



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2011

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8$ m/s	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ J s
Constante de gravitación universal	$G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N m ² kg ⁻²	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9$ N m ² C ⁻²	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. a) [1 PUNTO] Explicar qué es un sistema de referencia inercial.
b) [1 PUNTO] Explicar cómo se produce energía en el Sol.
2. La distancia desde el centro del Sol hasta su superficie es $6.96 \cdot 10^5$ km.
a) [0,5 PUNTOS] Hallar la aceleración de la gravedad en dicha superficie.
b) [1 PUNTO] ¿Cuál es aproximadamente el cociente entre la fuerza que el Sol y la Tierra ejercen sobre la Luna? Escoger entre las siguientes opciones y razonar la respuesta: I) 4000 II) 2 III) 10^6 IV) 10^{-6} .
c) [0,5 PUNTOS] Estimar el orden de magnitud del número de protones que hay en el Sol y en la Tierra.
- Datos: masa del Sol = $2 \cdot 10^{30}$ kg, masa de la Luna = $7 \cdot 10^{22}$ kg, masa de la Tierra = $6 \cdot 10^{24}$ kg, radio medio de la órbita de la Tierra en torno al Sol = $1.5 \cdot 10^8$ km, radio medio de la órbita de la Luna en torno a la Tierra = $4 \cdot 10^5$ km
3. a) [1 PUNTO] Calcular y comparar la fuerza gravitatoria y la fuerza eléctrica entre dos protones separados 1cm.
b) [0,5 PUNTOS] Hallar la longitud de onda asociada a un protón que viaja a una velocidad de 10^6 m/s.
c) [0,5 PUNTOS] Hallar el valor de la fuerza magnética sobre ese protón si entra en un campo magnético de 0.1 T perpendicular a su velocidad.
4. Un rayo de luz de longitud de onda 500 nm incide desde aire sobre una lámina de vidrio de caras planas formando 30° con la normal a la lámina. El espesor de la lámina es 2 cm y su índice de refracción es igual a 1.5.
a) [0,5 PUNTOS] Hallar el ángulo que forma el rayo refractado con la normal.
b) [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la velocidad de la luz mientras atraviesa la lámina?
c) [0,5 PUNTOS] Calcular cuanto tiempo tarda la luz en atravesar la lámina.
d) [0,5 PUNTOS] Hallar la energía de los correspondientes fotones.
- Datos: $1\text{nm} = 10^{-9}$ m, índice de refracción del aire $n = 1$.
5. Una onda armónica transversal de periodo 0.5 s, longitud de onda 1.6 m y amplitud 0.8 m se propaga por una cuerda muy larga en el sentido positivo del eje X. En el instante inicial, la elongación, y, del punto situado en $x = 0$ es nula y su velocidad transversal es positiva.
a) [0,5 PUNTOS] Representar gráficamente la onda en el instante inicial entre $x = 0$ y $x = 4$ m.
b) [0,5 PUNTOS] Determinar la elongación de la onda en cualquier instante y posición, $y(x, t)$.
c) [0,5 PUNTOS] Calcular la velocidad de propagación de la onda.
d) [0,5 PUNTOS] Escribir la velocidad transversal del punto situado en $x = 1.6$ m en función del tiempo.

SOLUCIÓN OPCIÓN DE EXAMEN N° 1 (JUNIO 2011)

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

1.-

a) (1 p) Explicar qué es un sistema de referencia inercial.

Un sistema de referencia inercial es un sistema de referencia en el que las leyes del movimiento cumplen las leyes de Newton y, por tanto, la variación del momento lineal del sistema es igual a las fuerzas reales sobre el sistema. Son sistemas de referencia que no están acelerados con respecto al conjunto global del universo. Todo sistema de referencia que permanezca fijo, o con movimiento uniforme, con respecto a la Tierra, es muy aproximadamente inercial. No llega a serlo debido a los movimientos de rotación de la Tierra con respecto a su eje y alrededor del Sol, y al de éste con respecto al centro de la galaxia. No obstante, de los tres movimientos anteriores sólo el de la Tierra alrededor de su eje posee una aceleración apreciable. Y aun así, en un gran número de situaciones podemos despreciar también dicha aceleración.

Todo sistema de referencia que se mueva con velocidad uniforme con respecto a un sistema de referencia inercial es también inercial. Las aceleraciones medidas en ambos sistemas coinciden y, por lo tanto, si las leyes de Newton son válidas en uno, habrán de serlo en el otro.

b) (1 p) Explicar cómo se produce energía en el Sol.

La energía del Sol y del resto de las estrellas proviene de procesos de fusión nuclear. El Sol, que está formado aproximadamente por un 70% de hidrógeno y un 30% de helio, produce toda su energía por la fusión de núcleos de hidrógeno para formar helio:



Cada segundo, el Sol convierte unos cuatro millones de toneladas de su materia en energía, lo que equivale, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

a energías del orden de 10^{26} J/s .

Para que esta reacción pueda tener lugar se precisa una presión de 10^8 bares (posible dada la enorme masa del Sol, y las consecuentes fuerzas gravitatorias), una temperatura de 10^7 K (>100 millones de °C) y una densidad de 10^{40} Kg/m^3 , condiciones que se dan en el núcleo del Sol.

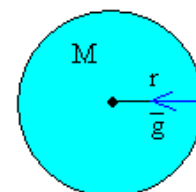
2.- La distancia desde el centro del Sol hasta su superficie es $6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$.

DATOS: $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ $M_L = 7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Radio medio de la órbita de la Tierra en torno al Sol = $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$
Radio medio de la órbita de la Luna en torno a la Tierra = $4 \cdot 10^5 \text{ km}$

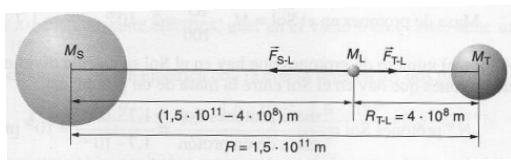
a) (0,5 p) Hallar la aceleración de la gravedad en dicha superficie.

La intensidad de campo gravitatorio (aceleración de la gravedad) generado por un cuerpo de masa M a una distancia r de su centro es:

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}}{(6,96 \cdot 10^8)^2} = 275,4 \text{ m/s}^2$$



- b) (1 p) ¿Cuál es aproximadamente el cociente entre la fuerza que el Sol y la Tierra ejercen sobre la Luna? Escoger entre las siguientes opciones y razonar la respuesta: I) 4000; II) 2; III) 10^6 ; IV) 10^{-6} .



$$\frac{(F_G)_S}{(F_G)_T} = \frac{G \cdot \frac{M_S \cdot M_L}{(r_{S,L})^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{(r_{T,L})^2}} = \frac{M_S \cdot (r_{T,L})^2}{M_T \cdot (r_{S,L})^2}$$

$$\frac{(F_G)_S}{(F_G)_T} = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot (4 \cdot 10^8)^2}{6 \cdot 10^{24} \cdot (1,496 \cdot 10^{11})^2} = 2,4$$

La respuesta correcta es la II.

- c) (0,5 p) Estimar el orden de magnitud del número de protones que hay en el Sol y en la Tierra.

La masa de los átomos reside fundamentalmente en el núcleo, donde se encuentran los protones y los neutrones (de masa muy parecida), cuya masa es mucho mayor que la de los electrones de la corteza (masa aproximadamente 2000 veces menor), que puede considerarse despreciable.

SOL: El sol está formado aproximadamente por un 70% de hidrógeno y un 30% de helio. Los átomos de hidrógeno tienen un protón en el núcleo, y el isótopo mayoritario del hidrógeno no tiene neutrones. Por lo que podemos considerar que aproximadamente el 70% de la masa del Sol es la masa de los protones del hidrógeno. Los núcleos de helio contienen dos protones y dos neutrones, por lo que otro 15% de la masa del Sol es la masa de los protones del helio. En, resumen aproximadamente el 85% de la masa del Sol son protones:

$$m_p = M_S \cdot 85\% \cong 1,7 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

De donde se deduce que el número de protones es, aproximadamente:

$$(N_p)_{Sol} = \frac{1,7 \cdot 10^{30}}{1,7 \cdot 10^{-27}} \cong 10^{57}$$

TIERRA: Los átomos, en general, tienen igual o mayor número de neutrones que de protones, siendo la relación neutrón/protón a medida que aumenta Z. En la Tierra, los elementos más abundantes son Fe, O, Si y Mg; elementos de Z relativamente bajo, por lo que podemos considerar que los átomos que constituyen la Tierra tienen aproximadamente el mismo número de neutrones que de protones. Por lo tanto:

$$m_p = M_T \cdot 50\% \cong 3 \cdot 10^{24} \text{ kg} \Rightarrow (N_p)_{Tierra} = \frac{3 \cdot 10^{24}}{1,7 \cdot 10^{-27}} \cong 2 \cdot 10^{51}$$

3.-

- a) (1 p) Calcular y comparar la fuerza gravitatoria y la fuerza eléctrica entre dos protones separados 1 cm.

$$F_G = G \cdot \frac{m_p^2}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(1,7 \cdot 10^{-27})^2}{(10^{-2})^2} = 1,93 \cdot 10^{-60} \text{ N}$$

$$F_e = K \cdot \frac{q_p^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(10^{-2})^2} = 2,3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$

$$\frac{F_e}{F_G} = \frac{2,3 \cdot 10^{-24}}{1,93 \cdot 10^{-60}} = 1,2 \cdot 10^{36}$$

- b) (0,5 p) Hallar la longitud de onda asociada a un protón que viaja a una velocidad de 10^6 m/s.

Si aplicamos la ecuación de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6} = 3,88 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

- c) (0,5 p) Hallar el valor de la fuerza magnética sobre ese protón si entra en un campo magnético de 0,1 T perpendicular a su velocidad.

El protón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del electrón.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot \sin 90^\circ = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

4.- Un rayo de luz de longitud de onda 500 nm incide desde aire sobre una lámina de vidrio de caras planas formando 30° con la normal a la lámina. El espesor de la lámina es 2 cm y su índice de refracción es igual a 1,5.

DATOS: 1 nm = 10^{-9} m; índice de refracción del aire $n = 1$.

- a) (0,5 p) Hallar el ángulo que forma el rayo refractado con la normal.

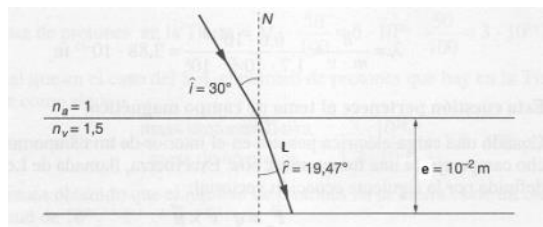
Aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow 1 \cdot \sin 30^\circ = 1,5 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{r} = 19,47^\circ$$

- b) (0,5 p) ¿Cuál es la velocidad de la luz mientras atraviesa la lámina?

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- c) (0,5 p) Calcular cuánto tiempo tarda la luz en atravesar la lámina.



La distancia que recorre la luz en el interior del vidrio es:

$$L = \frac{e}{\cos \hat{r}} = \frac{2}{\cos 19,47^\circ} = 2,12 \text{ cm}$$

$$v = \frac{L}{t} \Rightarrow t = \frac{L}{v} = \frac{2,12 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^8} = 1,06 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

- d) (0,5 p) Hallar la energía de los correspondientes fotones.

Aplicando la ecuación de Planck:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

5.- Una onda armónica transversal de periodo 0,5 s, longitud de onda 1,6 m y amplitud 0,8 m se propaga por una cuerda muy larga en el sentido positivo del eje X. En el instante inicial, la elongación, y, del punto situado en $x = 0$ es nula y su velocidad transversal es positiva.

- a) (0,5 p) Representar gráficamente la onda en el instante inicial entre $x = 0$ y $x = 4$ m.
b) (0,5 p) Determinar la elongación de la onda en cualquier instante y posición, y (x , t).

Voy a resolver los dos apartados conjuntamente, ya que hasta que no tengamos la ecuación de la onda no podemos hacer la representación gráfica.

La ecuación general de una onda armónica que se desplace en el sentido positivo del eje X:

$$y(x; t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x + \varphi_0\right)$$

$$y(x; t) = 0,8 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,5} \cdot t - \frac{2\pi}{1,6} \cdot x + \varphi_0\right) = 0,8 \cdot \sin(4\pi \cdot t - 1,25\pi \cdot x + \varphi_0)$$

Para establecer el valor de φ_0 , sabemos que $y(x=0; t=0) = 0$ y que en ese momento la velocidad de vibración es positiva:

$$0 = 0,8 \cdot \text{sen}(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$$

Para que la velocidad sea positiva:

$$v(0;0) = 3,2\pi \cdot \cos(\varphi_0) > 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

Por lo tanto la ecuación de la onda será:

$$y(x;t) = 0,8 \cdot \text{sen}(4\pi \cdot t - 1,25\pi \cdot x) \text{ (m;s)}$$

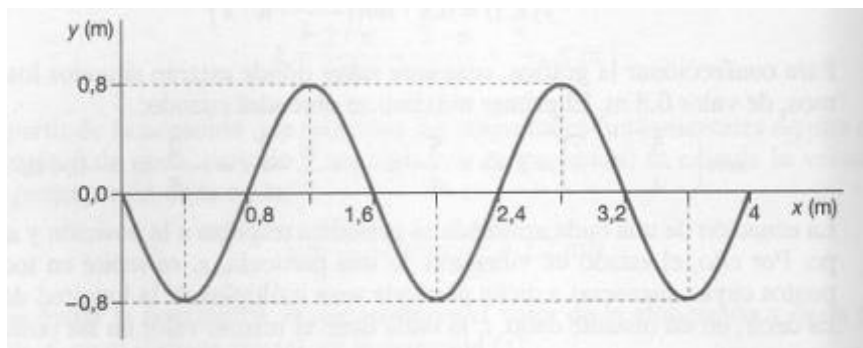
La ecuación de la onda para $t = 0$ es:

$$y(x;t=0) = 0,8 \cdot \text{sen}(-1,25\pi \cdot x) \text{ (m;s)}$$

Para representar la gráfica tomo intervalos de tiempo iguales a:

$$\frac{\lambda}{4} = 0,4 \text{ m}$$

$x(\text{m})$	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
$y(\text{m})$	0	-0,8	0	0,8	0	-0,8	0	0,8	0	-0,8	0



c) (0,5 p) Calcular la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1,6}{0,5} = 3,2 \text{ m/s}$$

d) (0,5 p) Escribir la velocidad transversal del punto situado en $x = 1,6 \text{ m}$ en función del tiempo.

La velocidad transversal de vibración la obtenemos derivando la elongación en función del tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = 3,2\pi \cdot \cos(4\pi \cdot t - 1,25\pi \cdot x) \text{ (m/s)}$$

$$v(x=1,6;t) = 3,2\pi \cdot \cos(4\pi \cdot t - 1,25\pi \cdot 1,6) = 3,2\pi \cdot \cos(4\pi \cdot t - 2\pi) \text{ (m/s)}$$

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

- Un planeta tiene un diámetro de 6800 km y la aceleración de la gravedad en su superficie alcanza un valor de 3.7 m/s^2 .
 - [0,5 PUNTOS] Hallar la masa del planeta.
 - [1 PUNTO] Deducir la velocidad de escape desde su superficie a partir del principio de conservación de la energía y calcular su valor.
 - [0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza que el planeta ejerce sobre un satélite de 200 kg que se encuentra a una altura de 2000 km sobre su superficie.

- La hoja de una sierra de calar mide 8 cm de altura y realiza un movimiento armónico simple en dirección vertical (eje Y), con un periodo de 0.2 s y una amplitud de 12 mm. Se toma como origen de coordenadas el centro de oscilación del punto central de la hoja de sierra, y se consideran positivas las posiciones que quedan más arriba que el origen. En el instante inicial, el punto central pasa por el origen de coordenadas y se mueve hacia arriba.



- [0,5 PUNTOS] Escribir la ecuación del movimiento del punto central de la hoja de sierra.
- [0,5 PUNTOS] Escribir la ecuación del movimiento del punto superior de la hoja de sierra.
- [0,5 PUNTOS] Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde el origen hasta un punto cuya posición es $y = 6 \text{ mm}$.
- [0,5 PUNTOS] Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde $y = 6 \text{ mm}$ hasta $y = 12 \text{ mm}$.

- Un sistema óptico centrado está compuesto por dos lentes delgadas (inmersas en aire) separadas 20 cm. La primera lente es convergente de focal 10 cm y la segunda divergente de focal -10 cm.
 - [1 PUNTO] Hallar gráficamente el foco objeto del sistema.
 - [0,5 PUNTOS] Hallar gráficamente el foco imagen del sistema.
 - [0,5 PUNTOS] Calcular numéricamente el foco imagen del sistema.

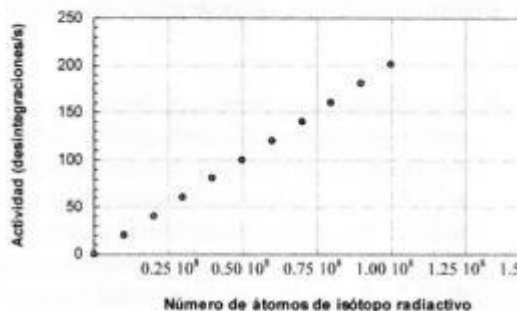
Nota: explicar el procedimiento seguido para trazar los rayos.

- Una carga puntual de 9 nC se sitúa fija en el punto (0,4) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de 16 nC se sitúa fija en el punto (3,0).
 - [1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (3,4).
 - [0,5 PUNTOS] Hallar el potencial eléctrico en el punto (3,4)
 - [0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga $q = -10 \text{ nC}$ situada en el punto (3,4).

Datos: $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$. Considerar el origen de potenciales en el infinito.

- La siguiente gráfica recoge las medidas de la actividad de una muestra en función del número de átomos de un isótopo radiactivo presente en la misma.

- [1 PUNTO] Hallar el periodo de semidesintegración del isótopo radiactivo.
- [1 PUNTO] Representar en una gráfica cómo varía con el tiempo el número de átomos de isótopo radiactivo en la muestra. Nota: explicar el procedimiento seguido para realizar la gráfica.



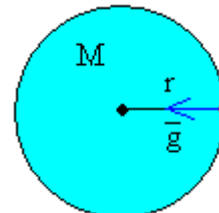
SOLUCIÓN OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2 (JUNIO 2011)

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

1.- Un planeta tiene un diámetro de 6800 km y la aceleración de la gravedad en su superficie alcanza un valor de $3,7 \text{ m/s}^2$.

a) (0,5 p) Hallar la masa del planeta.

La intensidad de campo gravitatorio (aceleración de la gravedad) generado por un cuerpo de masa M a una distancia r de su centro es:



$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \Rightarrow M = \frac{g \cdot r^2}{G} = \frac{3,7 \cdot (3,4 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

b) (1 p) Deducir la velocidad de escape desde su superficie a partir del principio de conservación de la energía y calcular su valor.

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0.

$$\frac{-G \cdot M \cdot m}{R} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{3,4 \cdot 10^6}} = 5011 \text{ m/s}$$

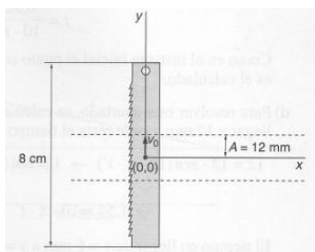
c) (0,5 p) Hallar la fuerza que el planeta ejerce sobre un satélite de 200 kg que se encuentra a una altura de 2000 km sobre su superficie.

$$F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23} \cdot 200}{(5,4 \cdot 10^6)^2} = 292,8 \text{ N}$$

2.- La hoja de una sierra de calar mide 8 cm de altura y realiza un movimiento armónico simple en dirección vertical (eje Y), con un periodo de 0,2 s y una amplitud de 12 mm. Se toma como origen de coordenadas el centro de oscilación del punto central de la hoja de sierra, y se consideran positivas las posiciones que quedan más arriba que el origen. En el inicial, el punto central pasa por el origen de coordenadas y se mueve hacia arriba.



a) (0,5 p) Escribir la ecuación del movimiento del punto central de la hoja de sierra.



Del enunciado extraemos que el período es $T = 0,2 \text{ s}$, que la amplitud es $A = 1,2 \text{ cm}$, que $x(t=0) = 0 \text{ m}$ y que en ese momento la velocidad es positiva.

Si expresamos la posición en función del seno, tenemos:

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right) = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{0,2} \cdot t + \varphi_0\right) = 1,2 \cdot \text{sen}(10\pi \cdot t + \varphi_0)$$

Para calcular el desfase inicial:

$$x(t=0) = 0 \text{ cm} \Rightarrow 0 = 1,2 \cdot \text{sen} \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsen 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$$

Para discriminar entre los dos posibles valores de φ_0 , tendremos en cuenta que la velocidad para $t = 0$ tiene que ser positiva. La velocidad para $t = 0$ sería:

$$v = 12\pi \cdot \cos \varphi_0$$

Por lo tanto:

$$\cos \varphi_0 > 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

La ecuación del movimiento es:

$$x(t) = 1,2 \cdot \text{sen}(10\pi \cdot t) \text{ (cm)}$$

b) (0,5 p) Escribir la ecuación del movimiento del punto superior de la hoja de sierra.

El punto superior de la hoja de la sierra, vibra igual que el punto central de la sierra, pero a una distancia de 4 cm más lejos del origen de coordenadas:

$$x(t) = 4 + 1,2 \cdot \text{sen}(10\pi \cdot t) \text{ (cm)}$$

c) (0,5 p) Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde el origen hasta un punto cuya posición es $y = 6$ mm.

$$x(t) = 1,2 \cdot \text{sen}(10\pi \cdot t) \Rightarrow 0,6 = 1,2 \cdot \text{sen}(10\pi \cdot t) \Rightarrow \text{sen}(10\pi \cdot t) = 0,5$$

$$10\pi \cdot t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = 0,017 \text{ s}$$

d) (0,5 p) Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde $y = 6$ mm hasta $y = 12$ mm.

$$x(t) = 1,2 \cdot \text{sen}(10\pi \cdot t') \Rightarrow 1,2 = 1,2 \cdot \text{sen}(10\pi \cdot t') \Rightarrow \text{sen}(10\pi \cdot t') = 1$$

$$10\pi \cdot t' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t' = 0,05 \text{ s}$$

$$\Delta t = 0,05 - 0,017 = 0,033 \text{ s}$$

3.- Un sistema óptico centrado está compuesto por dos lentes delgadas (inmersas en aire) separadas 20 cm. La primera lente es convergente de focal 10 cm y la segunda divergente de focal -10 cm.

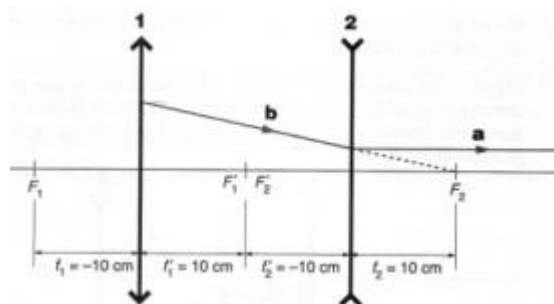
NOTA: explicar el procedimiento seguido para trazar los rayos.

a) (1 p) Hallar gráficamente el foco objeto del sistema.

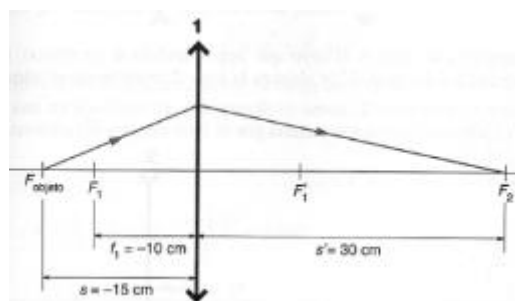
Según la definición de foco objeto, los rayos que parten de él salen paralelos al eje óptico después de atravesar la lente o, en este caso, el sistema de lentes.

Vamos a buscar, en primer lugar, de dónde viene el rayo que sale paralelo después de atravesar el sistema:

Con respecto a la lente divergente 2, el rayo que sale paralelo (tramo a), traía al llegar a la lente la dirección del foco objeto F_2 , (tramo b).



Con respecto a la lente convergente 1, el rayo hubiera llegado a cortar al eje en el punto óptico F_2 , 30 cm a la derecha de la lente 1.



Gráficamente no podemos saber exactamente de qué punto proviene el rayo, pero podemos afirmar que está más allá del foco F_1 de la lente 1, entre F_1 y el infinito, ya que su imagen es real. Si el rayo viniera de un punto entre el foco y la lente, la imagen sería virtual, y se formaría a la izquierda de la lente 1.

Se puede calcular, utilizando la ecuación fundamental de las lentes delgadas la posición de ese punto, que sería el F_{objeto} del sistema:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{30} - \frac{1}{s} = \frac{1}{10} \Rightarrow s = -15 \text{ cm}$$

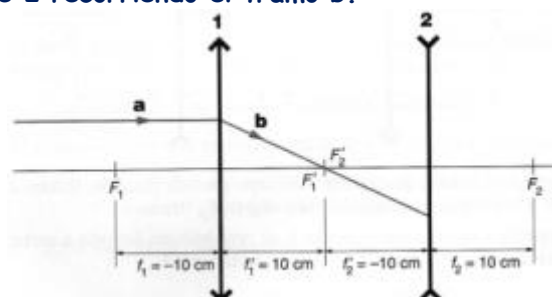
Por lo tanto, el F_{objeto} está situado 15 cm a la izquierda de la lente 1.

b) (0,5 p) Hallar gráficamente el foco imagen del sistema.

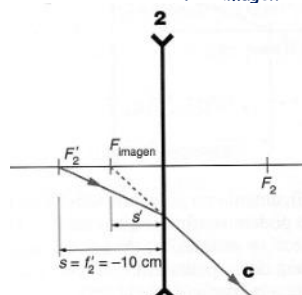
Según la definición de foco imagen, los rayos que llegan paralelos a la lente convergen en el foco imagen después de atravesar la lente o, en este caso, el sistema de lentes.

Vamos a buscar dónde llega ese rayo que llega a la lente 1 paralelo al eje óptico.

Con respecto a la lente 1, el rayo que llega paralelo al eje óptico, (tramo a), pasa por su foco imagen F_1' y alcanza la lente 2 recorriendo el tramo b.



Con respecto a la lente 2, como es divergente, el rayo sale en una dirección (tramo c), cuya prolongación pasaría por el foco imagen del sistema, F_{imagen} .



Gráficamente no se puede calcular con exactitud la posición del foco imagen, pero podemos afirmar que está entre F_2' y la lente 2.

c) (0,5 p) Calcular numéricamente el foco imagen del sistema.

Por lo expuesto en el apartado b) sólo se ha de hallar la imagen a través de la segunda lente de un objeto situado 10 cm a su izquierda. Según la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{-10} \Rightarrow s' = -5 \text{ cm}$$

Es decir, el F_{imagen} se sitúa 5 cm, a la izquierda de la segunda lente.

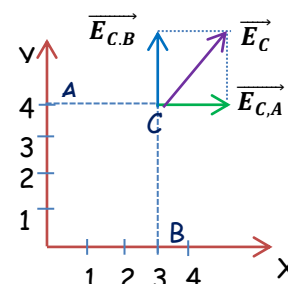
4.- Una carga puntual de 9 nC se sitúa fija en el punto (0,4) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de 16 nC se sitúa fija en el punto (3,0).

DATOS: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$
Considerar el origen de potenciales en el infinito.

a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (3,4).

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = K \cdot \frac{q_1}{(r_{AC})^2} \cdot (\vec{i}) + K \cdot \frac{q_2}{(r_{BC})^2} \cdot (\vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{9 \cdot 10^{-9}}{(3)^2} \cdot (\vec{i}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{16 \cdot 10^{-9}}{(4)^2} \cdot (\vec{j}) = 9 \vec{i} + 9 \vec{j} \text{ N/C}$$

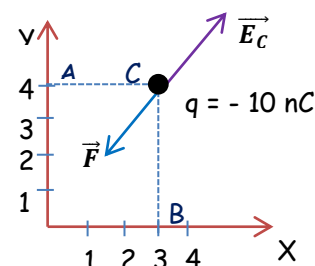


b) (0,5 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (4,3).

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = K \cdot \left(\frac{q_A}{r_{AD}} + \frac{q_B}{r_{BD}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^{-9}}{3} + \frac{16 \cdot 10^{-9}}{4} \right) = 63 \text{ V}$$

c) (0,5 p) Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga $q = -10 \text{ nC}$ situada en el punto (4,3).

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -10^{-8} \cdot (9 \vec{i} + 9 \vec{j}) = -9 \cdot 10^{-8} \vec{i} - 9 \cdot 10^{-8} \vec{j} \text{ N}$$



5.- La siguiente gráfica recoge las medidas de la actividad de una muestra en función del número de átomos de un isótopo radiactivo presente en la misma.

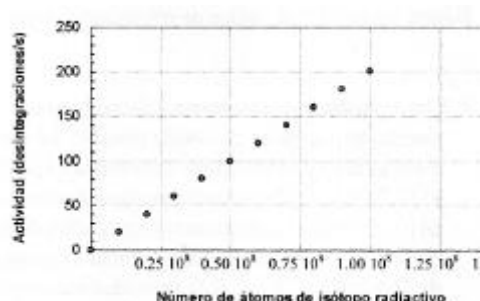
a) (1 p) Hallar el periodo de semidesintegración del isótopo radiactivo.

Se llama actividad o velocidad de desintegración (A) de una sustancia radiactiva al número de desintegraciones que se producen en la unidad de tiempo:

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot N$$

Donde λ es la constante radiactiva o constante de desintegración. El valor de esta constante la podemos obtener a partir de la pendiente de la gráfica:

$$\lambda = \frac{\Delta A}{\Delta N} = \frac{200}{1 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$



El período de semidesintegración ($t_{1/2}$) es el tiempo que tarda una muestra radiactiva de N_0 núcleos en reducirse a la mitad:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{2 \cdot 10^{-6}} = 3,47 \cdot 10^5 \text{ s} \cong 96,25 \text{ h}$$

b) (1 p) Representar en una gráfica cómo varía con el tiempo el número de átomos de isótopo radiactivo en la muestra.

NOTA: explicar el procedimiento seguido para realizar la gráfica.

Para realizar la gráfica tendremos en cuenta el concepto de período de vida media. Cada vez que transcurre un período de tiempo igual al período de semidesintegración (96,25 h), el número de átomos de la muestra radiactiva. Si partimos de N_0 átomos, después de un período de semidesintegración quedarán $N_0/2$ átomos, después de dos períodos de semidesintegración quedarán $N_0/4$; y así sucesivamente.

Por lo tanto, partiendo, según la gráfica, de un número de átomos inicial de $1 \cdot 10^8$, tenemos:

