Nombre y apellidos: ____

1. El **ángulo límite** vidrio-agua es de **60º** (n_a = 1,33). Un rayo de luz que se propaga en el vidrio incide sobre la superficie de separación con un ángulo de **45º** refractándose dentro del agua. Calcula:

   a. El **índice** de refracción del **vidrio**. $n_v = 1{,}54$ (1 pt.)

   b. El **ángulo** de **refracción** en el **agua**. $\alpha_r = 54{,}96°$ (0,5 pt.)

2. Un **espejo cóncavo** tiene **50 cm** de **radio**. Un objeto de **5 cm** se coloca a **20 cm** del espejo:

   a. Dibuja el **diagrama de rayos**. (0,5 pt.)

   b. Calcula la **posición**, **tamaño** y **características** de la imagen. (1 pt.)

   Imagen virtual, aumentada y derecha $s' = 1\,m$ $y' = 25\,cm$

3. Un objeto de **1,5 cm** de **altura** se sitúa a **15 cm** de una **lente divergente** que tiene una **focal** de **10 cm**.

   a. Dibuja el **diagrama de rayos**. (0,5 pt.)

   b. Calcula la **posición**, **tamaño** y **características** de la imagen. (1 pt.)

   $s' = -0{,}06\,m = -6\,cm$ $y' = 6 \cdot 10^{-3}\,m = 6\,mm$

   c. ¿Se pueden obtener **imágenes reales** con una lente **divergente**? (0,5 pt.)

   Imagen virtual, reducida y derecha.

4. **Dos lentes convergentes** iguales de **25 cm** de **focal** están separadas **80 cm**.

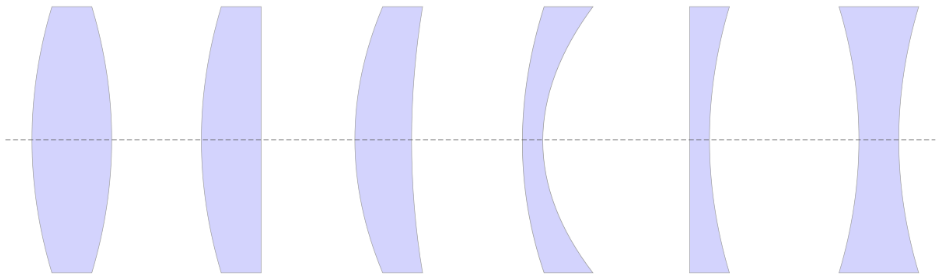
   a. Calcula la **posición** y **tamaño** que tiene la imagen de un objeto de **2 cm** situado a **55 cm** de la primera lente. (1 pt.)

   $s_2' = 93{,}16\,cm$ a la derecha de la segunda lente. $y'' = 4{,}54\,cm$

   b. Calcula el **aumento** del **sistema** formado por las 2 lentes. (0,5 pt.)

   $A = A_1 \cdot A_2 = -0{,}83 \cdot (-2{,}73) = 2{,}27$

   c. Dibuja el **diagrama de rayos**. (0,5 pt.)



CUESTIONES JUSTIFICADAS:

I. Cuando se observa el lecho de un río en dirección casi perpendicular, la **profundidad real** con relación a la **aparente** es:

a) **La misma.**
b) **Menor.**
c) **Mayor.** (1 pt.)

Dato: $n_{agua} > n_{aire}$

II. En un **espejo** esférico **convexo** la imagen que se forma de un objeto, es:

a) **Real invertida** y de **mayor** tamaño que el objeto.
b) **Virtual derecha** y de **menor** tamaño que el objeto.
c) **Virtual derecha** y de **mayor** tamaño que el objeto. (1 pt.)

III. Un ojo **miope** necesita una lente correctora de **–4 dioptrías** para ver con nitidez objetos muy lejanos. ¿Cuál es el **punto remoto** para este ojo sin la lente correctora?:

a) **+ 25 cm**.
b) **- 25 cm**.
c) **Infinito**. (1 pt.)

Gauss

COMPLEMENTARIO

C1 Un rayo de luz de **frecuencia $5\cdot10^{14}$ Hz** incide, con un ángulo de incidencia de **30°**, sobre una lámina de vidrio de caras **plano-paralelas** de espesor **10 cm**. Sabiendo que el **índice** de refracción del **vidrio** es **1,50** y el del aire **1,00**:

a. Enuncia las **leyes de la refracción** y dibuja la **marcha** de los **rayos** en el **aire** y en el interior de la lámina de **vidrio**. (0,5 pt.)

b. Calcula la **longitud** de **onda** de la **luz** en el **aire** y en el **vidrio**, y la **longitud recorrida** por el rayo en el **interior** de la **lámina**. (1 pt.)

c. Halla el **ángulo** que forma el **rayo** de **luz** con la **normal** cuando **emerge** de nuevo al **aire**. (0,5 pt.)

Dato: **Velocidad** de la **luz** $c = 3\cdot10^8$ m/s

$\lambda_{aire} = 6\cdot10^{-7}\,m$, $\lambda_{vidrio} = 4\cdot10^{-7}\,m$, $10{,}6\,cm$, $\alpha_{r2} = 30^o$

1. El **ángulo límite** vidrio-agua es de **60º** (**na = 1,33**). Un rayo de luz que se propaga en el vidrio **incide** sobre la superficie de separación con un ángulo de **45º** refractándose dentro del agua. Calcula:

a) El **índice** de **refracción** del **vidrio.**

b) El **ángulo** de **refracción** en el **agua.**

a) El **índice** de **refracción** del **vidrio.**

$\boxed{n_1 \, sen \, \hat{i} = n_2 \, sen \, \hat{r}}$ Ley de Snell,

En el ángulo límite $n_v \cdot sen\, 60^\circ = 1{,}33 \cdot sen\, 90^\circ \Rightarrow n_v = \dfrac{1{,}33}{sen\, 60^\circ} = 1{,}54$

b) El **ángulo** de **refracción** en el **agua.**

$1{,}54 \cdot sen\, 45^\circ = 1{,}33 \cdot sen\, \alpha_r \Rightarrow sen\, \alpha_r = \dfrac{1{,}54 \cdot sen\, 45^\circ}{1{,}33} = 0{,}82 \Rightarrow \alpha_r = \sin^{-1}\left(\dfrac{1{,}54 \times \sin 45}{1{,}33}\right) \approx 54.96^\circ$

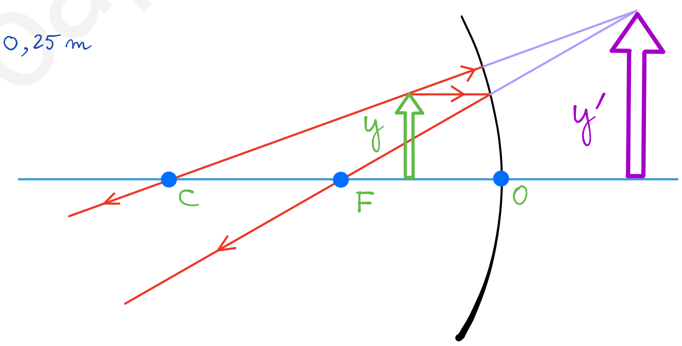
Como $n_a < n_v$ el rayo se aleja de la normal.

2. Un **espejo cóncavo** tiene **50 cm** de **radio.** Un **objeto** de **5 cm** se coloca a **20 cm** del espejo:

a) Dibuja el **diagrama** de **rayos.**

b) Calcula la **posición**, **tamaño** y **características** de la imagen.

$\boxed{f = f' = \dfrac{R}{2}}$ Distancia focal en un espejo esférico. $\Rightarrow f = \dfrac{-0{,}5\, m}{2} = -0{,}25\, m$



$\boxed{\dfrac{1}{s'} + \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{f}}$ Ec. espejos esféricos $\Rightarrow s = -20\, cm = -0{,}2\, m$

$\dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{-0{,}2} = \dfrac{1}{-0{,}25} \Rightarrow s' = 1\, m$

$\boxed{A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s}}$ Aumento lateral en espejos esféricos $\Rightarrow A = \dfrac{-1\, m}{-0{,}2\, m} = 5$

Espejo Cóncavo: Objeto situado entre F y O.
Imagen virtual, aumentada y derecha:
$R < 0, f' < 0$

El tamaño de la imagen $y' = A \cdot y = 5 \cdot 5\, cm = 25\, cm$

3. Un objeto de **1,5 cm** de **altura** se sitúa a **15 cm** de una **lente divergente** que tiene una **focal** de **10 cm.**

a) Dibuja el **diagrama** de **rayos.**

b) Calcula la **posición**, **tamaño** y **características** de la imagen.

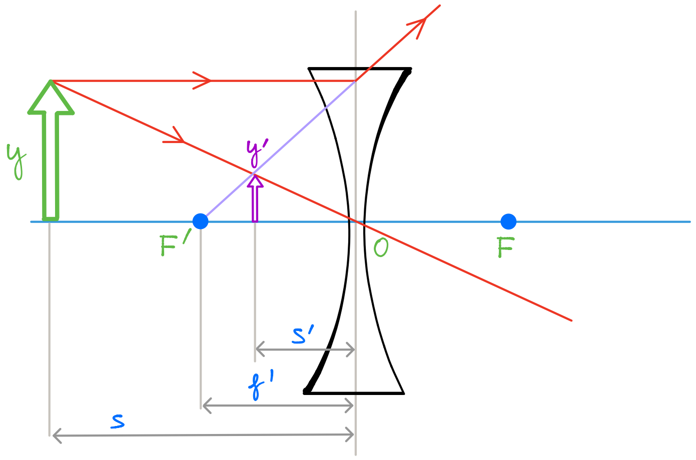
c) ¿Se pueden obtener imágenes **reales** con una lente **divergente**?

$\boxed{\dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{f'}}$ Ec. de Gauss para lentes delgadas $\Rightarrow f' = -10\, cm = -0{,}1\, m$ (divergente) ; $s = -15\, cm = -0{,}15\, m$

$\dfrac{1}{-0.06} - \dfrac{1}{-0{,}15} = \dfrac{1}{-0{,}1} \Rightarrow s' = -0{,}06\, m = -6\, cm$

El objeto $y = 1{,}5\ cm = 0{,}015\ m$

$$\boxed{A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}}$$ Aumento lateral en lentes delgadas $\Rightarrow$



$$y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 0{,}015\ m \cdot \frac{-0{,}06\ m}{-0{,}15\ m} = 6 \cdot 10^{-3}\ m = 6\ mm$$

Las imágenes en las lentes divergentes son siempre virtuales.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{f'} \\ \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{s} \end{array}\right\} \quad s' = \frac{1}{\dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{s}}$$

Lente divergente: Cualquier posición.
Imagen virtual, reducida y derecha.
La distancia focal imagen f' es negativa.

$s < 0$ y $f' < 0$ (divergente), luego

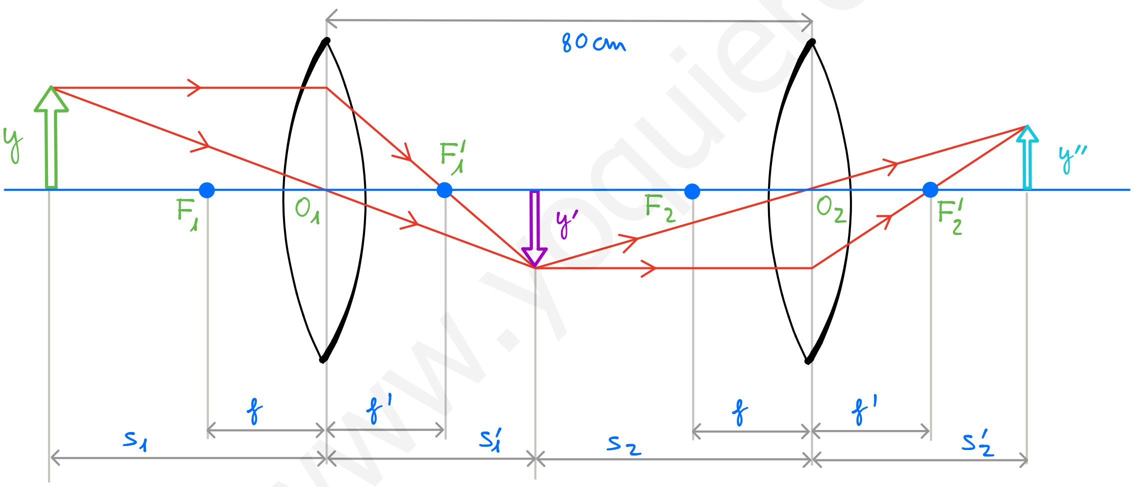
$\dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{s} < 0 \Rightarrow s' < 0$ siempre. La imagen se forma a la izquierda y es virtual.

4. **Dos lentes convergentes** iguales de **25 cm** de **focal** están separadas **80 cm.**

a) Calcula la **posición** y **tamaño** que tiene la imagen de un **objeto** de **2 cm** situado a **55 cm** de la primera lente.

b) Calcula el **aumento** del **sistema** formado por las 2 lentes.

c) Dibuja el **diagrama** de **rayos**. Datos: $f' = 25\ cm$, $y = 2\ cm$, $s_1 = -55\ cm$



$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{45.83} - \frac{1}{-55} \approx \frac{1}{25} \Rightarrow s_1' = 45{,}83\ cm$$

$s_2 = 80\ cm - 45{,}83\ cm = 34{,}17\ cm$. La imagen está 34,17 cm a la izquierda de la segunda lente.

La imagen y' es el objeto de la segunda lente, luego $s_2 = -34{,}17\ cm$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{93.16} - \frac{1}{-34{,}17} \approx \frac{1}{25} \Rightarrow s_2' = 93{,}16\ cm$$ a la derecha de la segunda lente.

Calculemos el aumento lateral: $A_1 = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s_1'}{s_1} = \dfrac{45{,}83\ cm}{-55\ cm} = -0{,}83$, $A_2 = \dfrac{y''}{y'} = \dfrac{s_2'}{s_2} = \dfrac{93{,}16\ cm}{-34{,}17\ cm} = -2{,}73$

El aumento lateral total: $\boxed{A = A_1 \cdot A_2} = -0{,}83 \cdot (-2{,}73) = 2{,}27$

$A = \dfrac{y''}{y} \Rightarrow y'' = A \cdot y = 2{,}27 \cdot 2\ cm = 4{,}54\ cm$ (tamaño de la imagen final)

💡 **CUESTIONES JUSTIFICADAS:**

I. Cuando se observa el lecho de un río en dirección casi perpendicular, la **profundidad real** con relación a la **aparente** es:

a) La misma.
b) Menor.
c) Mayor.

Dato: nagua > naire

$$\boxed{\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$ Ley del dioptrio esférico de Gauss

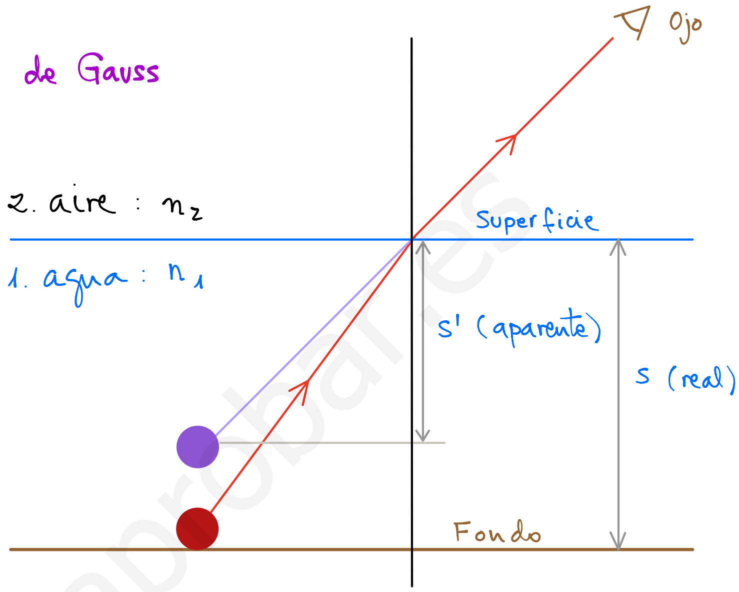
Plano, $R = \infty$

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{n_2}{s'} = \frac{n_1}{s}}, \quad s' \equiv \text{profundidad aparente}$$

$$\frac{n_{aire}}{s'} = \frac{n_{agua}}{s} \qquad \left.\begin{array}{l} n_1 = n_{agua} \\ n_2 = n_{aire} \end{array}\right\}$$

Como $n_{agua} > n_{aire} \Rightarrow s > s'$

La respuesta es la c)

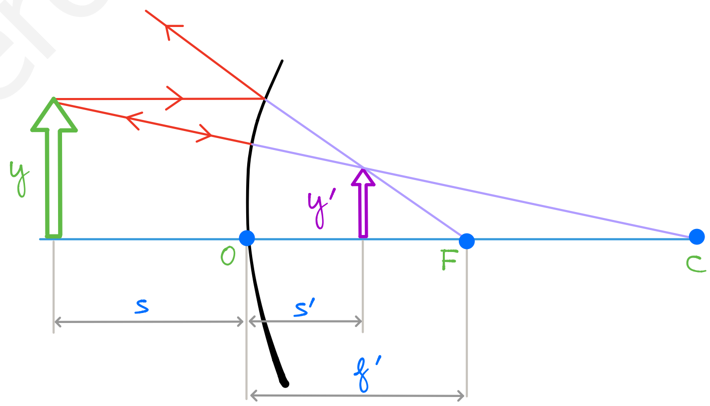


II. En un **espejo esférico convexo** la imagen que se forma de un objeto, es:

a) **Real invertida** y de **mayor** tamaño que el objeto.
b) **Virtual derecha** y de **menor** tamaño que el objeto.
c) **Virtual derecha** y de **mayor** tamaño que el objeto.

Como se demuestra en el diagrama de rayos, la imagen es derecha, reducida y se forma a partir de las prolongaciones luego es virtual.

La respuesta es la b)



Espejo Convexo: Cualquier posición. Imagen virtual, reducida y derecha: $R > 0$, $f' > 0$

III. Un ojo **miope** necesita una lente correctora de **–4 dioptrías** para ver con nitidez objetos muy lejanos.¿Cuál es el **punto remoto** para este ojo sin la lente correctora?:

a) + 25 cm.
b) - 25 cm.
c) Infinito.

La distancia focal $f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-4} = -0{,}25\ m = -25\ cm$ (<0, lente divergente),

$s = -\infty$ (objeto muy lejano)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = P \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-\infty} = -4\ D \Rightarrow$$

$s' = \frac{1}{-4} = -0{,}25\ m = -25\ cm$ (punto remoto del ojo miope).

La respuesta es la b)

COMPLEMENTARIO

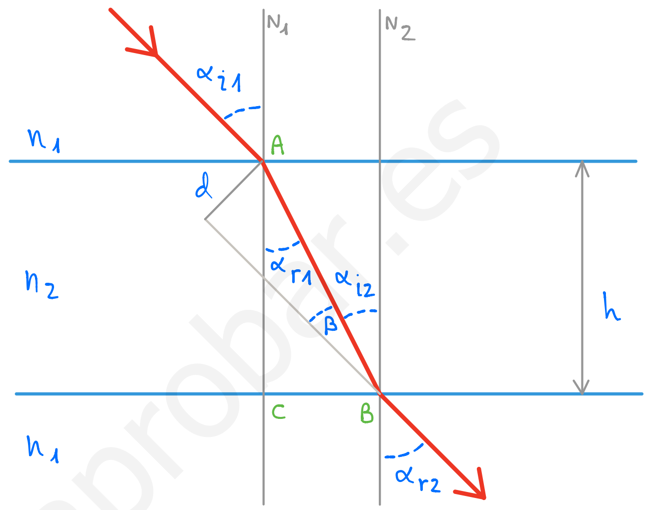
C1 Un rayo de luz de **frecuencia 5·10e14 Hz** incide, con un **ángulo** de **incidencia** de **30°**, sobre una lámina de vidrio de caras **plano-paralelas** de **espesor 10 cm.** Sabiendo que el **índice** de **refracción** del **vidrio** es **1,50** y el del **aire 1,00**:

a) Enuncia las **leyes** de la **refracción** y dibuja la marcha de los **rayos** en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.

b) Calcula la **longitud** de **onda** de la luz en el aire y en el vidrio, y la **longitud recorrida** por el rayo en el interior de la lámina.

c) Halla el **ángulo** que forma el **rayo** de luz con la **normal** cuando emerge de nuevo al aire.

Dato: Velocidad de la luz c = 3·10^8 m/s



$n_1 \operatorname{sen} \alpha_{i1} = n_2 \operatorname{sen} \alpha_{r1}$

$n_2 \operatorname{sen} \alpha_{i2} = n_1 \operatorname{sen} \alpha_{r2}$

Por construcción se puede ver que $\alpha_{r1} = \alpha_{i2}$.

Como consecuencia el ángulo incidente y el emergente son iguales:

$$\boxed{\alpha_{i1} = \alpha_{r2}}$$

b) Calcula la **longitud** de **onda** de la luz en el aire y en el vidrio, y la **longitud recorrida** por el rayo en el interior de la lámina.

La velocidad de la luz en el aire $V_{aire} = \frac{c}{n_{aire}} = \frac{c}{1} = 3 \cdot 10^8$ m/s, luego $\lambda_{aire} = \frac{V_{aire}}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6 \cdot 10^{-7}$ m

La velocidad de la luz en el vidrio $V_{vidrio} = \frac{c}{n_{vidrio}} = \frac{c}{1,5} = 2 \cdot 10^8$ m/s, luego $\lambda_{vidrio} = \frac{V_{vidrio}}{f} = \frac{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4 \cdot 10^{-7}$ m

La longitud recorrida por el rayo es la hipotenusa del triángulo ABC. Aplicando Snell:

Ley de Snell,

$$\boxed{n_1 \operatorname{sen} \hat{i} = n_2 \operatorname{sen} \hat{r}}$$

$1 \cdot \operatorname{sen} 30° = 1,5 \cdot \operatorname{sen} \alpha_{r1} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha_{r1} = \frac{1 \cdot \operatorname{sen} 30°}{1,5} \simeq 0,333 \Rightarrow \alpha_{r1} \simeq 19,5°$

La hipotenusa $AB = \frac{\text{Espesor (AC)}}{\cos \alpha_{r1}} = \frac{10 \text{ cm}}{\cos 19,5°} \simeq 10,6$ cm

c) Halla el **ángulo** que forma el **rayo** de luz con la **normal** cuando emerge de nuevo al aire.

Aplicamos de nuevo la ley de Snell entre el vidrio y el aire.

$1,5 \cdot \operatorname{sen} 19,5° = 1 \cdot \operatorname{sen} \alpha_{r2} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha_{r2} = \frac{1,5 \cdot \operatorname{sen} 19,5°}{1} = 0,5 \Rightarrow \alpha_{r2} = 30°$

Como cabía esperar el rayo emerge con el mismo ángulo que $\alpha_{i1} = 30°$.