refractada son iguales.

$$f_{aire} = f_{diamante} \Rightarrow \frac{v_{aire}}{\lambda_{aire}} = \frac{v_{diamante}}{\lambda_{diamante}}$$

$$\lambda_{diamante} = \lambda_{aire} \,.\, \frac{v_{diamante}}{v_{aire}} = \lambda_{aire} \,.\, \frac{\frac{c}{n_{diamante}}}{c} = \frac{\lambda_{aire}}{n_{diamante}} = \frac{760}{2,5} = 304\ nm$$

4.- Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión, $B\,(t) = 5,8 \,.\, sen\,(3t)$, en unidades del S.I., atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 100 cm.

a) **(1 p)** Halla el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético es:

$$\phi = \vec{B} \,.\, \vec{S} = B \,.\, S \,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso $\theta = 0\,rad$, por lo que el flujo será:

$$\phi = \vec{B} \,.\, \vec{S} = B \,.\, S \,.\cos\theta = B \,.\, \pi \,.\, R^2 \,.\, cos\ 0° = 5,8 \,.\, sen\,(3t) \,.\, \pi \,.\, 1^2 = 18,22 \,.\, sen\,(3t)\ (Wb)$$

a) **(0,5 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima de la corriente inducida.

$$\varepsilon_{ind} = -N \,.\, \frac{d\phi}{dt} = -N \,.\, \frac{d\left(18,22 \,.\, sen\,(3t)\right)}{dt} = -1\,(18,22 \,.\, 3 \,.\, cos\ (3\,t) = -54,66 \,.\, cos\ (3\,t)\ (V)$$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} \Rightarrow cos\ (3t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\, 54,66\ V$$

b) **(0,5 p)** Explicar brevemente el "principio de inducción de Faraday"

La inducción electromagnética se basa en dos principios fundamentales:

- **Toda variación de flujo que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente inducida.**
- **La corriente inducida es una corriente instantánea, pues sólo dura mientras dura la variación de flujo.**

La inducción electromagnética se rige por dos leyes:

- Ley de Faraday

"La corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es directamente proporcional a la rapidez con la que varía el flujo y directamente proporcional al número de espiras del inducido"

$$\varepsilon \propto N \, . \frac{\emptyset_1 - \emptyset_0}{\Delta t} \propto N \, . \frac{\Delta \emptyset}{\Delta t}$$

- Ley de Lenz

"La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina"

5.- La actividad de una muestra de una sustancia radiactiva queda dividida por 3 cuando han transcurrido 987 días.

DATO: 1 Bq = 1 desintegración por segundo

a) **(1 p)** Halla la constante de desintegración y el período de semidesintegración de dicha sustancia

$$A = A_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, t} \Rightarrow \frac{A_0}{3} = A_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, t} \Rightarrow \; ln \left(\frac{1}{3}\right) = -\lambda \, . \, t \; \Rightarrow \lambda = -\frac{ln\left(\frac{1}{3}\right)}{t}$$

$$\lambda = -\frac{-1,099}{987 \, . \, 24 \, . \, 3600} = 1,29.10^{-8} \; s^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1,29.10^{-8}} = 5,37.10^{7} \; s = 621,9 \; \text{días}$$

b) **(1 p)** Si cuando han transcurrido 500 días, la actividad de la sustancia es de 10^5 Bq, ¿cuántos átomos radiactivos había inicialmente?

$$A = A_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, t} \;\; \Rightarrow \;\; A_0 = \frac{A}{e^{-\lambda \, . \, t}} = \frac{10^5}{e^{-(1,29.10^{-8} \; . \; 500 \, . \, 24 \, . \, 3600)}} = 1,75.10^5 \; Bq$$

$$A_0 = \lambda \, . \, N_0 \;\; \Rightarrow \;\; N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1,75.10^5}{1,29.10^{-8}} = 1,36.10^{13} \; \text{átomos}$$