Nombre y apellidos: ____

PROBLEMAS

1. Queremos trasladar un satélite terrestre de 500 kg desde una órbita circular de radio $r_0 = 2 \cdot R_T$ hasta otra de radio $r_1 = 3 \cdot R_T$. Datos: $R_T = 6370$ km, $g_0 = 9{,}8$ m/s^2

a) Calcula el trabajo necesario para trasladar un satélite en este salto orbital. *(1 pt.)*

b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde la órbita r_1? Justifica la fórmula. *(0,5 pt.)*

2. Dos cargas eléctricas puntuales de $2 \cdot 10^{-6}$ C y $-2 \cdot 10^{-6}$ C se encuentran situadas en el plano xy, en los puntos (0,3) y (0,-3) respectivamente. Las distancias están en metros. Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m^2/C^2

a) Calcula el campo eléctrico y el potencial en los puntos (0,6) y (4,0). *(1 pt.)*

b) Calcula el trabajo realizado al trasladar un protón de carga de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C desde el punto (0,6) hasta el punto (4,0). Explica el signo del trabajo. *(0,5 pt.)*

3. Una bobina circular de 20 espiras y radio 5,0 cm se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $B = 0{,}02\ t + 0{,}08\ t^2$ (t en segundos y B en teslas). Determina:

a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo. *(0,75 pt.)*

b) La fem inducida en la bobina para t = 5 s. *(0,75 pt.)*

4. Una onda armónica cuya frecuencia es de 8 Hz, se propaga en el sentido positivo del eje Ox. Tiene una amplitud de 8 cm y una longitud de onda de 20 cm. El desplazamiento transversal en x=0 para t=0 es cero.

a) Escribe la ecuación de onda en función del número de onda y la frecuencia angular. *(1 pt.)*

b) En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s? *(0,5 pt.)*

CUESTIONES

I. ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que al penetrar perpendicularmente a un campo magnético de $5{,}0 \cdot 10^{-4}$ T describa una circunferencia de radio 2,0 cm? Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C , $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) $1{,}76 \cdot 10^4$ m/s b) $1{,}76 \cdot 10^6$ m/s c) $1{,}76 \cdot 10^8$ m/s (*1 pt.)*

Justifica la fórmula.

II. Cuando un rayo de luz pasa desde el benceno (n = 1,50) al agua (n = 1,33), ¿a partir de qué ángulo se produce la reflexión total?

a) 62,5° b) No se produce nunca c) 25,6° *(1 pt.)*

III. Un objeto de 1,5 cm de altura se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo de 14 cm de radio, a 20 cm del vértice del espejo. Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

a) s' = -11 cm , y' = 0,8 cm b) s' = -11 cm , y' = -0,8 cm c) s' = 11 cm , y' = -0,8 cm *(1 pt.)*

IV. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V. Calcula el trabajo de extracción.

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s , $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

a) $W_0 = 5{,}02 \cdot 10^{-19}$ J b) $W_0 = 5{,}02$ J c) $W_0 = 5{,}02 \cdot 10^{+19}$ J *(1 pt.)*

1. Queremos trasladar un satélite terrestre de 500 kg desde una órbita circular de radio $r_0 = 2 \cdot R_T$ hasta otra de radio $r_1 = 3 \cdot R_T$. Datos: $R_T = 6370$ km, $g_0 = 9{,}8$ m/s^2

a) Calcula el trabajo necesario para trasladar un satélite en este salto orbital. *(1 pt.)*

b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde la órbita r_1? Justifica la fórmula. *(0,5 pt.)*

a) TRANSFERENCIA ENTRE ÓRBITAS

$$E_{m_A} + E_{necesaria} = E_{m_B}$$

$$\boxed{E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A}}$$ Energía de transferencia orbital

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2} m v_B^2 - G\frac{Mm}{r_B}\right) - \left(\frac{1}{2} m v_A^2 - G\frac{Mm}{r_A}\right)$$

$$F_{c_B} = F_{g_B} \Rightarrow G\frac{M}{r_B} = v_B^2 \qquad F_{c_A} = F_{g_A} \Rightarrow G\frac{M}{r_A} = v_A^2$$

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2} G\frac{Mm}{r_B} - G\frac{Mm}{r_B}\right) - \left(\frac{1}{2} G\frac{Mm}{r_A} - G\frac{Mm}{r_A}\right)$$

$$E_{necesaria} = -\frac{1}{2} G\frac{Mm}{r_B} + \frac{1}{2} G\frac{Mm}{r_A}$$

$$\boxed{E_{necesaria} = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)}$$

Energía de transferencia orbital

$$\boxed{g_0 = G\frac{M}{R_T^2}} \Rightarrow GM = g_0 R_T^2 \ ; \text{ sustituyendo}$$

$$\boxed{E_{necesaria} = \frac{g_0 R_T^2 m}{2}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)}$$

Como $r_A = 2R_T$ y $r_B = 3R_T$ resulta:

$$E_{necesaria} = \frac{g_0 R_T^2 m}{2}\left(\frac{1}{2R_T} - \frac{1}{3R_T}\right) = \frac{g_0 R_T^{\cancel{2}} m}{2} \cdot \frac{1}{6\cancel{R_T}} = \frac{g_0 R_T m}{12} = \frac{9{,}8 \times 6370 \times 10^3 \times 500}{12} \approx 2601083333.333333 \text{ J}$$

$$E_{necesaria} = 2{,}6 \cdot 10^9 \text{ J}$$

b) Demostramos la velocidad de escape como la necesaria para escapar desde la órbita hasta el infinito, superando la energía potencial gravitatoria.

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_e^2 - G\frac{M\cancel{m}}{r} = 0 \Rightarrow \boxed{V_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_T^2}{r}}}$$ Velocidad de escape desde una órbita

Con nuestros datos: $r = 3R_T$ $\quad V_e = \sqrt{\frac{2 g_0 R_T^{\cancel{2}}}{3\cancel{R_T}}} = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}8 \times 6370 \times 10^3}{3}} \approx 6451.149768$ m/s $\simeq 6451$ m/s

2. Dos cargas eléctricas puntuales de $2 \cdot 10^{-6}$ C y $-2 \cdot 10^{-6}$ C se encuentran situadas en el plano xy, en los puntos (0,3) y (0,-3) respectivamente. Las distancias están en metros. Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m^2/C^2

a) Calcula el campo eléctrico y el potencial en los puntos (0,6) y (4,0). *(1 pt.)*

b) Calcula el trabajo realizado al trasladar un protón de carga de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C desde el punto (0,6) hasta el punto (4,0). Explica el signo del trabajo. *(0,5 pt.)*

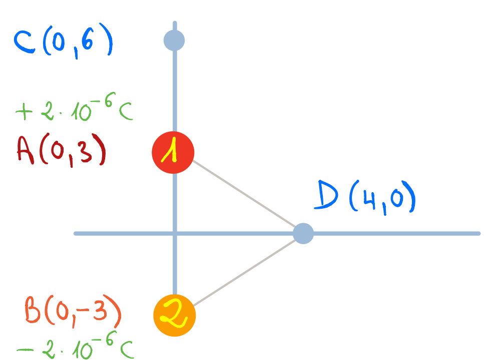
$$\vec{AC} = \frac{(0,6)-(0,3)}{3} = \frac{3}{3}\vec{j} = \vec{j} \ , \quad \vec{BC} = \frac{(0,6)-(0,-3)}{9} = \frac{9}{9}\vec{j} = \vec{j}$$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{3^2} \cdot \vec{j} = 2000\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_1}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{9^2} \cdot \vec{j} \simeq -222{,}2\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E} = 2000\,\vec{j}\ \frac{N}{C} - 222{,}2\,\vec{j}\ \frac{N}{C} \simeq 1778\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$V_C = K \cdot \frac{Q_1}{r_1} + K \cdot \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = 4000 \text{ V}$$



$$\vec{AD} = \frac{(4,0)-(0,3)}{5} = \frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j}$$

$$\vec{BD} = \frac{(4,0)-(0,-3)}{5} = \frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}$$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\cdot\vec{u}_1 = 9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}}{5^2}\cdot\left(\frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j}\right) = 576\,\vec{i} - 432\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_1}{r_2^2}\cdot\vec{u}_2 = 9\cdot10^9\cdot\frac{-2\cdot10^{-6}}{5^2}\cdot\left(\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}\right) = -576\,\vec{i} - 432\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

Vemos por la simetría, que se anula la componente horizontal

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -864\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$V_D = K\cdot\frac{Q_1}{r_1} + K\cdot\frac{Q_2}{r_2} = 9\cdot10^9\cdot 2\cdot10^{-6}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right) = 0\ V$$

b) Trabajo $W_{C\to D}$ $\boxed{W_{CD} = -q(V_D - V_C)}$

$$W_{CD} = -1{,}6\cdot10^{-19}\,C\cdot(0-4000)\,V = 6{,}4\cdot10^{-16}\,J$$

$W_{CD} > 0$; el trabajo lo realizan espontáneamente las fuerzas del campo.

3. Una bobina circular de 20 espiras y radio 5,0 cm se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión B = 0,02 t + 0,08 t^2 (t en segundos y B en teslas). Determina:

a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo. *(0,75 pt.)*

b) La fem inducida en la bobina para t = 5 s. *(0,75 pt.)*

a) $r = 5\cdot10^{-2}\,m$

$S = 20\,\pi r^2 = 20\pi\,(5\cdot10^{-2})^2 = 0{,}157\ m^2$ (multiplicamos el área por el número de espiras)

$\Phi_m = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\alpha$ (flujo magnético de un campo magnético uniforme)

$\cos 0^\circ = 1$

$$\Phi_m = (0{,}02\,t + 0{,}08\,t^2)\cdot 0{,}157\ Wb$$

b) $\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$ Ley de Faraday - Henry , $t = 5\,s$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(0{,}02\,t + 0{,}08\,t^2)\cdot 0{,}157\ Wb = -(0{,}02 + 2\cdot0{,}08\,\underset{t=5s}{t})\cdot 0{,}157\ T \simeq -0{,}13\ V$$

4. Una onda armónica cuya frecuencia es de 8 Hz, se propaga en el sentido positivo del eje Ox. Tiene una amplitud de 8 cm y una longitud de onda de 20 cm. El desplazamiento transversal en x=0 para t=0 es cero.

a) Escribe la ecuación de onda en función del número de onda y la frecuencia angular. *(1 pt.)*

b) En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s? *(0,5 pt.)*

a) $A = 8\,cm = 0{,}08\,m$. $f = 8\,Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f = 16\pi\ rad/s$, $\lambda = 20\,cm = 0{,}2\,m \Rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi\ m^{-1}$

$y(x,t) = 0{,}08\cdot\cos(16\pi t - 10\pi x + \varphi_0)$ hacia la derecha (signo ⊖).

$y(0,0) = 0{,}08\cdot\cos(16\pi\,0 - 10\pi\,0 + \varphi_0) \Rightarrow \cos\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$y(x,t) = 0{,}08\cdot\cos(16\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{2})$

b) $\boxed{\Delta\varphi = \omega|\Delta t|}$ Desfase temporal $\Delta\varphi = \omega|\Delta t| = 16\pi\ \frac{rad}{s}\cdot 0{,}01\,s = 0{,}16\,\pi\ rad \simeq 0{,}5\ rad$

I. ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que al penetrar perpendicularmente a un campo magnético de $5{,}0\cdot10^{-4}$ T describa una circunferencia de radio 2,0 cm? Datos: $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C , $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

a) $1{,}76\cdot10^{4}$ m/s   b) $1{,}76\cdot10^{6}$ m/s   c) $1{,}76\cdot10^{8}$ m/s   *(1 pt.)*

Justifica la fórmula.

El módulo de la fuerza de Lorentz es $F_m = |q|\cdot v\cdot B\cdot \operatorname{sen}\alpha$

$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 1 \Rightarrow F_m = |q|\cdot v\cdot B$

Describe una órbita circular. La condición de órbita es : $\boxed{F_m = F_c}$

$|q|\cdot \cancel{v}\cdot B = m\cdot\frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{v = \frac{r\,|q|\,B}{m}}$ Radio de curvatura de la órbita

Con nuestros datos $v = \frac{2\times10^{-2}\times1{,}6\times10^{-19}\times5\times10^{-4}}{9{,}1\times10^{-31}} \approx 1758241.758242\ \frac{m}{s} \Rightarrow v = 1{,}76\cdot10^{6}\ \frac{m}{s}$

II. Cuando un rayo de luz pasa desde el benceno (n = 1,50) al agua (n = 1,33), ¿a partir de qué ángulo se produce la reflexión total?

a) 62,5°   b) No se produce nunca   c) 25,6°   *(1 pt.)*

$\boxed{n_1\cdot \operatorname{sen}\hat{i} = n_2\cdot \operatorname{sen}\hat{r}}$ Ley de Snell $n_1 = 1{,}50$ (benceno) , $n_2 = 1{,}33$ (agua)

Para que no se produzca refracción debe producirse una reflexión total, es decir, $\hat{r} = 90^\circ$

$n_1\cdot \operatorname{sen}\underbrace{l}_{\text{ángulo límite}} = n_2\cdot \underbrace{\operatorname{sen}90^\circ}_{1} \Rightarrow \operatorname{sen} l = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}33}{1{,}50} \Rightarrow l = \operatorname{arc\,sen}\frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{1{,}33}{1{,}50}\right) = 62{,}46^\circ \simeq 62{,}5^\circ$

La reflexión total se produce porque $n_1 > n_2$.

III. Un objeto de 1,5 cm de altura se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo de 14 cm de radio, a 20 cm del vértice del espejo. Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

a) s' = -11 cm , y' = 0,8 cm   b) s' = -11 cm , y' = -0,8 cm   c) s' = 11 cm , y' = -0,8 cm   *(1 pt.)*

Las ecuaciones de las lentes delgadas son : $\boxed{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}}$ $\boxed{A = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}}$ $\boxed{f = f' = \frac{R}{2}}$

Con nuestros datos : $y = 1{,}5$ cm , $s = -20$ cm , $f = \frac{R}{2} = \frac{-14\text{ cm}}{2} = -7$ cm (distancias negativas en el cóncavo)

Sustituimos en la ecuación del espejo : $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{-10.769231} + \frac{1}{-20} \approx \frac{1}{-7} \Rightarrow s' = -10{,}77\text{ cm} \simeq -11$ cm

El aumento lateral : $A = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow y' = -\frac{s'}{s}\cdot y = -\frac{-11\text{ cm}}{-20\text{ cm}}\cdot 1{,}5\text{ cm} = -0{,}825\text{ cm} \simeq -0{,}8$ cm

La imagen es real, invertida y reducida.

IV. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V. Calcula el trabajo de extracción.
Datos: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s , $c = 3\cdot10^{8}$ m/s.

a) $W_0 = 5{,}02\cdot10^{-19}$ J   b) $W_0 = 5{,}02$ J   c) $W_0 = 5{,}02\cdot10^{+19}$ J   *(1 pt.)*

$\boxed{h\nu = h\nu_0 + Ec_{máx}}$ Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$Ec_{máx} = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = eV_0$

$W_0 = h\nu_0$ Trabajo de extracción

$W_0 = h\nu - Ec_{máx} = h\frac{c}{\lambda} - eV_0 = 6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}\cdot\frac{3\cdot10^{8}\ \text{m/s}}{280\cdot10^{-9}\ \text{m}} - 1{,}6\cdot10^{-19}\ \cancel{C}\cdot 1{,}3\ \frac{J}{\cancel{C}} \simeq 5{,}02\cdot10^{-19}$ J