ELECTROMAGNETISMO (RESUELTOS)

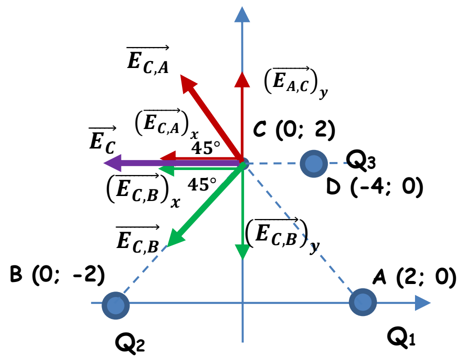
CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^8$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

JULIO 2021

Dos cargas eléctricas puntuales de valor Q_1 = 1 μC y Q_2 = −1 μC, se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (2, 0) y (−2, 0) respectivamente. Todas las distancias se dan en metros.

a) **(1 p)** Calcular y representar gráficamente el vector campo eléctrico en el punto (0, 2).



$r_{A,C} = r_{B,C} = \sqrt{8}\ m$

$r_{C,D} = 1\ m$

Se da una situación de simetría, ya que las cargas situadas en A y B tienen igual valor absoluto y, además, se encuentran a la misma distancia del punto C. Esto hace que se anulen las componentes verticales y que las dos componentes horizontales sean iguales.

$$\overrightarrow{E_C} = \overrightarrow{E_{C,A}} + \overrightarrow{E_{C,B}} = 2 \cdot (\overrightarrow{E_{C,A}})_x = -2 \cdot K \cdot \frac{Q_1}{(r_{A,C})^2} \cdot \cos 45° \vec{\imath}\ N/C$$

$$\overrightarrow{E_C} = -2 \cdot 9.10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{8} \cdot \cos 45° \vec{\imath} = -1591\ \vec{\imath}\ N/C$$

b) **(1 p)** ¿Qué valor debe tener una tercera carga, Q_3, situada en (1, 2), para que una carga situada en el punto (0, 2) no experimente ninguna fuerza neta?

La carga situada en el punto D debe ejercer una fuerza de igual módulo, pero de sentido contrario, sobre la carga q que la ejercida por las otras dos cargas. Para ello la carga Q_3 debe ser negativa.

$$\overrightarrow{F_{Q_3}} = -q \cdot \overrightarrow{E_C} \quad \Rightarrow \quad K \cdot \frac{|Q_3| \cdot q}{(r_{C,D})^2} \cdot \vec{\imath} = -q \cdot (-1591\ \vec{\imath}) \quad \Rightarrow \quad |Q_3| = \frac{1591 \cdot (r_{C,D})^2}{K} = \frac{1591 \cdot (1)^2}{9.10^9} = 1{,}77.10^{-7}\ C$$

Por lo tanto, la carga que deberíamos situar en el punto D debería tener un valor de:

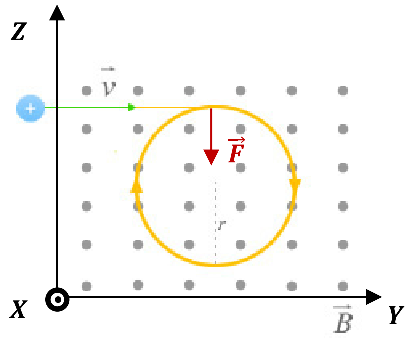
$$Q_3 = -1{,}77.10^{-7}\ C = -0{,}177\ \mu C$$

c) **(0,5 p)** En el caso anterior, ¿cuánto vale el potencial eléctrico resultante en el punto (0, 2) debido a las cargas Q_1, Q_2 y Q_3?

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} + V_{C,B} = K \cdot \left(\frac{Q_1}{r_{A,C}} + \frac{Q_2}{r_{B,C}} + \frac{Q_3}{r_{D,C}} \right) = 9.10^9 \cdot \left(\frac{10^{-6}}{\sqrt{8}} + \frac{(-10^{-6})}{\sqrt{8}} + \frac{(-1{,}77.10^{-7})}{1} \right) = -1593\ V$$

JULIO 2021

Un protón penetra en una zona donde hay un campo magnético $\vec{B} = 2\,\vec{i}\ T$, con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\ \vec{j}\ m/s$.



a) **(1 p)** Calcular el vector fuerza que actúa sobre el protón.

Calculamos la fuerza magnética, fuerza de Lorentz, sobre el protón:

$$\overrightarrow{F_m} = q \cdot (\vec{v}\ x\ \vec{B}) = 1,6.10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2.10^6 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{F_m} = 1,6.10^{-19} \cdot (-4.10^6\ \vec{k}) = -6,4.10^{-13}\ \vec{k}\ \ N$$

b) **(1 p)** Calcular el radio de curvatura de la trayectoria.

El protón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del protón. Debido a esto último, la fuerza de Lorentz actúa como fuerza centrípeta, obligando al protón a seguir una trayectoria circular.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v}\ x\ \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad F = q \cdot v \cdot B \cdot sen\ \alpha$$

$$F_{centrípeta} = m \cdot a_n \quad \Rightarrow \quad q \cdot v \cdot B \cdot sen\ \alpha = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot sen\ \alpha}$$

$$R = \frac{1,7.10^{-27} \cdot 2.10^6}{1,6,10^{-19} \cdot 2 \cdot sen\ 90°} = 0,011\ \ m = 1,1\ \ cm$$

c) **(0,5 p)** Calcular el periodo de la trayectoria.

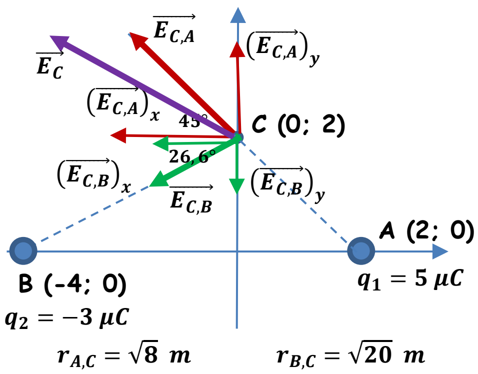
El tiempo que tarda el protón en describir una órbita completa, con velocidad constante, es el período.

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,011}{2.10^6} = 3,46.10^{-8}\ \ s$$

JUNIO 2021

Dos cargas eléctricas puntuales de valor 5 μC y -3 μC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (2; 0) y (-4; 0), respectivamente. Todas las distancias se dan en metros.

a) **(1 p)** Calcular y representar gráficamente el vector campo eléctrico en el ponto (0; 2).



$$\overrightarrow{E_{C,A}} = K \cdot \frac{q_1}{(r_{A,C})^2} \cdot (-cos\ 45°\ \vec{i} + sen\ 45°\ \vec{j})$$

$$\overrightarrow{E_{C,A}} = 9.10^9 \cdot \frac{5.10^{-6}}{8} \cdot (-cos\ 45°\ \vec{i} + sen\ 45°\ \vec{j})$$

$$\overrightarrow{E_{C,A}} = -3977,5\ \vec{i} + 3977,5\ \vec{j}$$

$$\overrightarrow{E_{C,B}} = K \cdot \frac{|q_2|}{(r_{B,C})^2} \cdot (-cos\ 26,6°\ \vec{i} + sen\ 26,6°\ \vec{j})$$

$$\overrightarrow{E_{C,B}} = 9.10^9 \cdot \frac{3.10^{-6}}{20} \cdot (-cos\ 26,6°\ \vec{i} - sen\ 26,6°\ \vec{j})$$

$$\overrightarrow{E_{C,B}} = -1207,1\ \vec{i} - 604,5\ \vec{j}$$

$$\overrightarrow{E_C} = \overrightarrow{E_{C,A}} + \overrightarrow{E_{C,B}} = -5184,6\ \vec{i} + 3373\ \vec{j}\ \ N/C$$

b) **(1 p)** Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una carga de 2 μC cuando se desplaza desde el punto (0; 2) hasta el infinito.

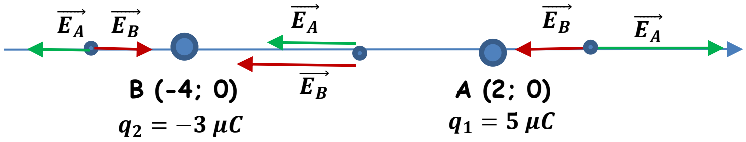
Calculamos el potencial eléctrico en el punto (0; 2), teniendo en cuenta que el potencial en el infinito es nulo.

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = K \cdot \left(\frac{q_1}{r_{A,C}} + \frac{q_2}{r_{B,C}}\right) = 9.10^9 \cdot \left(\frac{5.10^{-6}}{\sqrt{8}} + \frac{(-3.10^{-6})}{\sqrt{20}}\right) = 9872,5\ V$$

$$W_{C\to\infty} = -\Delta E_p = -q \cdot (V_\infty - V_C) = q \cdot (V_C - V_\infty) = 2.10^{-6} \cdot (9872,5 - 0) = 0,02\ J$$

El trabajo positivo significa que el proceso es espontáneo, por lo que no es necesaria una fuerza externa para realizar el traslado.

c) **(0,5 p)** ¿Existe algún punto del eje X (eje de abscisas) en el que se anule el campo eléctrico? En caso afirmativo, calcular su posición.



Podemos dividir el eje X en tres zonas. Entre ambas cargas el campo no se puede anular porque los campos creados por ambas cargas son del mismo sentido. A la derecha del punto A, el campo tampoco se puede anular porque, aunque los campos que crean ambas cargas son de sentido, ya que el campo que crea la carga situada en A es mayor que el que crea B (mayor carga y menor distancia). El campo solo se puede anular a la izquierda del punto B, ya que en esta zona los campos son de sentido contrario y al estar más cerca de B, compensa su menor carga.
Si suponemos que este punto está a una distancia "x" a la izquierda de B, para que se anule el campo eléctrico, los módulos de los campos creados por ambas cargas deben ser iguales.

$$|\vec{E_A}| = |\vec{E_B}| \quad \Rightarrow \quad K \cdot \frac{q_1}{(6+x)^2} = K \cdot \frac{|q_2|}{x^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{(6+x)}{x} = \sqrt{\frac{q_1}{|q_2|}}$$

$$\frac{(6+x)}{x} = \sqrt{\frac{5.10^{-6}}{3.10^{-6}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{(6+x)}{x} = 1,29 \quad \Rightarrow \quad x = 20,7\ m\ \ (a\ la\ izquierda\ de\ B)$$

Las coordenadas del punto donde se anula el campo eléctrico son (-24,7; 0).

<u>JUNIO 2021</u>

Un campo magnético espacialmente uniforme, y variable con el tiempo, según la expresión $B\ (t) = 0,1 \cdot cos\ (2t)\ T$, atraviesa perpendicularmente una espira circular de 6 cm de radio.

a) **(1 p)** Hallar la expresión para el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

$$\phi\ (t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

$$\phi\ (t) = 0,1 \cdot cos\ (2t) \cdot \pi r^2 \cdot cos\ 0° = 0,1 \cdot cos\ (2t) \cdot \pi(0,06)^2 \cdot cos\ 0° = 3,6.10^{-4}\pi \cdot cos\ (2t)\ Wb$$

b) **(1 p)** Hallar la expresión para la fuerza electromotriz inducida sobre la espira en función del tiempo.

Aplicando la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -1 \cdot \frac{d\ [3,6.10^{-4}\pi \cdot cos\ (2t)]}{dt} = 7,2.10^{-4}\pi \cdot sen\ (2t)\ \ V$$

c) **(0,5 p)** ¿Es la fuerza electromotriz inducida una función periódica? En caso afirmativo, hallar su período.

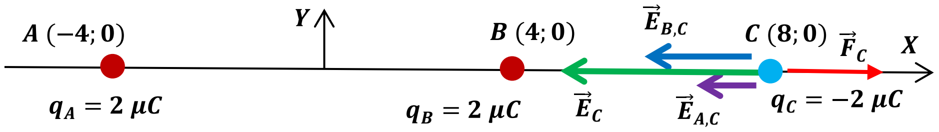
Sí, ya que depende del seno, que es una función periódica. La fuerza electromotriz varía según:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot sen\,(\omega t)\ V \quad \Rightarrow \quad \omega = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{T} = 2 \quad \Rightarrow \quad T = \pi\ s = 3,14\ s$$

SEPTIEMBRE 2020

Dos cargas eléctricas puntuales de valor 2 μC y 2 μC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (-4, 0) y (4, 0), respectivamente, estando las distancias expresadas en metros.

a) **(1,5 p)** Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo y la fuerza que experimenta una carga puntual de -2 μC en el punto (8, 0).



$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = -K \cdot \frac{q_A}{(r_{A.C})^2} \cdot \vec{\imath} + \left(-K \cdot \frac{q_A}{(r_{B.C})^2} \cdot \vec{\imath}\right) = -K \cdot q \cdot \left(\frac{1}{(r_{A.C})^2} + \frac{1}{(r_{A.D})^2}\right) \vec{\imath}$$

$$\vec{E}_C = -9.10^9 \cdot 2.10^{-6} \cdot \left(\frac{1}{(12)^2} + \frac{1}{(4)^2}\right) \vec{\imath} = -1250\,\vec{\imath}\ N/C$$

$$\vec{F_C} = q_C \cdot \vec{E_C} = -2.10^{-6} \cdot (-1250\ \vec{\imath}) = 2,5.10^{-3}\ \vec{\imath}\ \ N$$

b) **(1 p)** ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre una carga -2 μC cuando se desplaza desde el infinito hasta el punto (8, 0)?

Por definición, el potencial de la carga C en el infinito es de 0 V. Calculamos el potencial en el punto C.

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K \cdot \left(\frac{q_A}{r_{A,O}} + \frac{q_B}{r_{B,O}}\right) = 9.10^9 \cdot \left(\frac{2.10^{-6}}{12} + \frac{2.10^{-6}}{4}\right) = 6000\ V$$

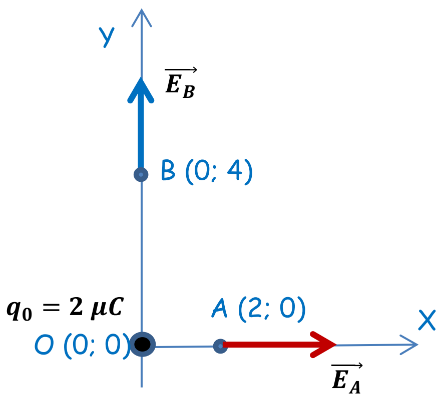
$$(W_{\infty \to C})_{F\ eléctrica} = q' \cdot (V_\infty - V_C) = -2.10^{-6} \cdot (0 - 6000)\ = 0,012\ J$$

El proceso es espontáneo, para trasladar la carga no es necesaria una fuerza externa. El resultado es lógico, ya que cargas de distinto signo se atraen y lo que estamos haciendo es acercar una carga negativa a dos cargas positivas.

SEPTIEMBRE 2020

Una carga eléctrica puntual de valor 2 μC se encuentra situada en el punto (0, 0), estando las distancias expresadas en metros.

a) **(1,5 p)** Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo en los puntos A (2, 0) y B (0, 4).



$$\vec{E}_A = K \cdot \frac{q_0}{(r_{A.O})^2} \cdot \vec{\imath} = 9.10^9 \cdot \frac{2.10^{-6}}{(2)^2} \cdot \vec{\imath} = 4500\,\vec{\imath}\ N/C$$

$$\vec{E}_B = K \cdot \frac{q_0}{(r_{B.O})^2} \cdot \vec{\imath} = 9.10^9 \cdot \frac{2.10^{-6}}{(4)^2} \cdot \vec{\imath} = 1125\,\vec{\imath}\ N/C$$

b) **(1 p)** ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre una carga -2 μC cuando se desplaza desde el punto A hasta el punto B?

$$V_A = K\,.\,\frac{q_0}{r_{A,O}} = 9.10^9\,.\,\frac{2.10^{-6}}{2} = 9000\ V$$

$$V_B = K\,.\,\frac{q_0}{r_{B,O}} = 9.10^9\,.\,\frac{2.10^{-6}}{4} = 4500\ V$$

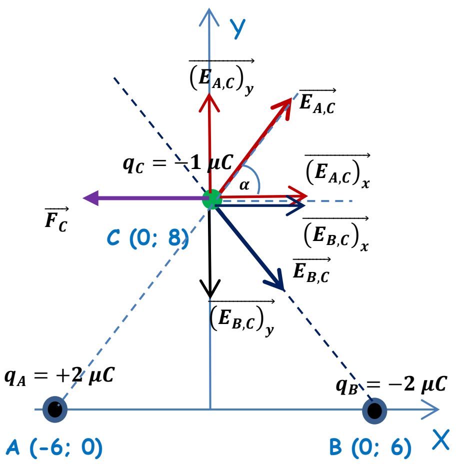
$$(W_{A\to B})_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_A - V_B) = -2.10^{-6}.\ (9000 - 4500)\ = -9.10^{-3}\ J$$

El proceso no es espontáneo, para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El resultado es lógico, ya que cargas de distinto signo se atraen y lo que estamos haciendo es alejar una carga negativa de una carga positiva.

<u>JULIO 2020</u>

Dos cargas eléctricas puntuales de valor 2 μC y -2 μC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (-6, 0) y (6, 0), respectivamente, estando todas las distancias expresadas en metros.

a) **(1,5 p)** Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo y la fuerza que experimenta una carga puntual de -1 μC en el punto (0, 8).



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10\ m$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{8}{6}\right) = 53,13°$$

En el punto C se da una situación de simetría, ya que al ser q_A = q_B (en módulo) y $r_{A,C}$ = $r_{B,C}$, el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes verticales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes horizontales, que también son iguales.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\,.\,\left(\vec{E}_{A,C}\right)_x = 2\,.\,K\,.\frac{q_A}{\left(r_{A,C}\right)^2}\,.\ cos\,\alpha\ \ \vec{\imath} = 2\,.\,9.10^9\,.\frac{2.10^{-6}}{(10)^2}\,.\ cos\,53,13°\ \ \vec{\imath}$$

$$\vec{E}_C = 216\ \ \vec{\imath}\ \ N/C; \qquad \vec{F}_C = q\,.\,\vec{E}_C = -10^{-6}\,.\,(216\ \vec{\imath}) = -2,16.10^{-4}\ \vec{\imath}\ \ N$$

b) **(1 p)** Obtener el trabajo realizado por el campo sobre una carga -1 μC cuando se desplaza desde el punto (0, 8) hasta el infinito.

Calculamos el potencial eléctrico en el punto C (0; 8), ya que, por definición, el potencial eléctrico en el infinito es nulo:

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K\,.\left(\frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}}\right) = K\,.\,\frac{1}{r}\,.\,\left(2.10^{-6} + (-2.10^{-6})\right) = 0\ V$$

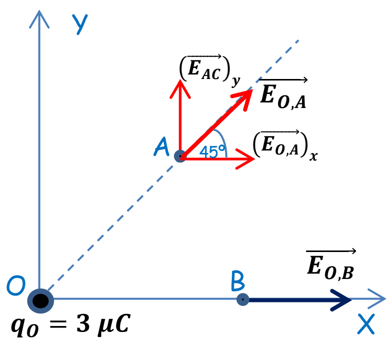
$$(W_{C\to\infty})_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_C - V_\infty) = -1.10^{-6}.\ (0 - 0)\ = 0\ J$$

La fuerza electrostática no necesita realizar ningún trabajo neto para trasladar la carga.

JULIO 2020

Una carga eléctrica puntual de valor 3 μC se encuentra situada en el punto (0, 0), estando todas las posiciones expresadas en metros.

a) **(1 p)** Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo en los puntos A (4, 4) y B (6, 0).



$$r_{OB} = 6\ m; \qquad r_{OA} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}\ m$$

$$\vec{E}_{OA} = K.\frac{q_O}{(r_{OA})^2}.(\cos 45°\ \vec{\imath} + sen\ 45°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_{OA} = 9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{(\sqrt{32})^2}.(\cos 45°\ \vec{\imath} + sen\ 45°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_{OA} = 596,6\ \vec{\imath} + 596,6\ \vec{\jmath}\ N/C$$

$$\vec{E}_{OB} = K.\frac{q_O}{(r_{OB})^2}.\vec{\imath} = 9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{(6)^2}.\ \vec{\imath} = 750\ \vec{\imath}\ \ N/C$$

b) **(1 p)** Obtener el potencial en los puntos A y B.

$$V_A = K.\frac{q_O}{r_{OA}} = 9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{\sqrt{32}} = 4773\ V$$

$$V_B = K.\frac{q_O}{r_{OB}} = 9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{6} = 4500\ V$$

c) **(0,5 p)** ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre una carga 5 μC cuando se desplaza desde el punto A hasta el punto B?

$$(W_{A \to B})_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_A - V_B) = 5.10^{-6}.\ (4773 - 4500) = 1,365.10^{-3}\ J$$

El proceso es espontáneo, para trasladar la carga no es necesaria una fuerza externa. El resultado es lógico, ya que la carga q' (positiva) se está alejando de la carga q_O, que también es positiva, por lo que se repelen.

JULIO 2019

Una espira rectangular de 4 cm^2 gira dentro de un campo magnético de 0,5 T dando lugar a una fuerza electromotriz sinusoidal.

a) **(0,75 p)** Dar la expresión de la fuerza electromotriz en función de la frecuencia de rotación de la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B}.\ \vec{S} = B.\ S.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie.

Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega.\ t = \theta_0 + 2\pi.f.\ t\ \ (rad/s)$$

El flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B}.\ \vec{S} = B.\ S.\cos\theta = 0,5.\ 4.10^{-4}.\ \cos(\theta_0 + 2\pi.f.\ t) = 2.10^{-4}.\ \cos(\theta_0 + 2\pi.f.\ t)\ \ (Wb)$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N\,.\,\frac{d\phi}{dt} = -N\,.\frac{d\left(2.10^{-4}\,.\,\cos\left(\theta_0 + 2\pi\,.f\,.\,t\right)\right)}{dt} = -1\left(2.10^{-4}\,.2\pi f\,.-sen\;\left(\theta_0 + 2\pi\,.f\,.\,t\right)\right)$$

$$\varepsilon_{ind} = 4.10^{-4}\,.\pi\,.\,f\,.\,sen\;\left(\theta_0 + 2\pi\,.f\,.\,t\right)\;(V)$$

b) **(0,75 p)** Si la fuerza electromotriz máxima es de 0,05 V ¿cuál es la frecuencia de rotación de la espira?

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} \;\Rightarrow\; sen\;\left(\theta_0 + 2\pi\,.f\,.\,t\right) = 1 \;\Rightarrow\; 4.10^{-4}\,.\pi\,.\,f = 0,05 \;\Rightarrow\; f = \frac{0,05}{4.10^{-4}\,.\pi} = 39,8\;Hz$$

c) **(0,5 p)** Enuncia la ley de Faraday.

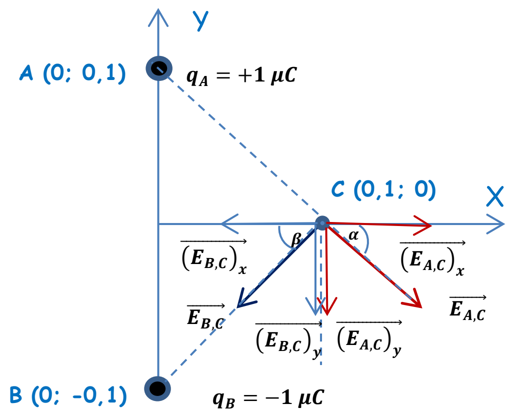
"La corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es directamente proporcional a la rapidez con la que varía el flujo y directamente proporcional al número de espiras del inducido"

$$\varepsilon \propto N\,.\,\frac{\Delta\emptyset}{\Delta t}$$

JULIO 2019

Dos cargas eléctricas puntuales de valor 1 μC, y -1 μC, se encuentran situadas en los puntos (0; 0,1) y (0; -0,1) respectivamente, estando las distancias expresadas en m.

a) **(1 p)** Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo en el punto (0,1; 0).



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = \sqrt{(0,1)^2 + (0,1)^2} = \sqrt{0,02}\;m$$

$$\alpha = \beta = arctg\left(\frac{0,1}{0,1}\right) = 45°$$

En el punto C se da una situación de simetría, ya que al ser q_A = q_B (en módulo) y $r_{A,C}$ = $r_{B,C}$, el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes horizontales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes verticales, que también son iguales.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\,.\,\left(\vec{E}_{A,C}\right)_y = -2\,.\,K\,.\frac{q_A}{\left(r_{A,C}\right)^2}\,.\,\cos\alpha\;\vec{j} = -2\,.\,9.10^9\,.\frac{1.10^{-6}}{\left(\sqrt{0,02}\right)^2}\,.\,sen\,45°\;\vec{j}$$

$$\vec{E}_C = -6,36.10^5\;\vec{j}\;N/C$$

b) **(1 p)** ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre una carga de 2 μC cuando se desplaza desde el (0,1; 0) hasta el punto (0,1; 0,1)?

Calculamos el potencial gravitatorio en ambos puntos:

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K\,.\left(\frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}}\right) = K\,.\,\frac{q}{r}\,.\,\left(1 + (-1)\right) = 0\;V$$

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = K\,.\left(\frac{q_A}{r_{A,D}} + \frac{q_B}{r_{B,D}}\right) = K\,.q\,.\left(\frac{1}{r_{A,D}} - \frac{1}{r_{B,D}}\right) = 9.10^9\,.\,1.10^{-6}\,.\left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{\sqrt{0,05}}\right) = 4,975.10^4\;V$$

$$(W_{C\to D})_{F\,eléctrica} = q'.\,(V_C - V_D) = 2.10^{-6}.\,(0 - 4,975.10^4) \;=\; -9,95.10^{-2}\;J$$

Proceso no espontáneo, es necesaria una fuerza externa para trasladar la carga. El trabajo realizado por esta fuerza es almacenado íntegramente por la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.
El resultado es lógico ya que estamos alejando una carga positiva de una carga negativa (que la atrae) y la estamos acercando a la carga positiva (que la repele).

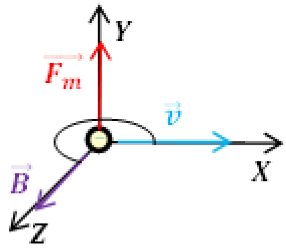
<u>JUNIO 2019</u>

Un electrón se mueve al entrar dentro de un campo magnético con una velocidad $\vec{v} = 10^4\,\vec{\imath}\ m/s$. Sabiendo que el campo ejerce una fuerza sobre él igual a $10^{-16}\,\vec{\jmath}\ N$. Determinar:

a) **(1 p)** El módulo y la dirección del campo magnético que actúa sobre la partícula.

El electrón se ve sometido a la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q\,.\,(\vec{v}\,x\,\vec{B}) \quad cuyo\ módulo\ es \quad F = q\,.\,v\,.\,B\,.\,sen\ \alpha$$



El módulo del campo magnético es:

$$B = \frac{F}{q\,.\,v\,.\,sen\ \alpha} = \frac{10^{-16}}{1,6.10^{-19}\,.\,10^4\,.\,sen\,90°} = 6,25.10^{-2}\ T$$

El vector fuerza es perpendicular al plano formado por los vectores velocidad y campo magnético, por lo que la dirección del campo magnético es la del eje Z. El sentido de la fuerza se obtiene por el sentido del avance de un tornillo al girar el vector velocidad sobre el vector campo magnético por el camino más largo (ya que la carga del electrón es negativa), por lo que el sentido del campo magnético es el del eje Z positivo.

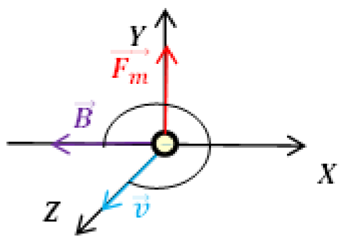
$$\vec{B} = 6,25.10^{-2}\ \vec{k}\ \ T$$

b) **(0,5 p)** Si la velocidad fuera $\vec{v} = 10^6\,\vec{k}\ m/s$ ¿cuál sería entonces la magnitud y dirección del campo magnético?

El módulo del campo magnético es:

$$B = \frac{F}{q\,.\,v\,.\,sen\ \alpha} = \frac{10^{-16}}{1,6.10^{-19}\,.\,10^6\,.\,sen\,90°} = 6,25.10^{-4}\ T$$

El vector fuerza es perpendicular al plano formado por los vectores velocidad y campo magnético, por lo que la dirección del campo magnético es la del eje X. El sentido de la fuerza se obtiene por el sentido del avance de un tornillo al girar el vector velocidad sobre el vector campo magnético por el camino más largo (ya que la carga del electrón es negativa), por lo que el sentido del campo magnético es el del eje X negativo.



$$\vec{B} = -6,25.10^{-4}\ \vec{\imath}\ \ T$$

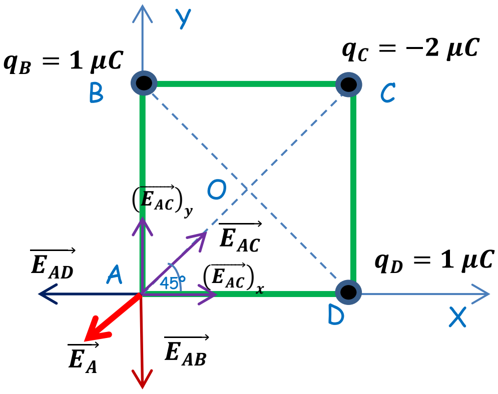
c) **(0,5 p)** Justifica si una partícula que entre en un campo magnético siempre nota su efecto en su trayectoria.

Según la ley de Lorentz, para que la partícula se vea afectada por el campo magnético debe tener carga eléctrica, por lo que si la partícula no está cargada atravesará el campo sin desviarse.
Si la partícula está cargada pero atraviesa el campo magnético en dirección paralela a las líneas de campo, tampoco experimentará fuerza magnética, atravesando el campo sin desviarse.

JUNIO 2019

Tres cargas eléctricas puntuales de valor 1 µC, -2 µC y 1µC, se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de 3 metros de lado, en los puntos (3, 0), (3, 3) y (0, 3) respectivamente, estando las distancias expresadas en m.

a) **(1 p)** Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo en el punto (0,0).



$$r_{AB} = r_{AD} = 3\ m$$

$$r_{AC} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}\ m$$

$$r_{OB} = r_{OC} = r_{OD} = \sqrt{1,5^2 + 1,5^2} = \sqrt{4,5}\ m$$

$$\vec{E}_{AB} = -K.\frac{q_B}{(r_{AB})^2}.\vec{j} = -9.10^9.\frac{10^{-6}}{(3)^2}.\vec{j} = -10^3\ \vec{j}\ \ N/C$$

$$\vec{E}_{AC} = K.\frac{|q_C|}{(r_{AC})^2}.(\cos 45°\ \vec{i} + sen\ 45°\ \vec{j}) = 9.10^9.\frac{2.10^{-6}}{(\sqrt{18})^2}.(\cos 45°\ \vec{i} + sen\ 45°\ \vec{j}) = 707,1\ \vec{i} + 707,1\ \vec{j}\ \ N/C$$

$$\vec{E}_{AD} = -K.\frac{q_B}{(r_{AD})^2}.\vec{i} = -9.10^9.\frac{10^{-6}}{(3)^2}.\vec{i} = -10^3\ \vec{i}\ \ N/C$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{AC} + \vec{E}_{AD} = -292,9\ \vec{i} - 292,9\ \vec{j}\ \ N/C$$

b) **(1 p)** ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre una carga de 1,5 µC cuando se desplaza desde el centro del cuadrado hasta el punto (0,0)?

Calculamos el potencial electrostático en los puntos O y A.

$$V_O = V_{OB} + V_{OC} + V_{OD} = K.\left(\frac{q_B}{r_{OB}} + \frac{q_C}{r_{OC}} + \frac{q_D}{r_{OD}}\right) = \frac{K}{r}.\ (q_B + q_C + q_D)$$

$$V_O = \frac{9.10^9}{\sqrt{4,5}}.\ (1.10^{-6} + (-2.10^{-6}) + 1.10^{-6}) = 0\ V$$

$$V_A = V_{AB} + V_{AC} + V_{AD} = K.\left(\frac{q_B}{r_{AB}} + \frac{q_C}{r_{AC}} + \frac{q_D}{r_{AD}}\right) = 9.10^9.\left(\frac{1.10^{-6}}{3} + \frac{(-2.10^{-6})}{\sqrt{18}} + \frac{1.10^{-6}}{3}\right) = 1757,4\ J$$

$$(W_{O\to A})_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_O - V_A) = 1,5.10^{-6}.\ (0 - 1757,4) = -2,64.10^{-3}\ J$$

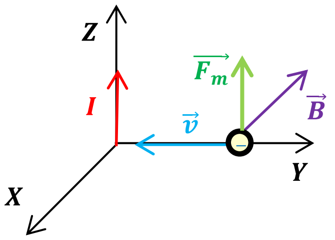
Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

SEPTIEMBRE 2018

Un electrón se dirige, en el vacío, con velocidad $\vec{v} = -8.10^7\,\vec{j}\ m/s$ hacia un conductor rectilíneo infinito, perpendicular a su trayectoria por el que circula una corriente en sentido ascendente de 2 A. Determina:

DATO: $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ N/A^2

a) **(1 p)** El vector campo magnético que crea el conductor a una distancia del conductor de 2 metros.



Aplicando la ley de Biot-Savart, y teniendo en cuenta que el sentido está determinado por la regla de la mano derecha (cogemos el conductor con la mano derecha de modo que la dirección del dedo pulgar coincida con el sentido de la corriente, las líneas de campo coinciden con la del resto de dedos al cerrarse en torno al conductor):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\,.\,I}{2\pi\,.\,d}\,.\,(-\vec{\imath}) = \frac{4\pi.10^{-7}.\,2}{2\pi\,.\,2}\,.\,(-\vec{\imath}) = -2.10^{-7}\,\vec{\imath}\quad T$$

b) **(1 p)** La fuerza magnética que el conductor ejerce sobre el electrón cuando está en ese punto.

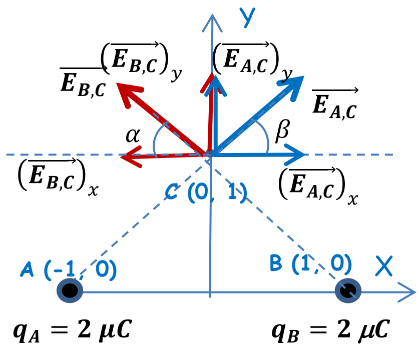
Calculamos la fuerza magnética, fuerza de Lorentz sobre el electrón:

$$\vec{F_m} = q\,.\left(\vec{v}\,x\,\vec{B}\right) = -1,6.10^{-19}\,.\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -8.10^7 & 0 \\ -2.10^{-7} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1,6.10^{-19}\,.\,\left(-16\,\vec{k}\right) = 2,56.10^{-18}\,\vec{k}\ \ N$$

SEPTIEMBRE 2018

Dos partículas cargadas $Q_1 = Q_2 = +2\mu C$, están situadas en los puntos Q_1: (1,0) y Q_2: (-1,0). Todas las coordenadas están expresadas en metros.

a) **(0,75 p)** Expresa correctamente el valor del campo eléctrico en el punto (0,1).



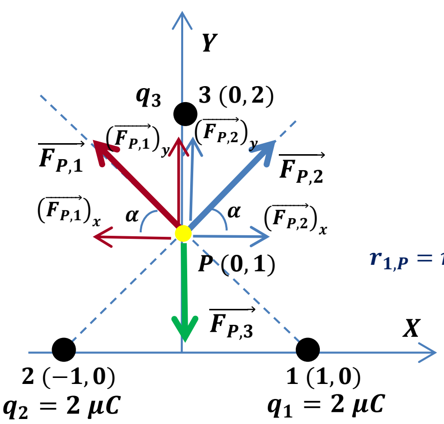
$$r_A = r_B = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\ m$$

$$\alpha = \beta = arctg\,\frac{1}{1} = 45°$$

Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes horizontales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes verticales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\,.\left(\vec{E}_{A,C}\right)_y = 2\,.\,K.\,\frac{q}{\left(r_{A,C}\right)^2}\,.(sen\,\alpha\,.\,\vec{j}) = 2\,.\,9.10^9.\,\frac{2.10^{-6}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}\,.(sen\,45°\,.\,\vec{j}) = 1,27.10^4\,\vec{j}\ \ N/C$$

b) **(0,75 p)** ¿Qué valor debe tener una carga Q_3 situada en (0, 2) para que una carga situada en el punto (0, 1) no experimente ninguna fuerza neta?



$$\alpha = arctg\,\frac{1}{1} = 45°$$

$$r_{1,P} = r_{2,P} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\ m$$

La condición pedida es:

$$\vec{F_P} = \vec{F_{P,1}} + \vec{F_{P,2}} + \vec{F_{P,3}} = 0$$

Vamos a suponer que la carga (q) situada en el punto P es positiva (el

resultado es el mismo si suponemos que la carga es negativa). Las intensidades de las fuerzas creadas por las cargas 1 y 2 son iguales (misma carga y misma distancia). Al descomponer estas dos fuerzas, las componentes horizontales se anulan entre sí, quedando como resultante la suma de las componentes verticales (en sentido Y positivo). Por lo tanto la carga 3 tiene que realizar una fuerza en el sentido Y negativo, que compense la resultante de las fuerzas 1 y 2, por lo que la carga 3 tiene que ser positiva. A la misma conclusión hubiésemos llegado si la carga situada en P fuese negativa (solo cambiarían los sentidos de las fuerzas).

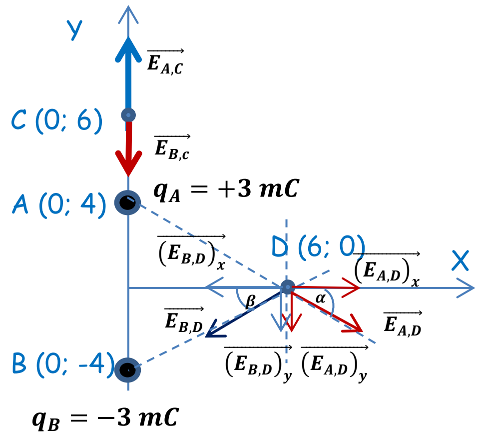
$$|\vec{F_3}| = \left|(\vec{F_1})_y\right| + \left|(\vec{F_2})_y\right| = 2\,.\,\left|(\vec{F_1})_y\right|$$

$$K\,.\,\frac{Q_3\,.\,q}{(r_{3,P})^2} = 2\,.\,K\,.\,\frac{Q_1\,.\,q}{(r_{1,P})^2}\,.\,\cos\alpha \;\Rightarrow\; \frac{Q_3}{1} = 2\,.\,\frac{2.10^{-6}}{(\sqrt{2})^2}\,.\,sen\,45° \;\Rightarrow\; Q_3 = 1,41.10^{-6}\,C$$

c) **(0,5 p)** En el caso anterior, ¿cuánto vale el potencial eléctrico resultante en el punto (0,1) debido a las cargas Q_1, Q_2 y Q_3?

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} + V_{3,P} = K\,.\left(\frac{q_1}{r_{1,P}} + \frac{q_2}{r_{2,P}} + \frac{q_3}{r_{3,P}}\right) = 9.10^9\,.\left(\frac{2.10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{2.10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{1,41.10^{-6}}{1}\right) = 38146\ V$$

JUNIO 2018



Dos cargas eléctricas puntuales de valor 3 mC y -3 mC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (0; 4) y (0; -4), respectivamente, estando las distancias expresadas en m.

a) **(1 p)** Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo en (0; 6) y (6; 0).

$$r_{A,C} = 2\ m; \qquad r_{B,C} = 10\ m$$

$$r_{A,D} = r_{B,D} = r = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}\ m$$

$$\alpha = \beta = arctg\left(\frac{4}{6}\right) = 33,7°$$

Punto C

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,D} = K\,.\frac{q_A}{(r_{A,C})^2}\,.\,(\vec{j}) + K\,.\frac{q_B}{(r_{B,C})^2}\,.(-\vec{j}) = K\,.\,q\,.\left(\frac{1}{(r_{A,C})^2} - \frac{1}{(r_{B,C})^2}\right)\vec{j}$$

$$\vec{E}_C = 9.10^9\,.\,3.10^{-3}\,.\left(\frac{1}{(2)^2} - \frac{1}{(10)^2}\right)\vec{j} = 6,48.10^6\,\vec{j}\ \ N/C$$

Punto D

En el punto D se da una situación de simetría, ya que al ser q_A = q_B (en módulo) y $r_{A,D}$ = $r_{B,D}$, el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes horizontales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes verticales, que también son iguales.

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A,D} + \vec{E}_{B,D} = 2\,.\,(\vec{E}_{A,D})_y = -2\,.\,K\,.\frac{q_A}{(r_{A,D})^2}\,.\,\cos\alpha\ \vec{j} = -2\,.\,9.10^9\,.\frac{3.10^{-3}}{(\sqrt{52})^2}\,.\,sen\,33,7°\ \vec{j}$$

$$\vec{E}_D = -5,76.10^5\ \vec{j}\ \ N/C$$

b) **(1 p)** ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre un protón cuando se desplaza desde el punto (0; 6) hasta el punto (6; 0)?

Calculamos el potencial gravitatorio en ambos puntos:

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K \cdot \left(\frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}}\right) = K \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_{A,C}} + \frac{1}{r_{B,C}}\right) = 9.10^9 \cdot 3.10^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{10}\right) = 1,08.10^7\ V$$

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = K \cdot \left(\frac{q_A}{r_{A,D}} + \frac{q_B}{r_{B,D}}\right) = K \cdot \frac{q}{r} \cdot \left(1 + (-1)\right) = 0\ V$$

$$(W_{C\rightarrow D})_{F\ eléctrica} = q' \cdot (V_C - V_D) = 1,6.10^{-19} \cdot (1,08.10^7 - 0) = 1,728.10^{-12}\ J$$

Proceso espontáneo. El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar la carga supone una disminución de la energía potencial electrostática de ésta. El resultado es lógico ya que estamos alejando una carga positiva (el protón) de otra carga positiva y la estamos acercando a la carga positiva.

JUNIO 2018

Una bobina de 200 espiras circulares de 3 cm de radio se halla inmersa en un campo magnético uniforme B = 0,1 T en la dirección del eje de la bobina. Determina la f.e.m. media inducida en el circuito y el sentido de la corriente inducida si en un intervalo de tiempo t = 0,05 s:

a) **(0,75 p)** El campo magnético se anula.

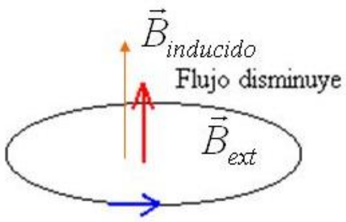
Inicialmente el campo magnético es perpendicular al eje de la espira, por lo que el flujo es máximo, ya que los vectores campo y superficie forman un ángulo de 0°:

$$\phi_0 = B \cdot S = B \cdot \pi \cdot R^2 = 0,1 \cdot \pi \cdot (3.10^{-2})^2 = 2,83.10^{-4}\ Wb$$

Posteriormente, al anularse el campo, el flujo se hace nulo. De modo que la f.e.m. media inducida es:

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -200 \cdot \left[\frac{(0 - 2,83.10^{-4})}{0,05}\right] = 1,132\ V$$

Como ha disminuido el flujo que atraviesa la bobina, de acuerdo a la ley de Lenz la corriente inducida circulará en la bobina en el sentido que haga aumentar el flujo, creando un campo magnético en la misma dirección y el mismo sentido del campo original, es decir en sentido horario si miramos en la dirección y en el sentido del campo original.



b) **(0,75 p)** El campo invierte su sentido.

Al invertir el campo su sentido, varía el ángulo entre los vectores intensidad de campo y superficie, siendo ahora de 180°, por lo que el flujo es igual al inicial pero con signo contrario.

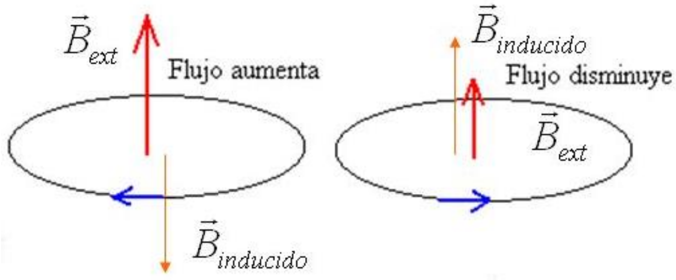
$\varepsilon_{ind} =$ **A invertir el campo su sentido, varía el ángulo entre los vectores intensidad de campo y superficie, siendo ahora de 180°, por lo que el flujo es igual al inicial pero con signo contrario.**

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -200 \cdot \left[\frac{(-2,83.10^{-4} - 2,83.10^{-4})}{0,05}\right] = 2,264\ V$$

Como ha disminuido el flujo que atraviesa la bobina, de acuerdo a la ley de Lenz la corriente inducida circulará en la bobina en el sentido que haga aumentar el flujo, creando un campo magnético en el mismo sentido del campo original, es decir en sentido horario si miramos en el sentido del campo original.

c) **(0,5 p)** Enuncia la ley de Lenz.

"La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina." Es decir si la corriente se crea por un aumento de flujo el sentido de la corriente inducida es aquel que hace disminuir el flujo al crear un campo magnético de la misma dirección pero de sentido contrario al original, y si se crea por una disminución de flujo el sentido de la corriente inducida es aquel que hace aumentar el flujo al crear un campo magnético de la misma dirección o del mismo sentido del original.



SEPTIEMBRE 2017

Un protón con velocidad $\vec{v} = 5.10^6\ \vec{i}$, en m/s penetra en una zona donde hay un campo magnético $\vec{B} = 1\ \vec{j}\ T$.

a) **(0,75 p)** Obtén la fuerza que actúa sobre el protón.

La fuerza de Lorentz ejercida sobre el protón es:

$$\vec{F} = q\,.(\vec{v}\,x\,\vec{B}) = 1,6.10^{-19}\,.\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5.10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1,6.10^{-19}\,.\,(5.10^6\ \vec{k}\,) = 8.10^{-13}\ \vec{k}\ \ N$$

b) **(0,75 p)** Obtén el radio de la trayectoria.

El protón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del protón. Debido a esto último, la fuerza de Lorentz actúa como fuerza centrípeta, obligando al protón a seguir una trayectoria circular.

$$\vec{F} = q\,.\,(\vec{v}\,x\,\vec{B}) \quad \Rightarrow \quad F = q\,.\,v\,.\,B\,.\,sen\,\alpha$$

$$F_{centrípeta} = m\,.\,a_n \quad \Rightarrow \quad q\,.\,v\,.\,B\,.\,sen\,\alpha = m\,.\,\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m\,.\,v}{q\,.\,B\,.\,sen\,\alpha}$$

$$R = \frac{1,7.10^{-27}\,.\,5.10^6}{1,6,10^{-19}\,.\,1\,.\,sen\,90°} = 0,053\ m = 5,3\ cm$$

c) **(0,5 p)** Calcula el tiempo que tardaría en realizar una vuelta.

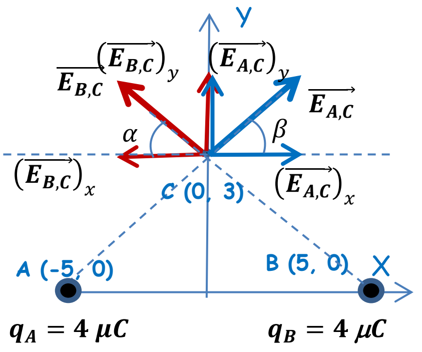
El tiempo que tarda el electrón en describir una órbita completa, con velocidad constante, es el período.

$$v = \frac{2\pi\,.\,R}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi\,.\,R}{v} = \frac{2\pi\,.\,0,053}{5.10^6} = 6,66.10^{-8}\ s$$

SEPTIEMBRE 2017

Dos cargas positivas idénticas de valor $q_1 = q_2 = 4{,}0\ \mu C$ ($1\ \mu C = 10^{-6}\ C$) están situadas sobre el eje X en las posiciones $x_1 = -5$ cm y $x_2 = 5$ cm.

a) **(1 p)** Calcular el vector campo eléctrico creado por las dos cargas en el punto (x = 0, y = 3 cm). Representarlo gráficamente.



$$r_A = r_B = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}\ cm$$

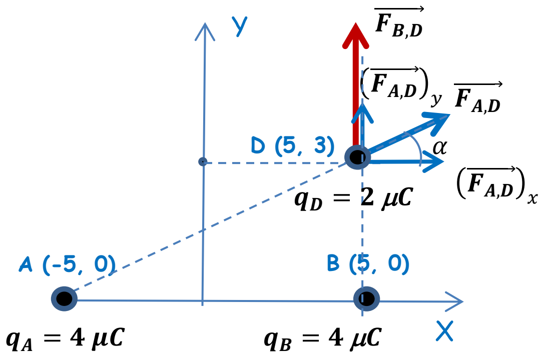
$$\alpha = \beta = arctg\ \frac{3}{5} = 31°$$

Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes horizontales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes verticales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\ .\ (\vec{E}_{A,C})_y = 2\ K.\ \frac{q}{(5)^2}\ .(sen\ \alpha\ .\ \vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 2\ .\ 9.10^9.\ \frac{4.10^{-6}}{(\sqrt{34}.10^{-2})^2}\ .(sen\ 31°\ .\ \vec{j}) = 1{,}09.10^7\ \vec{j}\ \ N/C$$

b) **(0,5 p)** ¿Cuál es la fuerza que experimentaría una carga de 2 μC colocada en las coordenadas (x = 5, y = 3) en cm?



$$r_{A,D} = \sqrt{10^2 + 3^2} = \sqrt{109}\ cm$$

$$r_{B,D} = 3\ cm$$

$$\alpha = \beta = arctg\ \frac{3}{10} = 16{,}7°$$

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{A,D} + \vec{F}_{B,D}$$

$$\vec{F}_D = K\ .\frac{q_D\ .\ q_A}{(r_{A,D})^2}\ .(cos\ 16{,}7°\ \vec{i} + sen\ 17{,}6°\ \vec{j}) + K\ .\frac{q_D\ .\ q_B}{(r_{B,D})^2}\ .(\vec{j})$$

$$\vec{F}_D = 9.10^9\ .\frac{4.10^{-6}\ .\ 2.10^{-6}}{(\sqrt{109}.10^{-2})^2}\ .(cos\ 16{,}7°\ \vec{i} + sen\ 17{,}6°\ \vec{j}) + 9.10^9\ .\frac{4.10^{-6}\ .\ 2.10^{-6}}{(3.10^{-2})^2}\ .(\vec{j})$$

$$\vec{F}_D = 6{,}3\ \vec{i} + 81{,}9\ \vec{j}\ \ N$$

c) **(0,5 p)** Explica brevemente el "principio de superposición".

Aplicado al campo eléctrico, el principio de superposición dice que la intensidad de campo eléctrico, $\vec{E}$, en un punto debido a un sistema de cargas puntuales es igual a la suma de las intensidades de campo debidos a cada una de las cargas q_i del sistema. Además, el campo creado en dicho punto por cada carga q_i es el mismo que si las demás cargas del sistema no existieran:

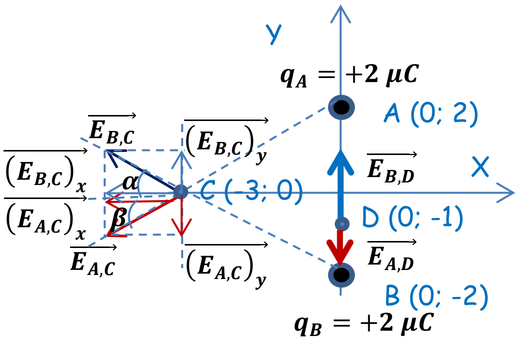
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E_i}$$

Este principio puede ser aplicado también a la fuerza electrostática, al potencial electrostático y a la energía potencial electrostática, siendo en estos últimos dos casos una suma escalar.

JUNIO 2017

Dos cargas puntuales iguales de +2 μC se encuentran en los puntos A (0; 2) m y B (0; -2) m. Calcula:

a) **(1 p)** El vector campo y el potencial electrostático en los puntos C (-3; 0) m y D (0: -1) m.



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}\ m$$

$$r_{A,D} = 3\ m$$

$$r_{B,D} = 1\ m$$

$$\alpha = \beta = arctg\left(\frac{2}{3}\right) = 33,7°$$

Punto C

En el punto C se da una situación de simetría, ya que al ser $q_A = q_B$ y $r_{A,C} = r_{B,C}$, el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes verticales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes horizontales que también son iguales.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\ .\ \left(\vec{E}_{A,C}\right)_x = -2\ .\ K\ .\frac{q_A}{\left(r_{A,C}\right)^2}\ .\ \cos\alpha\ \ \vec{\imath} = -2\ .\ 9.10^9\ .\frac{2.10^{-6}}{\left(\sqrt{13}\right)^2}\ .\ \cos 33,7°\ \ \vec{\imath}$$

$$\vec{E}_C = -2303,9\ \ \vec{\imath}\ \ N/C$$

A la hora del cálculo del potencial eléctrico también se da la misma simetría, cargas iguales y distancias iguales.

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = 2\ .\ V_{A,C} = 2\ .\ K\ .\ \frac{q_A}{r_{A,C}} = 2\ .\ 9.10^9\ .\ \frac{2.10^{-6}}{\sqrt{13}} = 9984,6\ V$$

Punto D

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A,D} + \vec{E}_{B,D} = K\ .\frac{q_A}{\left(r_{A,D}\right)^2}\ .\ (-\vec{\jmath}\,) + K\ .\frac{q_B}{\left(r_{B,D}\right)^2}\ .(\vec{\jmath}\,) = K\ .\ q\ .\ \left(\frac{-1}{\left(r_{A,D}\right)^2} + \frac{1}{\left(r_{B,D}\right)^2}\right)\ \vec{\jmath}$$

$$\vec{E}_D = 9.10^9\ .\ 2.10^{-6}\ .\ \left(\frac{-1}{(3)^2} + \frac{1}{(1)^2}\right)\ \vec{\jmath} = 16000\ \vec{\jmath}\ \ N/C$$

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = K\ .\left(\frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}}\right) = K\ .\ q\ .\ \left(\frac{1}{r_{A,C}} + \frac{1}{r_{B,C}}\right) = 9.10^9\ .\ 2.10^{-6}\ .\ \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{1}\right) = 24000\ V$$

b) **(1 p)** Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de +3 μC desde el infinito al punto C e interpreta el signo. ¿Y para trasladar esa carga entre D y C?

$$\left(W_{\infty \to C}\right)_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_\infty - V_C) = 3.10^{-6}.\ (0 - 9984,6) = -0,03\ J$$

Proceso no espontáneo. Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

$$\left(W_{D \to C}\right)_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_D - V_C) = 3.10^{-6}.\ (24000 - 9984,6) = 0,042\ J$$

Proceso espontáneo. El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar la carga supone una disminución de la energía potencial electrostática de ésta.

JUNIO 2017

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión $B\,(t) = 2,4\,.\cos(4t)$ (en unidades del S.I.) atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 15 cm.

a) **(1 p)** Determinar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie, que en este caso es de 0° al ser el campo magnético perpendicular a la superficie de la espira.

$$\phi\,(t) = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B(t).\,S\,.\cos\theta = B\,(t)\,.\,L^2\,.\,\cos 0° = 2,4.\cos\,(4t)\,.\,0,15^2\,.\,1 = 0,054\,.\,\cos\,(4t)\;Wb$$

b) **(0,5 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima.

De acuerdo a la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N\,.\,\frac{d\phi}{dt} = -1\,.\frac{d\left(0,054\,.\,\cos\,(4\,.\,t)\right)}{dt} = 0,216\,.\,sen\;(4\,.\,t)\;\;V$$

La fuerza electromotriz máxima inducida se consigue cuando $sen\;(4\,.\,t) = \pm 1$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\,0,216\;\;V$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente el principio de inducción de Faraday.

Toda variación de flujo magnético que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente eléctrica inducida, que solo existe mientras exista dicha variación de flujo.
Esta corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es proporcional a la rapidez con que varía el flujo y al número de espiras del inducido.

$$\varepsilon_{ind} \propto N\,.\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

SEPTIEMBRE 2016

Una espira circular de sección 50 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo B = 30 T, siendo el eje perpendicular al plano de la espira y que pasa por el centro de la misma inicialmente paralelo a las líneas del campo magnético.

a) **(1 p)** Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de 40 Hz, determínese la fuerza electromotriz máxima inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega\,.\,t = 0 + 2\pi\,.f\,.\,t = 80\pi\,.\,t\quad(rad/s)$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = 30\,.\,5.10^{-3}\,.\,\cos\,(80\pi\,.\,t) = 0,15\,.\,\cos\,(80\pi\,.\,t)\;\;(Wb)$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N\,.\,\frac{d\phi}{dt} = -N\,.\frac{d\left(0,15\,.\,\cos\,(80\pi\,.\,t)\right)}{dt} = -1\,(0,15\,.80\pi\,.-sen\;(80\pi\,.\,t)) = 12\pi\,.\,sen\,(80\pi\,.\,t)\;\;(V)$$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} \Rightarrow \quad sen\,(80\pi\,.\,t) = \pm\,1 \quad \Rightarrow \quad (\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\,12\pi \;\; V = \pm\,37{,}7 \;V$$

b) **(1 p)** Si la espira está inmóvil, con su círculo perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en 0,02 s, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

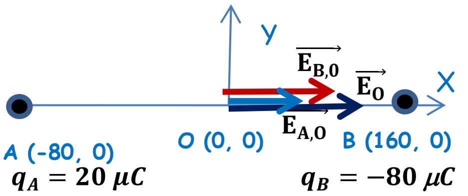
Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

$$\varepsilon_{ind} = -\,N\,.\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\,.\frac{(0 - B\,.\,S\,.\,cos\,0°)}{\Delta t} = -1.\,\left[\frac{0 - (30\,.\,5.10^{-3})}{0{,}02}\right] = 7{,}5\;V$$

SEPTIEMBRE 2016

Dos cargas eléctricas de +20 μC (positiva) y -80 μC (negativa) están fijas en los puntos (-80; 0) y (160; 0) del plano (X,Y). Todas las coordenadas se dan en metros.

a) **(1 p)** Calcular el campo eléctrico en el punto (0,0) de dicho plano.



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = K\,.\,\left(\frac{q_A}{(r_{AO})^2} + \frac{|q_B|}{(r_{AO})^2}\right).\,\vec{\imath}\;\;N/C$$

$$\vec{E}_O = 9.10^9\,.\,\left(\frac{20.10^{-6}}{(80)^2} + \frac{80.10^{-6}}{(160)^2}\right).\,\vec{\imath} = 56{,}25\;\vec{\imath}\;\;N/C$$

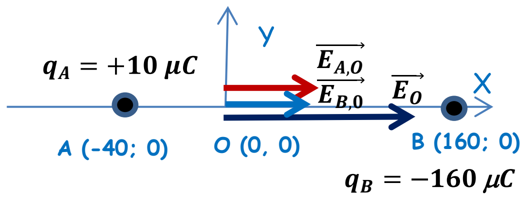
b) **(1 p)** Calcular el potencial electrostático en el punto (0,0).

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = K\,.\,\left(\frac{q_A}{r_{A,O}} + \frac{q_B}{r_{B,O}}\right) = 9.10^9\,.\,\left(\frac{20.10^{-6}}{80} + \frac{(-80.10^{-6})}{160}\right) = -2250\;V$$

JUNIO 2016

Dos cargas de +10 μC (positiva) y -160 μC (negativa) están fijas en los puntos (-40; 0) y (160; 0) del plano XY. Todas las coordenadas se dan en metros.

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto (0; 0)



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = K\,.\,\left(\frac{q_A}{(r_{AO})^2} + \frac{|q_B|}{(r_{AO})^2}\right).\,\vec{\imath}\;\;N/C$$

$$\vec{E}_O = 9.10^9\,.\,\left(\frac{10.10^{-6}}{(40)^2} + \frac{160.10^{-6}}{(160)^2}\right).\,\vec{\imath} = 112{,}5\;\vec{\imath}\;\;N/C$$

b) **(1 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0; 0)

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = K\,.\,\left(\frac{q_A}{r_{A,O}} + \frac{q_B}{r_{B,O}}\right) = 9.10^9\,.\,\left(\frac{10.10^{-6}}{40} + \frac{(-160.10^{-6})}{160}\right) = -6750\;\;V$$

JUNIO 2016

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión, $B\,(t) = 10\,.\,sen\,(5t)$, en unidades del S.I. atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 100 cm.

a) **(1 p)** Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

El flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi\,(t) = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B(t).\,S\,.\cos\theta = 10\,.\,sen\,(5\,.\,t)\,.\,\pi\,.\,1^2\;.\,cos\,0° = 10\pi\,.\,sen\,(5\,.\,t)\;Wb$$

Al estar la espira perpendicular al campo magnético el ángulo que forman entre si $\vec{B}$ y $\vec{S}$ es de 0°.

b) **(0,5 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima de la corriente inducida.

De acuerdo a la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d\left(10\pi \cdot sen\,(5 \cdot t)\right)}{dt} = -50\pi \cdot cos\ (5 \cdot t)\ \ V$$

La fuerza electromotriz máxima inducida se consigue cuando $cos\ (5 \cdot t) = \pm 1$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm 50\pi\ \ V = \pm 157,8\ \ V$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente el "principio de inducción de Faraday"

Toda variación de flujo magnético que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente eléctrica inducida, que solo existe mientras exista dicha variación de flujo.
Esta corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es proporcional a la rapidez con que varía el flujo y al número de espiras del inducido.

$$\varepsilon_{ind} \propto\ N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

SEPTIEMBRE 2015

Una espira circular de sección 100 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo dado por B = 1,5 T.

a) **(1 p)** Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de 15 Hz, determínese la fuerza electromotriz máxima inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi \cdot f \cdot t = 30\pi \cdot t\ \ \ (rad/s)$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot cos\,(30\pi \cdot t) = 1,5.10^{-2} \cdot cos\,(30\pi \cdot t)\ \ (Wb)$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d\left(1,5.10^{-2} \cdot cos\,(30\pi \cdot t)\right)}{dt} = -1\ (1,5.10^{-2} \cdot 30\pi \cdot -sen\ (30\pi \cdot t)$$

$$\varepsilon_{ind} = 0,45\pi \cdot sen\,(30\pi \cdot t)\ \ (V)$$

La fuerza electromotriz máxima inducida se consigue cuando $sen\,(30\pi \cdot t) = \pm 1$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm 0,45\pi\ \ V = \pm 1,41\ \ V$$

b) **(1 p)** Si la espira está inmóvil, con su círculo perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en 0,5 s, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira en ese intervalo de tiempo.

Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{(0 - B \cdot S \cdot cos\ 0°)}{\Delta t} = -1 \cdot \left[\frac{0 - (1,5 \cdot 10^{-2})}{0,5}\right] = 0,03\ \ V$$

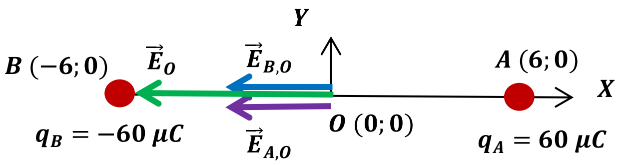
SEPTIEMBRE 2015

Una carga puntual de 60 μC se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de –60 μC se fija en el punto (–6, 0).

DATOS: 1 μC = 10^{-6} C.

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0, 0).

$$r_{AO} = r_{BO} = r = 6\ m$$



El campo solo tiene componente horizontal negativa y, además, los campos creados por ambas cargas son iguales ya que las dos cargas tienen el mismo valor absoluto y están a la misma distancia del punto O.

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = -2\ .\ K\ .\ \frac{|q|}{r^2}\ .\ \vec{\imath} = -2\ .\ 9.10^9\ .\ \frac{|60.10^{-6}|}{6^2}\ .\ \vec{\imath} = -3.10^5\ \vec{\imath}\ \ {}^{N}/_{C}$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0, 0).

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = \frac{K}{r}\ .\ (q_A + q_B) = \frac{9.10^9}{6}\ .\ \left(60.10^{-6} + (-60.10^{-6})\right) = 0\ \ V$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

Se define el vector campo eléctrico (o intensidad de campo eléctrico), $\vec{E}$, en cualquier punto del espacio como la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre una unidad de carga de prueba positiva colocada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Toda carga situada dentro de un campo eléctrico es sometida a una fuerza:

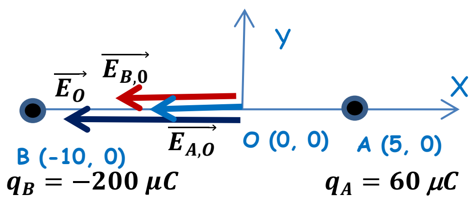
$$\vec{F} = q\ .\ \vec{E}$$

De modo que si la carga es positiva la fuerza y el campo son de la misma dirección y sentido, y si a carga es negativa, la fuerza y el campo son de la misma dirección pero de sentidos contrario. Si el campo es constante, la fuerza a la que se ve sometida la carga q es constante, por lo que ésta se mueve con m.r.u.a.

JUNIO 2015

Una carga puntual de 50 μC se sitúa en el punto (5, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de -200 μC se fija en el punto (-10, 0).

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (0; 0)



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = -K\ .\ \left(\frac{q_A}{(r_{AO})^2} + \frac{|q_B|}{(r_{AO})^2}\right)\ .\ \vec{\imath}\ \ N/C$$

$$\vec{E}_O = -9.10^9\ .\ \left(\frac{50.10^{-6}}{(5)^2} + \frac{200.10^{-6}}{(10)^2}\right)\ .\ \vec{\imath}$$

$$\vec{E}_O = -3,6.10^4\ \vec{\imath}\ \ N/C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,0).

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = K\ .\ \left(\frac{q_A}{r_{A,O}} + \frac{q_B}{r_{B,O}}\right) = 9.10^9\ .\ \left(\frac{50.10^{-6}}{5} + \frac{(-200.10^{-6})}{10}\right) = -90000\ \ V$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente el “principio de superposición” para fuerzas eléctricas.

Aplicado al campo eléctrico, el principio de superposición dice que la fuerza eléctrica, $\vec{F}$, sobre una carga eléctrica puntual, debida a una distribución de cargas eléctricas puntuales es igual a la suma vectorial de las fuerzas debidos a cada una de las cargas q_i del sistema. Además, la fuerza eléctrica sobre dicha carga por cada carga q_i es la misma que si las demás cargas puntuales del sistema no existieran:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F_i}$$

JUNIO 2015

Una espira circular de sección 50 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo B = 10 T, siendo el eje perpendicular a la espira, y que pasa por el centro de la misma, paralelo a las líneas del campo magnético.

a) **(1 p)** Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de 50 Hz, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \,.\, \vec{S} = B \,.\, S \,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \,.\, t = 0 + 2\pi \,.f \,.\, t = 100\pi \,.\, t \quad (rad/s)$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B} \,.\, \vec{S} = B \,.\, S \,.\cos\theta = 10 \,.\, 5.10^{-3} \,.\, cos\,(100\pi \,.\, t) = 0,05 \,.\, cos\,(100\pi \,.\, t) \;\; (Wb)$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N \,.\, \frac{d\phi}{dt} = -N \,.\frac{d\left(0,05 \,.\, cos\,(100\pi \,.\, t)\right)}{dt} = -1\,(0,05 \,.\,100\pi \,.-sen\;(100\pi \,.\, t)$$

$$\varepsilon_{ind} = 5\pi \,.\, sen\,(100\pi \,.\, t) \;\; (V)$$

b) **(1 p)** Si la espira está inmóvil, con su sección perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en 0,05 s, determínese la fuerza electromotriz de la corriente inducida en la espira.

Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

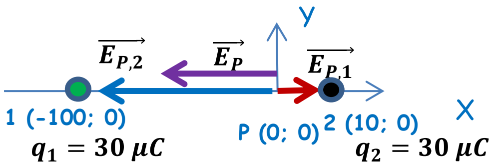
$$\varepsilon_{ind} = -N \,.\, \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \,.\frac{(0 - B \,.\, S \,.\, cos\,0°)}{\Delta t} = -1.\left[\frac{0 - (10 \,.\, 5.10^{-3})}{0,05}\right] = 1 \;\; V$$

SEPTIEMBRE 2014

En cada punto (-100; 0) y (10; 0) de un sistema de coordenadas, con las distancias en metros, se fija una carga eléctrica puntual de carga 30 μC.

DATO: 1 μC = 10^{-6} C

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto (0; 0).



$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P,1} + \vec{E}_{P,2} = K.\frac{q_1}{(r_{P1})^2} \,.\,(\vec{\imath}) + K.\frac{q_2}{(r_{P2})^2} \,.\,(-\vec{\imath})$$

$$\vec{E}_P = K\,.\,q\,.\,\left(\frac{1}{(r_{P1})^2} - \frac{1}{(r_{P2})^2}\right).\,(\vec{\imath})$$

$$\vec{E}_P = 9.10^9\,.\,30.10^{-6}\,.\,\left(\frac{1}{(100)^2} - \frac{1}{(10)^2}\right).\,(\vec{\imath}) = -2673\ \vec{\imath}\quad N/C$$

b) **(1 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0; 0).

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} = K\,.\,\frac{q_1}{r_{1A}} + K\,.\,\frac{q_2}{r_{2A}} = K\,.\,q\,.\,\left(\frac{1}{r_{1A}} + \frac{1}{r_{2A}}\right) = 9.10^9\,.\,30.10^{-6}\,.\,\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{10}\right)$$

$$V_P = 29700\ V$$

SEPTIEMBRE 2014

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión, $B\,(t) = 5,8\,.\,sen\,(3t)$, en unidades del S.I., atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 100 cm.

a) **(1 p)** Halla el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso $\theta = 0\,rad$, por lo que el flujo será:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = B\,.\,\pi\,.\,R^2\,.\,cos\,0° = 5,8\,.\,sen\,(3t)\,.\,\pi\,.\,1^2 = 18,22\,.\,sen\,(3t)\ (Wb)$$

b) **(0,5 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima de la corriente inducida.

$$\varepsilon_{ind} = -N\,.\,\frac{d\phi}{dt} = -N\,.\,\frac{d\,(18,22\,.\,sen\,(3t))}{dt} = -1\,(18,22\,.\,3\,.\,cos\,(3\,t) = -54,66\,.\,cos\,(3\,t)\ (V)$$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} \Rightarrow cos\,(3t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\,54,66\ V$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente el "principio de inducción de Faraday".

La inducción electromagnética se basa en dos principios fundamentales:

- **Toda variación de flujo que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente inducida.**
- **La corriente inducida es una corriente instantánea, pues sólo dura mientras dura la variación de flujo.**

La inducción electromagnética se rige por dos leyes:

- **Ley de Faraday**

"La corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es directamente proporcional a la rapidez con la que varía el flujo y directamente proporcional al número de espiras del inducido"

$$\varepsilon \propto N\,.\,\frac{\Delta\emptyset}{\Delta t}$$

- **Ley de Lenz**

"La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina"

JUNIO 2014

Una espira circular de sección 100 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo B = 1,5 T, siendo el eje perpendicular a la espira, y que pasa por su centro, paralelo a las líneas del campo magnético.

a) **(1 p)** Si la espira gira alrededor de uno de sus diámetros, perpendicular a su eje, con una frecuencia de 25 Hz, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega\,.\,t = 0 + 2\pi\,.f\,.\,t = 50\pi\,.\,t \quad (rad/s)$$

Por lo tanto, el flujo es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = 1,5\,.\,0,01\,.\,cos\,(50\pi\,.\,t) = 0,015\,.\,cos\,(50\pi\,.\,t)\ (Wb)$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N\,.\,\frac{d\phi}{dt} = -N\,.\frac{d\left(0,015\,.\,cos\,(50\pi\,.\,t)\right)}{dt}$$

$$\varepsilon_{ind} = -1\,(0,015\,.50\pi\,.-sen\ (50\pi\,.\,t) = 2,36\,.\,sen\,(50\pi\,.\,t)\ (V)$$

b) **(1 p)** Si la espira está inmóvil, con su sección perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en 0,01 s, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira en ese intervalo de tiempo.

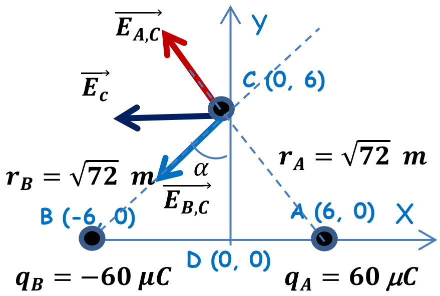
Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

$$\varepsilon_{ind} = -N\,.\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\,.\frac{(0 - B\,.\,S\,.\,cos\,0°)}{\Delta t} = -1.\,\left[\frac{0-\ (1,5\,.\,0,01)}{0,01}\right] = 1,5\ V$$

JUNIO 2014

Una carga puntual de 60 μC se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de -60 μC se fija en el punto (-6,0).

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0,6).



$$\alpha = arctg\,\frac{6}{6} = 45°$$

Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes verticales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes horizontales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\,.\,\left(\vec{E}_{A,C}\right)_x = -2\,K.\,\frac{q}{(5)^2}\,.(cos\,\alpha\,.\,\vec{\imath})$$

$$\vec{E}_C = -2\,.\,9.10^9.\,\frac{6.10^{-5}}{\left(\sqrt{72}\right)^2}\,.(sen\,45\,.\,\vec{\imath}) = -1,06.10^4\,\vec{\imath}\ \ N/C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,0).

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = \frac{K}{r}.(q_A + q_B) = \frac{9.10^9}{6}.\left(6.10^{-5} + (-6.10^{-5})\right) = 0\ V$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

Se define el vector campo $\vec{E}$ o intensidad de campo eléctrico en cualquier punto como la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre una unidad de carga de prueba positiva colocada en ese punto:

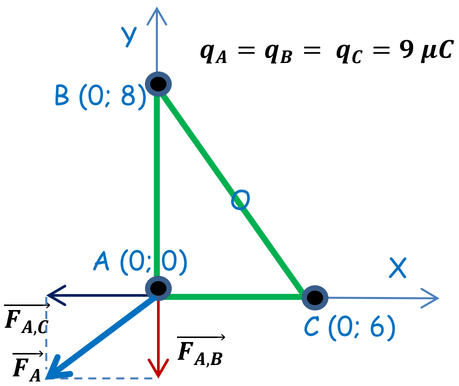
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Toda carga situada dentro de un campo eléctrico es sometida a una fuerza:

$$\vec{F} = q\,.\,\vec{E}$$

De modo que si la carga es positiva la fuerza y el campo son de la misma dirección y sentido, y si a carga es negativa, la fuerza y el campo son de la misma dirección pero de sentidos contrario. Si el campo es constante, la fuerza a la que se ve sometida la carga q es constante, por lo que ésta se mueve con m.r.u.a.

<u>**SEPTIEMBRE 2013**</u>



Tres cargas iguales, de 9 μC cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm.

DATOS: 1 μC = 10^{-6} C

a) **(1 p)** Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{A,C} + \vec{F}_{A,B} = K.\frac{q_C\,.\,q_A}{(r)^2}.(-\vec{\imath}) + K.\frac{q_B\,.\,q_A}{(r')^2}.(-\vec{\jmath})$$

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{A,B} + \vec{F}_{A,C} = 9.10^9.\frac{(9.10^{-9})^2}{(0,06)^2}.(-\vec{\imath}) + 9.10^9.\frac{(9.10^{-9})^2}{(0,08)^2}.(-\vec{\jmath})$$

$$\vec{F}_A = -2,025.10^{-4}\ \vec{\imath} - 1,14.10^{-4}\ \vec{\jmath}\ \ N$$

$$|\vec{F}_A| = \sqrt{(-2,025.10^{-4})^2 + (-1,14.10^{-4})^2} = 2,32.10^{-4}\ N$$

b) **(1 p)** Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.

$$(E_p)_A = (E_p)_{A,C} + (E_p) = K\,.\,q_A\,.\left(\frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'}\right) = 9.10^9\,.\,9.10^{-9}\,.\left(\frac{9.10^{-9}}{0,06} + \frac{9.10^{-9}}{0,08}\right) = 2,126.10^{-5}\,J$$

$$(E_p)_O = (E_p)_{O,C} + (E_p)_{O,B} = K\,.\,q_A\,.\left(\frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'}\right) = 9.10^9\,.\,9.10^{-9}\,.\left(\frac{9.10^{-9}}{0,05} + \frac{9.10^{-9}}{0,05}\right) = 2,916.10^{-5}\,J$$

$$(W_{A\to O})_{F\ eléctrica} = -\Delta E_p = (E_p)_A - (E_p)_O = 2,126.10^{-5} - 2,916.10^{-5} = -7,9.10^{-6}\ J$$

Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

SEPTIEMBRE 2013

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión: $B\,(t) = 3,7\,.\cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)$ (en unidades del SI), atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 30 cm.

a) **(1 p)** Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es: $\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que $\theta = 0°$.

$$\phi\,(t) = \overrightarrow{B\,(t)}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = 3,7\,.\cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right).\ (0,3)^2\,.\ cos\,0° = 0,333\,.\ cos\,\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)\ (Wb)$$

b) **(0,5 p)** Hallar la fuerza electromotriz inducida en la espira. En caso de que dicha fuerza electromotriz sea una función periódica, hallar su periodo.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{0,333\,.\ cos\,\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)}{dt} = 2,664\,.\ sen\,\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)\ (V)$$

La f.e.m. inducida es periódica, con un período

$$\omega = 8\ rad/s\ \Rightarrow\ \frac{2\pi}{T} = 8\ \Rightarrow\ T = \frac{\pi}{4}\ s\ = 0,785\ s$$

c) **(0,5 p)** Enunciar y discutir brevemente los posibles efectos de un campo magnético sobre una carga en movimiento.

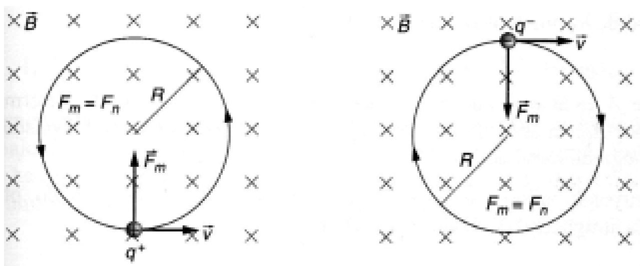
Las cargas eléctricas que se mueven dentro de campos magnéticos experimentan la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q\,.\,(\vec{v}\,x\,\vec{B})$$

Según la orientación relativa de los vectores $\vec{B}$ y $\vec{v}$ pueden presentarse los siguientes casos:

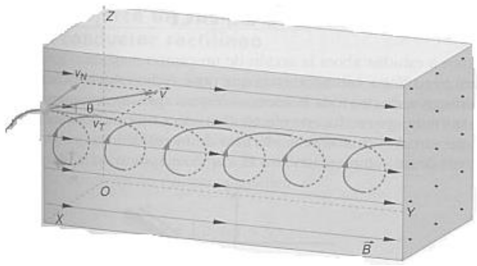
- **Velocidad paralela a $\vec{B}$: Sobre la partícula cargada no aparece ninguna fuerza, por lo que la partícula cargada se moverá con movimiento rectilíneo uniforme de velocidad $\vec{v}$**

- **Velocidad perpendicular a $\vec{B}$: Sobre la partícula actúa una fuerza de módulo constante ($F = q\,.\,v\,.\,B$) y de dirección perpendicular a $\vec{B}$ y $\vec{v}$ en todo momento (el sentido viene dado por la regla del sacacorchos si la carga es positiva, y de sentido contrario a la regla del sacacorchos si la carga es negativa). La partícula efectúa un movimiento circular uniforme donde la fuerza magnética (fuerza de Lorentz) es la fuerza centrípeta:**



$$F_C = m\,.\,a_n\ \Rightarrow\ q\,.\,v\,.\,B = m\,.\,\frac{v^2}{R}\ \Rightarrow\ R = \frac{m\,.\,v}{q\,.\,B}$$

- **Velocidad que forma un ángulo θ con $\vec{B}$: En este caso sobre la partícula actúa una fuerza $F = q\,.\,v\,.\,B\,.\,sen\,\theta$. La velocidad se descompone en una componente paralela a $\vec{B}$ responsable del avance de la partícula ($v_T = v\,.\cos\theta$), no afectada por la fuerza magnética y una componente perpendicular a $\vec{B}$ responsable del giro de la misma ($v_N = v\,.\,sen\,\theta$). La partícula seguirá una trayectoria helicoidal.**

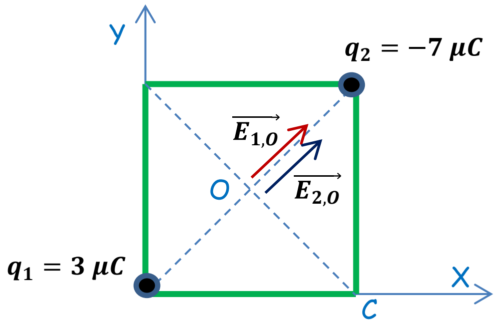


JUNIO 2013

Dos cargas eléctricas, 1 y 2, de cargas +3.0 μC y -7.0 μC, respectivamente, se encuentran fijas y situadas en dos vértices opuestos de un cuadrado de lado igual a 50 cm.

DATOS: 1 μC = 10^{-6} C

a) **(1 p)** Hallar y dibujar el campo eléctrico en el centro del cuadrado.



La distancia entre los vértices del cuadrado y el centro es:

$$r = \frac{\sqrt{0,5^2 + 0,5^2}}{2} = 0,353\ m$$

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{1,O} + \vec{E}_{2,O} = K.\frac{q_1}{(r)^2}.(\cos 45°.\ \vec{\imath} + sen\, 45°.\ \vec{\jmath}) + K.\frac{q_2}{(r)^2}.(\cos 45°.\ \vec{\imath} + sen\, 45°.\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_O = K.\frac{(q_1 + q_2)}{(r)^2}.(\cos 45°.\ \vec{\imath} + sen\, 45°.\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_O = 9.10^9.\frac{10^{-5}}{(0,353)^2}.\ (\cos 45°.\ \vec{\imath} + sen\, 45°.\ \vec{\jmath}) = 5,11.10^5\ \vec{\imath} + 5,11.10^5\ \vec{\jmath}\ \ N/C$$

$$|\vec{E}_O| = \sqrt{(5,11.10^5)^2 + (5,11.10^5)^2} = 7,23.10^5\ \ N/C$$

NOTA: Las componentes vectoriales del campo dependen de los vértices elegidos, no el módulo.

b) **(0,5 p)** Hallar el trabajo necesario para llevar una carga de 0,6 μC desde el punto anterior hasta uno de los vértices libres del cuadrado.

$$V_O = V_{1,O} + V_{2,O} = K.\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r}\right) = \frac{K}{r}.\ (q_1 + q_2) = \frac{9.10^9}{0,353}.\ (3.10^{-6} + -7.10^{-6}) = -1,02.10^5\ V$$

$$V_C = V_{1,C} + V_{2,C} = K.\left(\frac{q_1}{L} + \frac{q_2}{L}\right) = \frac{K}{L}.\ (q_1 + q_2) = \frac{9.10^9}{0,5}.\ (3.10^{-6} + -7.10^{-6}) = -7,2.10^4\ V$$

$$(W_{O\to C})_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_O - V_C) = 0,6.10^{-6}.\ \left(-1,02.10^5 - (-7,2.10^4)\right) = -0,018\ J$$

Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

c) **(0,5 p)** Enunciar y explicar el principio de superposición.

Aplicado al campo eléctrico, el principio de superposición dice que la intensidad de campo eléctrico, $\vec{E}$, en un punto debido a un sistema de cargas puntuales es igual a la suma de las intensidades de campo debidos a cada una de las cargas q_i del sistema. Además, el campo creado en dicho punto por cada carga q_i es el mismo que si las demás cargas del sistema no existieran:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E_i}$$

Este principio puede ser aplicado también a la fuerza electrostática, al potencial electrostático y a la energía potencial electrostática, siendo en estos últimos dos casos una suma escalar.

JUNIO 2013

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión, $B\,(t) = 1,8\ .\ sen\,(8t)$ (en unidades del SI), atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 40 cm.

a) **(1 p)** Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que $\theta = 0°$.

$$\phi\,(t) = \overrightarrow{B\,(t)}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = 1,8\ .\ sen\,(8t)\,.\ \pi\,.\ (0,4)^2\,.\ cos\,0° = 0,9\ .\ sen\,(8\,.\,t)\ \ (Wb)$$

b) **(1 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\,\big(0,9\ .\ sen\,(8\,.\,t)\big)}{dt} = -7,2\,.\ cos\,(8\,.\,t)\ \ (V)$$

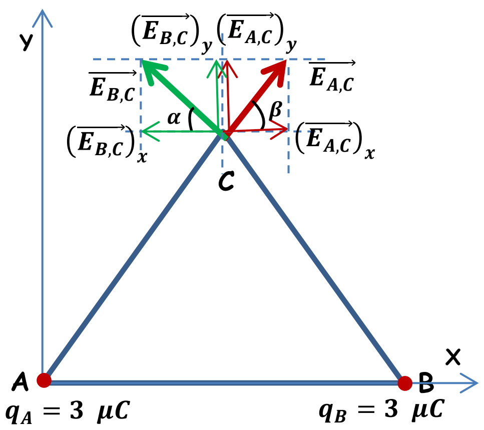
$$(\varepsilon_{ind})_{máx}\ \Rightarrow\ cos\ (8\,.\,t) = \pm 1\ \ \Rightarrow\ (\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\,7,2\ \ V$$

SEPTIEMBRE 2012

En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 9 m se sitúan dos cargas eléctricas puntuales iguales de carga 3 μC.

DATOS: 1 μC = 10^{-6} C

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el vértice libre C del triángulo.



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = 9\ m$$

$$\alpha = \beta = 60°$$

Por simetría el campo tendrá solo componente $\vec{j}$, ya que las componentes $\vec{\imath}$ se anulan entre sí. Además las componentes $\vec{j}$ de los campos creados por ambas cargas serán iguales.
Por lo tanto:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = 2\,.\,K.\frac{q}{r^2}\,.\,(sen\,60°\,\vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 2\ .\ 9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{9^2}\,.0,87\,\vec{j} = 577,35\ \vec{j}\ \ N/C \qquad \Rightarrow\ |\vec{E}_C| = 577,35\ \ N/C$$

Las componentes del vector cambian según el vértice elegido, pero el módulo no.

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en dicho vértice libre C.

El potencial creado por ambas cargas es igual, ya que ambas son del mismo valor y se encuentran a la misma distancia.

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = 2\,.\ K\,.\ \frac{q}{r} = 2\,.9.10^9\,.\frac{3.10^{-6}}{9} = 6.10^3\ V$$

El valor del potencial es el mismo sea cual sea el vértice elegido.

c) **(0,5 p)** Hallar el trabajo que debe realizarse para llevar una partícula puntual de carga -2 μC desde el punto C hasta el infinito e interpretar físicamente su signo.

Teniendo en cuenta que el potencial eléctrico en el infinito es cero, el trabajo necesario es:

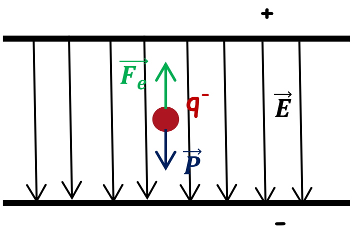
$$(W_{A\to\infty})_{F\,eléctrica} = q'.\ (V_A - V_\infty) = -2.10^{-6}\ .\ \ (6.10^3 - 0) = \ -0,012\ J$$

El signo negativo indica que el proceso no es espontáneo, es necesaria una fuerza externa para trasladar la carga. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

SEPTIEMBRE 2012

Dos placas metálicas cargadas eléctricamente están dispuestas horizontalmente separadas una distancia de 20 cm, creando en su interior un campo eléctrico uniforme de $2{,}50.10^4$ $N.C^{-1}$. Una microgota de aceite de masa igual a $5{,}1.10^{-14}$ kg de masa, cargada negativamente, se encuentra en equilibrio suspendida de un punto equidistante de ambas placas.

a) **(1 p)** Hallar la diferencia de potencial entre las placas, indicando cuál de ellas está cargada positivamente.



Necesitamos una fuerza eléctrica en sentido hacia arriba para compensar el peso de la microgota. Teniendo en cuenta que la relación entre la fuerza eléctrica y el campo eléctrico es: $\vec{F} = q\ .\ \vec{E}$, y que la carga es negativa, el campo debe estar dirigido hacia abajo. Por lo tanto la placa positiva debe ser la de arriba.

$$E = \frac{\Delta V}{d} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = E\ .\ d = 2,5.10^4\ .\ 0,2 = 5000\ V$$

b) **(0,5 p)** Hallar la carga eléctrica depositada en la gota.

$$F_e = P \quad \Rightarrow \quad q\ .\ E = m\ .\ g \quad \Rightarrow \quad q = \frac{m\ .\ g}{E} = \frac{5,1.10^{-14}\ .\ 9,8}{2,5.10^{-4}} = 2.10^{-9}\ C = 2\ nC$$

Como sabemos, la gota está cargada negativamente, por lo tanto: q = - 2 nC

c) **(0,5 p)** Describir brevemente el efecto de un campo magnético sobre una carga eléctrica en reposo y sobre la misma carga en movimiento.

Un campo magnético no tiene ningún efecto sobre una partícula cargada eléctricamente si está en reposo.
Las cargas eléctricas que se mueven dentro de campos magnéticos experimentan la fuerza de Lorentz. Esta fuerza depende de los siguientes factores:

- **Del valor de la carga q y de la velocidad v con que esta carga se mueve.**
- **De la inducción de campo magnético, $\vec{B}$**
- **Del ángulo que formen entre si la dirección del movimiento con la dirección del campo. La fuerza es máxima cuando la partícula se mueve perpendicularmente al campo y nula cuando la partícula se mueve paralelamente al campo.**

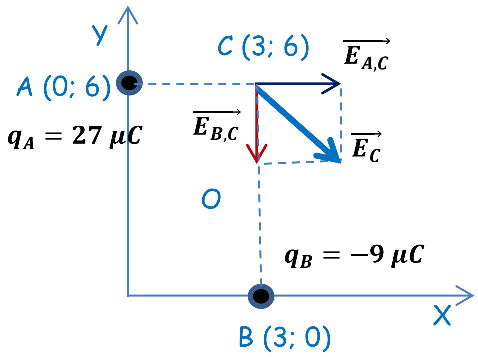
Además se puede observar que:

- **La fuerza magnética es perpendicular tanto a $\vec{v}$ como a $\vec{B}$. Por consiguiente es perpendicular al plano formado por estos dos vectores.**
- **La fuerza magnética sobre una carga positiva tiene sentido opuesto al de la fuerza que actúa sobre una carga negativa que se mueve en el mismo sentido en el mismo campo.**

Todos estos factores quedan englobados en la siguiente expresión matemática, conocida como Ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q\ .\ (\vec{v}\ x\ \vec{B}) \quad cuyo\ módulo\ es \quad F = q\ .\ v\ .\ B\ .\ sen\ \alpha$$

JUNIO 2012



Una carga puntual de 27 μC se sitúa en el punto (0, 6) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de -9 μC se fija en el punto (3, 0).

DATOS: 1 μC = 10^{-6} C.

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado en el punto (3, 6).

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = K\,.\frac{q_A}{(r_{A,C})^2}\,.\ \vec{\imath}\ +\ K\,.\frac{q_B}{(r_{B,C})^2}\,.(-\vec{\jmath}\,)$$

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 9.10^9.\ \frac{27.10^{-6}}{(3)^2}\,.\ \vec{\imath}\ +\ 9.10^9.\ \frac{9.10^{-6}}{(6)^2}\,.(-\vec{\jmath}\,) = 27000\ \vec{\imath} - 2250\ \vec{\jmath}\ \ N/C$$

$$|\vec{E}_C| = \sqrt{(27000)^2 + (-2250)^2} = 27093{,}6\ N/C$$

b) **(1 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (3, 6).

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K\,.\left(\frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}}\right) = 9.10^9\,.\left(\frac{27.10^{-6}}{3} + \frac{(-9.10^{-6})}{6}\right) = 67500\ V$$

JUNIO 2012

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión, $B\,(t) = 0{,}7 \cdot sen\,(6t)$ (unidades S.I.), atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 20 cm.

a) **(0,5 p)** Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que $\theta = 0°$.

$$\phi\,(t) = \overrightarrow{B\,(t)}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = 0{,}7\ .\ sen\,(6t)\,.\,\pi\,.\,(0{,}2)^2\,.\,cos\,0° = 0{,}088\ .\ sen\,(6\,.\,t)\ (Wb)$$

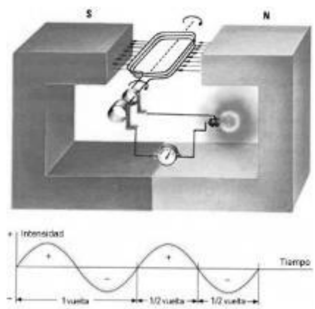
b) **(1 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\,(0{,}088\ .\ sen\,(6\,.\,t))}{dt} = -0{,}528\,.\,cos\,(6\,.\,t)\ (V)$$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} \Rightarrow cos\ (6\,.\,t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\,0{,}528\ V$$

c) **(0,5 p)** Describa los fundamentos de la obtención de energía eléctrica mediante el principio de inducción de Faraday.



Los generadores industriales de corriente emplean bobinas que giran dentro de un campo magnético. Conforme giran, el flujo a través de dichas bobinas cambia, originándose entre ellas una corriente eléctrica.

Para una bobina de N espiras:

$$\varepsilon = -N\,.\,\frac{d\emptyset}{dt} = -N\,.\frac{d(B\,.\,S\,.\cos\alpha)}{dt} = N\,.\,B\,.\,S\,.\,\omega\,.\ \text{sen}\ (\omega\,.\,t)$$

$$\varepsilon_{máx} = N\,.\,B\,.\,S\,.\,\omega = N\,.\,B\,.\,S\,.\,2\pi\,.\,f$$

Donde ω y f son, respectivamente la velocidad angular y la frecuencia de giro de la bobina.

SEPTIEMBRE 2011

a) **(1 p)** Explicar en qué condiciones una partícula situada dentro de un campo magnético no sufre una fuerza magnética sobre ella.

Cuando una partícula cargada entra en una zona del espacio donde existe un campo magnético experimenta una fuerza, conocida como fuerza de Lorentz, dada por la expresión:

$$\vec{F} = q \, . \, (\vec{v} \, x \, \vec{B})$$

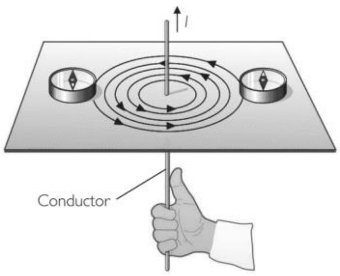
Para que la fuerza sea nula debe darse una de estas tres condiciones:

- **La partícula no tiene que tener carga eléctrica.**
- **La partícula, aunque tenga carga eléctrica, esté en reposo.**
- **La dirección del vector velocidad de la partícula cargada eléctricamente debe ser paralela a la del vector intensidad de campo magnético.**

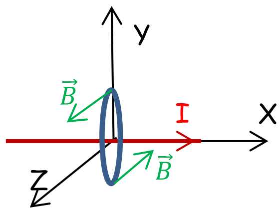
b) **(0,5 p)** Una corriente eléctrica de 3 A circula por un cable muy largo que coincide con el eje X. ¿Cuál es la dirección del campo magnético que crea en cualquier punto del eje Y?

El campo creado por una corriente rectilínea en los puntos de su entorno, está dado por la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \, . \, I}{2\pi \, . \, d}$$



Las líneas de campo son concéntricas y su sentido se determina mediante la regla de la mano derecha: se coge el conductor con la mano derecha de manera que el pulgar apunte en el sentido de la corriente, los demás dedos rodearán el conductor en el mismo sentido que las líneas de campo.



Si el conductor coincide con el eje X y la corriente circula en sentido positivo, el campo magnético en los puntos del eje Y positivo es perpendicular al papel (eje Z) y sentido saliente (Z+), mientras que para los puntos del eje Y negativo, es perpendicular al papel (eje Z) y sentido entrante (Z-).

c) **(0,5 p)** ¿Cuál es el valor del campo magnético en un punto del eje Y a 2 m del origen?

$$B = \frac{\mu_0 \, . \, I}{2\pi \, . \, d} = \frac{4\pi . 10^{-7} \, . \, 3}{2\pi \, . \, 2} = 3.10^{-7} \; T$$

SEPTIEMBRE 2011

Una espira circular se conecta a un amperímetro.
Razonar las respuestas.

a) **(0,5 p)** ¿Se induce una corriente eléctrica al acercar un imán a la espira?

Se induce corriente en un conductor siempre que se produce una variación del flujo magnético que lo atraviesa con el tiempo. El flujo magnético se define como:

$$\emptyset = \vec{B} \, . \, \vec{S} = B \, . \, S \, . \cos \theta$$

En este caso si se produce corriente inducida ya que al acercar el imán aumenta el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (aumenta la intensidad de campo), por lo que aumenta el flujo con el tiempo.

b) **(0,5 p)** ¿Y al alejarlo?

En este caso también se produce corriente inducida ya que al alejar el imán disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (disminuye la intensidad de campo), con lo que disminuye el flujo con el tiempo. La corriente inducida tiene sentido contrario al del caso anterior.

c) **(0,5 p)** ¿Influye la velocidad a la que se mueve el imán en la intensidad que marca el amperímetro?

Sí, ya que según la ley de Faraday-Henry la f.e.m. inducida, y por lo tanto la intensidad de la corriente inducida, depende del ritmo al que varía el flujo magnético:

$$\varepsilon = -\frac{d\emptyset}{dt}$$

El signo negativo indica que La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina.

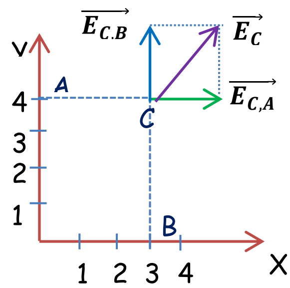
d) **(0,5 p)** Y si se mueve la espira pero permanece fijo el imán, ¿se inducirá una corriente en la espira?

En este caso también se produce corriente inducida ya que al acercar o alejar la espira del imán aumenta o disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (aumenta o disminuye la intensidad de campo), con lo que se produce una variación del flujo con el tiempo.

<u>**JUNIO 2011**</u>

Una carga puntual de 9 nC se sitúa fija en el punto (0,4) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de 16 nC se sitúa fija en el punto (3,0).

DATOS: $K = 9\ 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$ $\quad 1\ nC = 10^{-9}\ C$
Considerar el origen de potenciales en el infinito.



a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (3,4).

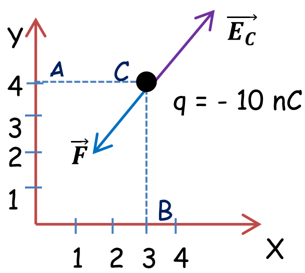
$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = K.\frac{q_1}{(r_{AC})^2}.(\vec{\imath}) + K.\frac{q_2}{(r_{BC})^2}.(\vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_C = 9.10^9.\frac{9.10^{-9}}{(3)^2}.(\vec{\imath}) + 9.10^9.\frac{16.10^{-9}}{(4)^2}.(\vec{\jmath}) = 9\ \vec{\imath} + 9\ \vec{\jmath}\ \ N/C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (4,3).

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = K.\left(\frac{q_A}{r_{AD}} + \frac{q_B}{r_{BD}}\right) = 9.10^9.\left(\frac{9.10^{-9}}{3} + \frac{16.10^{-9}}{4}\right) = 63\ V$$

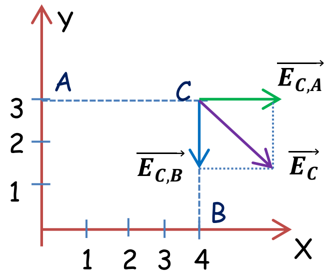
c) **(0,5 p)** Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga q = -10 nC situada en el punto (4,3).



$$\vec{F} = q.\vec{E} = -10^{-8}.(9\ \vec{\imath} + 9\ \vec{\jmath}) = -9.10^{-8}\ \vec{\imath} - 9.10^{-8}\ \vec{\jmath}\quad N$$

SEPTIEMBRE 2010

Una carga puntual de 16 nC se sitúa fija en el punto (0,3) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de -9 nC se sitúa fija en el punto (4,0).



DATOS: K = 9 10^9 N.m^2.C^{-2} 1 nC = 10^{-9} C.

Considerar el origen de potenciales en el infinito.

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (4,3).

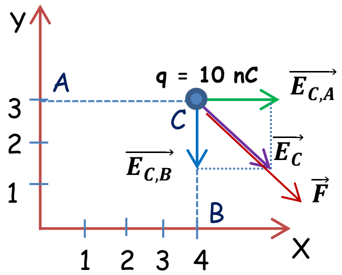
$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = K.\frac{q_1}{(r_{AC})^2}.(\vec{\imath}) + K.\frac{q_2}{(r_{BC})^2}.(-\vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_C = 9.10^9.\frac{16.10^{-9}}{(4)^2}.(\vec{\imath}) + 9.10^9.\frac{9.10^{-9}}{(3)^2}.(-\vec{\jmath}) = 9\ \vec{\imath} - 9\ \vec{\jmath}\ \ N/C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (4,3).

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = K.\left(\frac{q_A}{r_{AD}} + \frac{q_B}{r_{BD}}\right) = 9.10^9.\left(\frac{16.10^{-9}}{4} + \frac{-9.10^{-9}}{3}\right) = 9\ V$$

c) **(0,5 p)** Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga q = 10 nC situada en el punto (4,3).



$$\vec{F} = q.\vec{E} = 10^{-8}.(9\ \vec{\imath} - 9\ \vec{\jmath}) = 9.10^{-8}\ \vec{\imath} - 9.10^{-8}\ \vec{\jmath}\ \ \ N/C$$

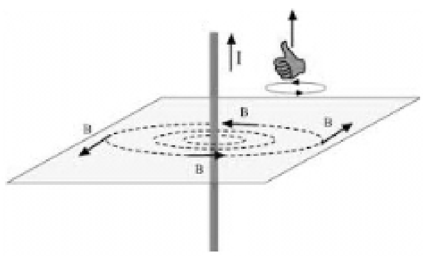
SEPTIEMBRE 2010

Por un hilo de cobre muy largo y rectilíneo circulan 10 A.

DATOS: permeabilidad magnética del vacío = 4π 10^{-7} T m/A

a) **(0,5 p)** Dibujar las líneas del campo magnético generado por el hilo.

Las líneas de campo son concéntricas y su sentido se determina mediante la regla de la mano derecha: se coge el conductor con la mano derecha de manera que el pulgar apunte en el sentido de la corriente, los demás dedos rodearán el conductor en el mismo sentido que las líneas de campo.



b) **(1 p)** Calcular el valor del campo magnético a 1 m del hilo.

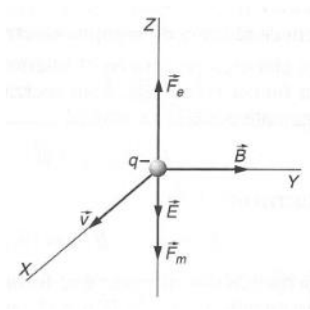
Según la ley de Biot-Savart el campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia d del conductor es:

$$B = \frac{\mu_0 . I}{2\pi . d} = \frac{4\pi.10^{-7} . 10}{2\pi . 1} = 2.10^{-6}\ T$$

c) **(0,5 p)** Si se coloca a 1 m del hilo una espira cuadrada de 1 cm de lado, ¿se inducirá una corriente eléctrica en la espira? Razonar la respuesta.

No, ya que el flujo total que la atraviesa es constante con el tiempo. Aunque el campo magnético sobre la espira no es uniforme (ya que despende de la distancia al conductor), en todo momento la espira es atravesada por el mismo flujo.

JUNIO 2010



Un electrón se mueve en línea recta con velocidad constante $\vec{v} = 5\,\vec{\imath}\ m/s$ bajo la acción de un campo magnético y un campo eléctrico uniformes. El campo magnético es $\vec{B} = 0,1\,\vec{\jmath}\ T$.

DATOS: q_e = -1,6.10^{-19} C

a) **(1 p)** Calcula el valor y la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre el electrón

$$\vec{F} = q\,.(\vec{v}\,x\,\vec{B}) = -1,6.10^{-19}\,.\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \end{vmatrix} = -1,6.10^{-19}\,.\,(0,5\,\vec{k}) = -8.10^{-20}\ \vec{k}\ \ N$$

b) **(1 p)** Calcula el valor y la dirección del campo eléctrico

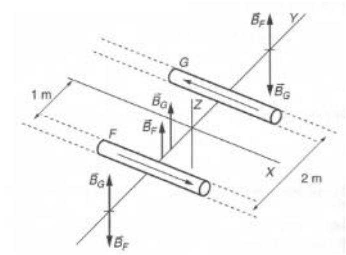
Para que el electrón se mueva en línea recta la fuerza neta sobre él debe ser nula. Por lo que la fuerza eléctrica debe tener el mismo módulo y dirección que la fuerza magnética, pero sentido contrario.

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_m \ \Rightarrow\ q\,.\,\vec{E} = -\vec{F}_m \ \Rightarrow\ \vec{E} == \frac{-\vec{F}_m}{q} = \frac{-(-8.10^{-20}\ \vec{k})}{-1,6.10^{-19}} = -0,5\ \vec{k}\ \ N/C$$

JUNIO 2009

Sean dos cables conductores rectilíneos, situados en el plano OXY, paralelos al eje OX y tan largos que se pueden considerar indefinidos. La distancia entre los cables es de 2 m y ambos distan 1 m del eje OX, como indica la figura. Por el cable F circulan 10 A, y por el G, 20 A en sentido contrario:

a) **(0,5 p)** ¿Cuál es la dirección del campo magnético total creado por los cables en cualquier punto del eje OY?



b) **(1 p)** Halla en qué punto del eje OY el campo magnético total es nulo

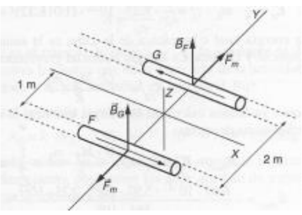
El campo sólo puede anularse a la izquierda del conductor F. Aunque a la derecha del conductor G los campos son de sentido contrario, B_G es siempre mayor que B_F, ya que la corriente que circula por G es mayor y el punto se encuentra más cerca de G.

Por lo tanto:

$$B_F = B_G \ \Rightarrow\ \frac{\mu_0\,.\,I_F}{2\pi\,.\,x} = \frac{\mu_0\,.\,I_G}{2\pi\,.\,(2\,+x)} \ \Rightarrow\ \frac{10}{x} = \frac{20}{(2\,+\,x)} \ \Rightarrow\ x = 2\ m$$

El campo es nulo 2 m a la izquierda del conductor F

c) **(0,5 p)** ¿Es la fuerza magnética que cada conductor ejerce sobre el otro atractiva o repulsiva?



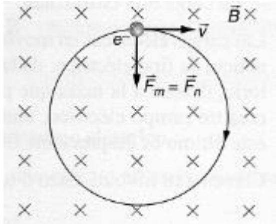
Entre ambos conductores se ejercen fuerzas repulsivas, como puede verse en el diagrama, debido a que las corrientes circulan en sentido contrario.

SEPTIEMBRE 2009

Un protón (p+) y un electrón (e-) describen sendas órbitas circulares en el plano OXY con igual velocidad, bajo la acción de un campo magnético uniforme de valor B = 0,1 T y dirección OZ. El radio de la órbita del protón es de 20 cm.

DATOS: carga del protón = - carga del electrón = 1,6 10^{-19} C; masa del electrón = 9,1 10^{-31} kg; masa del protón = 1,67 10^{-27} kg.

a) **(0,5 p)** Hallar la velocidad del protón.



El protón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del electrón. Debido a esto último, la fuerza de Lorentz actúa como fuerza centrípeta, obligando al electrón a seguir una trayectoria circular.

$$\vec{F} = q \,.\, (\vec{v} \, x \, \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad F = q \,.\, v \,.\, B \,.\, sen\, \alpha$$

$$F_{centrípeta} = m \,.\, a_n \quad \Rightarrow \quad q \,.\, v \,.\, B \,.\, sen\, \alpha = m \,.\, \frac{v^2}{R}$$

$$v = \frac{q \,.\, B \,.\, R \,.\, sen\, \alpha}{m} = \frac{1,6.10^{-19} \,.\, 0,1 \,.\, 0,2 \,.\, sen\, 90°}{1,67.10^{-27}} = 1,92.10^{6} \; m/s$$

b) **(0,5 p)** Hallar el radio de la órbita del electrón.

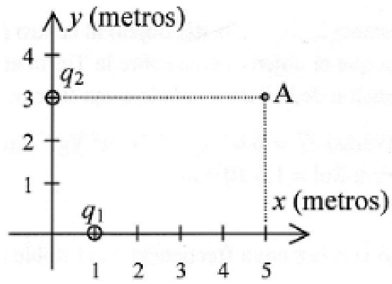
El electrón también se ve sometido a la fuerza de Lorentz y describe un movimiento circular uniforme, cuyo radio es:

$$R = \frac{m \,.\, v}{q \,.\, B \,.\, sen\, \alpha} = \frac{9,1.10^{-31} \,.\, 1,92.10^{6}}{1,6,10^{-19} \,.\, 0,1 \,.\, sen\, 90°} = 1,09.10^{-4} \; m$$

c) **(1 p)** Hallar el periodo del movimiento del protón y el del electrón.

$$v = \frac{2\pi \,.\, R}{T} \quad \Rightarrow \begin{cases} T_p = \dfrac{2\pi \,.\, R_p}{v_p} = \dfrac{2\pi \,.\, 0,2}{1,92.10^{6}} = 6,54.10^{-7} \; s \\ T_e = \dfrac{2\pi \,.\, R_e}{v_e} = \dfrac{2\pi \,.\, 1,09.10^{-4}}{1,92.10^{6}} = 3,57.10^{-10} \; s \end{cases}$$

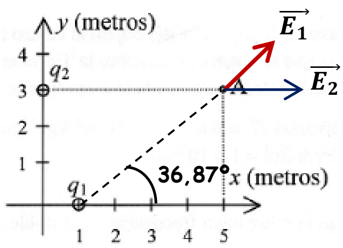
SEPTIEMBRE 2009



Dos cargas se encuentran en el vacío, fijas en la posición que indica la figura. El campo eléctrico total que crean las dos cargas en el punto A es $9\,\vec{\imath} + 1,08\,\vec{\jmath}\;\; N/C$ y el valor de q_1 es 5 nC.

DATOS: K = 9.10^9 N m^2 C^{-2} 1 nC = 10^{-9} C.

a) **(0,5 p)** Calcular el valor de q_2.



La carga 2 solo crea campo en la componente X, por lo que la componente X del campo total tiene que ser la suma de las componentes X de los campos credos por ambas cargas:

$$\overrightarrow{E_x} = \overrightarrow{E_{x,1}} + \overrightarrow{E_{x2}}$$

$$9\,\vec{\imath} = 9.10^{9} \,.\, \frac{5.10^{-9}}{25} \,.\, cos\, 36,87°\; \vec{\imath} \; + \overrightarrow{E_{x2}} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{E_{x2}} = 7,56\; \vec{\imath}\;\; N/C$$

Por lo tanto, la carga q_2 es positiva. Su valor es:

$$E_{2x} = K \,.\, \frac{q_2}{(r_{2A})^2} \quad \Rightarrow \quad q_2 = r_{2A} \,.\, \sqrt{\frac{E_{2x}}{K}} = 3 \,.\, \sqrt{\frac{7,56}{9.10^{9}}} = 8,7.10^{-5} \; C$$

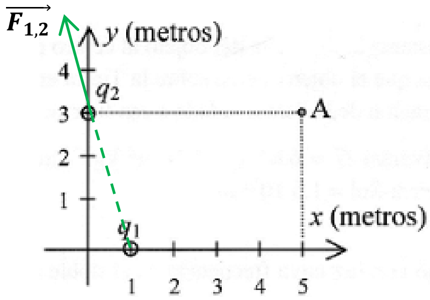
b) **(0,5 p)** Calcular el valor y la dirección de la fuerza que la carga q_1 ejerce sobre q_2.

$$\overrightarrow{F_{1,2}} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{{r_{1,2}}^2} (-cos\, \alpha\ \vec{\imath} + sen\, \alpha\ \vec{\jmath})$$

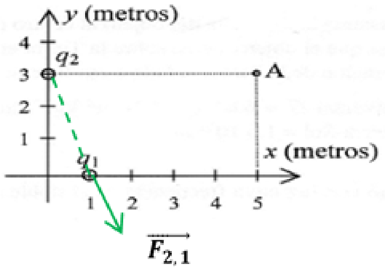
$$\overrightarrow{F_{1,2}} = 9.10^9 \cdot \frac{5.10^{-9}.8,7.10^{-5}}{10} (-cos\, 71,56°\ \vec{\imath} + sen\, 71,56°\ \vec{\jmath})$$

$$\overrightarrow{F_{1,2}} = -1,24.10^{-4}\ \vec{\imath} + 3,71.10^{-4}\ \vec{\jmath}\ \ N$$

$$\left|\overrightarrow{F_{1,2}}\right| = 3,91.10^{-4}\ \ N$$



c) **(0,5 p)** Calcular el valor y la dirección de la fuerza que la carga q_2 ejerce sobre q_1.

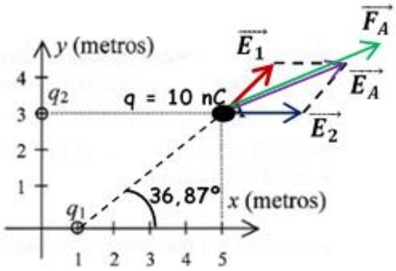


Debido al principio de acción y reacción la fuerza es igual, pero en sentido contrario:

$$\overrightarrow{F_{2,1}} = 1,24.10^{-4}\ \vec{\imath} - 3,71.10^{-4}\ \vec{\jmath}\ \ N$$

$$\left|\overrightarrow{F_{2,1}}\right| = 3,91.10^{-4}\ \ N$$

d) **(0,5 p)** Calcular la fuerza total sobre una carga de 10 nC situada en el punto A.



$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = 10^{-8} \cdot (9\,\vec{\imath} + 1,08\,\vec{\jmath}) = 9.10^{-8}\ \vec{\imath} + 1,08.10^{-8}\ \vec{\jmath}\ \ N$$

$$\left|\vec{F}\right| = 9,06.10^{-8}\ \ N$$

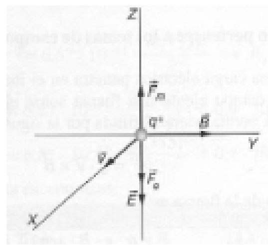
JUNIO 2009

Una carga puntual de 2 μC realiza un movimiento rectilíneo uniforme con velocidad $\vec{v} = 2\ \vec{\imath}\ m/s$ en una región donde existen un campo eléctrico y un campo magnético uniformes. El campo magnético es $\vec{B} = 5\ \vec{\jmath}\ \ T$.

a) **(0,5 p)** Calcula el valor y la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre la carga.

La partícula se ve sometida a la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v}\, x\, \vec{B}) = 2.10^{-6} \cdot \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 2.10^{-6} \cdot (10\,\vec{k}) = 2.10^{-5}\ \vec{k}\ \ N$$



b) **(1 p)** Calcula el valor y la dirección del campo eléctrico.

Para que el electrón se mueva en línea recta la fuerza neta sobre él debe ser nula. Por lo que la fuerza eléctrica debe tener el mismo módulo y dirección que la fuerza magnética, pero sentido contrario.

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_m \Rightarrow q \cdot \vec{E} = -\vec{F}_m \Rightarrow \vec{E} = \frac{-\vec{F}_m}{q} = \frac{-(2.10^{-5}\ \vec{k})}{2.10^{-6}} = -10\ \vec{k}\ \ N/C$$

c) **(0,5 p)** Calcula el trabajo que el campo eléctrico realiza sobre la carga cuando esta se desplaza desde el origen al punto (x = 5; y = 0; z = 0) m.

La fuerza eléctrica es en todo momento perpendicular al desplazamiento, por lo tanto:

$$W = \overrightarrow{F_e} \cdot \overrightarrow{\Delta x} = 0\ J$$