

Nombre y apellidos: _____

1. Queremos trasladar un satélite terrestre de 500 kg desde una **órbita circular** de radio $r_0 = 2 \cdot R_T$ **hasta otra** de radio $r_1 = 3 \cdot R_T$. Calcula el **trabajo necesario** para trasladar el satélite en este **salto (o transferencia) orbital**. Justifica las fórmulas que emplees. Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$ (1,5 pt.)



2. En un **tubo de rayos catódicos**, un **electrón** penetra con una **velocidad inicial horizontal** $\vec{v}_0 = 2,5 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ m/s}$ en una región R en la que hay un **campo eléctrico uniforme** vertical $\vec{E} = 150 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$. La longitud de las placas metálicas que crean el campo eléctrico, es decir, la longitud de la región R es $L = 15 \text{ cm}$.

- a) Dibuja un **diagrama** y calcula el **vector aceleración** que experimenta el electrón. (0,5 pt.)
b) Calcula el **aumento de energía cinética** del electrón después de atravesar la región R . (1 pt.)

Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

3. Un protón se acelera desde el reposo mediante una **diferencia de potencial** de 10^3 V , penetrando a continuación, **perpendicularmente**, en un **campo magnético uniforme** de $0,2 \text{ T}$.

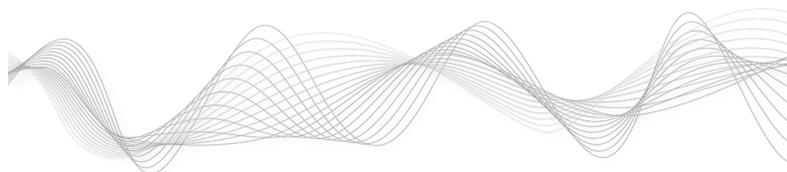
- a) Calcula la **velocidad** del protón al entrar en el campo magnético y el **radio** de su trayectoria. (Demuestra la fórmula) (1,25 pt.)
b) Calcula la **fuerza magnética** que actúa sobre el protón. (0,25 pt.)

Datos: $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$



4. Una onda armónica transversal de **frecuencia** 2 Hz , **longitud de onda** 20 cm y **amplitud** 4 cm , se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X . En el instante $t = 0$, la **elongación** en el punto $x = 0$ es $y = 2,83 \text{ cm}$.

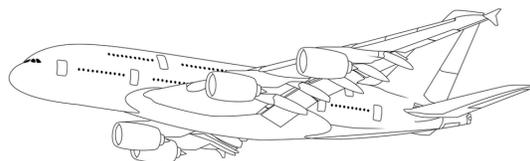
- a) Expresa matemáticamente la **ecuación de la onda** (trabaja en cm). (1 pt.)
b) Calcula la **velocidad de propagación** de la onda y determina, en función del tiempo (en general), la **velocidad de oscilación transversal** de la partícula situada en $x = 5 \text{ cm}$ (0,5 pt.)



 **CUESTIONES JUSTIFICADAS:**



- I. A una esfera metálica se le comunica una carga positiva. El **campo eléctrico**:
- a. aumenta linealmente desde el centro de la esfera hasta la superficie.
 - b. es nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera. (0,5 pt.)
 - c. es máximo en la superficie de la esfera y nulo en el interior.
- II. Calcula **teóricamente** el **incremento de energía cinética** de una carga q que parte del reposo dentro de un **ciclotrón** después de describir **1 vuelta completa**:
- a. $q \cdot \Delta V$
 - b. $2 \cdot q \cdot \Delta V$ (1 pt.)
 - c. $4 \cdot q \cdot \Delta V$
- III. Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con una **velocidad** de $300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, siendo el **período** de oscilación de $2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$. Dos puntos que se encuentran, respectivamente, a **distancias** de 20 m y 38 m del foco emisor de la vibración estarán:
- a. en **fase**
 - b. en **oposición de fase** (1 pt.)
 - c. en una **situación distinta** de las anteriores
- IV. Un avión emite un sonido de 8.000 Hz de **frecuencia** y 120 dB de **sensación sonora** cuando vuela a una **velocidad** de 900 km/h **acercándose** a una persona situada en reposo en un aeropuerto. Esta persona percibirá respectivamente una frecuencia y una intensidad sonora de:
- a. 22.222 Hz y $1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
 - b. 30.222 Hz y $1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
 - c. 30.222 Hz y $12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$



(1,5 pt.)

Datos: **Velocidad del sonido** $v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$; **Intensidad umbral** $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Justifica los **dos resultados** de la respuesta correcta (0,75 pt. cada una). Se pueden resolver independientemente.

1. Queremos trasladar un satélite terrestre de 500 kg desde una **órbita circular** de radio $r_0 = 2 \cdot R_T$ hasta otra de radio $r_1 = 3 \cdot R_T$. Calcula el **trabajo necesario** para trasladar el satélite en este **salto (o transferencia) orbital**. Justifica las fórmulas que emplees. Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$ (1,5 pt.)



a) TRANSFERENCIA ENTRE ÓRBITAS

$$E_{m_A} + E_{necesaria} = E_{m_B}$$

$$E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A} \quad \text{Energía de transferencia orbital}$$

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2} m v_B^2 - G \frac{Mm}{r_B} \right) - \left(\frac{1}{2} m v_A^2 - G \frac{Mm}{r_A} \right)$$

$$F_{c_B} = F_{g_B} \Rightarrow G \frac{M}{r_B} = v_B^2, \quad F_{c_A} = F_{g_A} \Rightarrow G \frac{M}{r_A} = v_A^2$$

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_B} - G \frac{Mm}{r_B} \right) - \left(\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_A} - G \frac{Mm}{r_A} \right)$$

Como $r_A = 2R_T$ y $r_B = 3R_T$ resulta:

$$E_{necesaria} = \frac{g_0 R_T^2 m}{2} \left(\frac{1}{2R_T} - \frac{1}{3R_T} \right) = \frac{g_0 R_T^2 m}{2} \cdot \frac{1}{6R_T} = \frac{g_0 R_T m}{12} = \frac{9,8 \times 6370 \times 10^3 \times 500}{12} \approx 2601083333,333333 \text{ J}$$

$E_{necesaria} = 2,6 \cdot 10^9 \text{ J}$; la energía es positiva porque tenemos que gastar energía para ir a una órbita más lejana.

$$E_{necesaria} = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_B} + \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_A}$$

$$E_{necesaria} = \frac{GMm}{2} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Energía de transferencia orbital

$$g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow GM = g_0 R_T^2; \text{ sustituyendo}$$

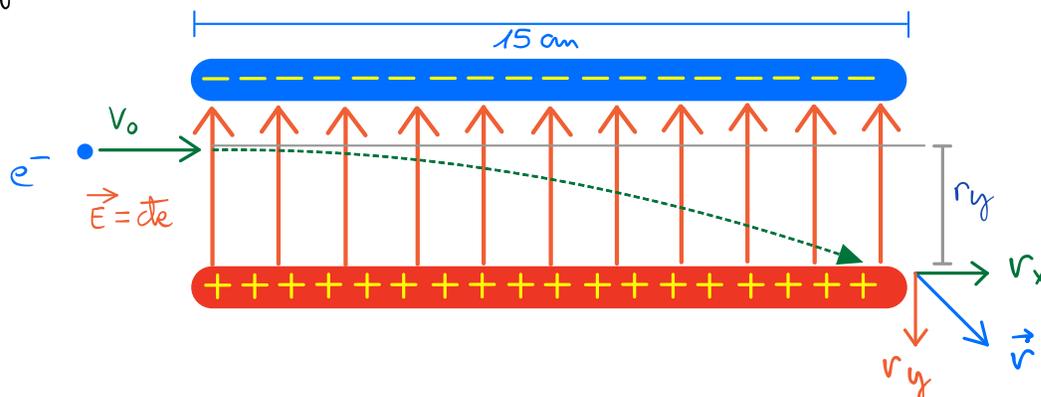
$$E_{necesaria} = \frac{g_0 R_T^2 m}{2} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

2. En un **tubo de rayos catódicos**, un **electrón** penetra con una **velocidad inicial horizontal** $\vec{v}_0 = 2,5 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ m/s}$ en una región R en la que hay un **campo eléctrico uniforme** vertical $\vec{E} = 150 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$. La longitud de las placas metálicas que crean el campo eléctrico, es decir, la longitud de la región R es $L = 15 \text{ cm}$.

- a) Dibuja un **diagrama** y calcula el **vector aceleración** que experimenta el electrón. (0,5 pt.)
 b) Calcula el **aumento de energía cinética** del electrón después de atravesar la región R . (1 pt.)

$$\text{Datos: } q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

a) Diagrama:



Aceleración:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \vec{F} = q \cdot \vec{E} \\ q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \end{array} \right\} \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} \Rightarrow a = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 150 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = \frac{-1,6 \times 10^{-19} \times 150}{9,1 \times 10^{-31}} \approx -2,63736 \times 10^{13} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx -2,6 \cdot 10^{13} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$\vec{a} = -2,6 \cdot 10^{13} \hat{j} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; En horizontal recorre la distancia L con m.r.u. ($v = dt = v_0$)

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Espacio}}{\text{Tiempo}} \Rightarrow v_0 = \frac{L}{t} \Rightarrow t = \frac{L}{v_0} = \frac{15 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}} = 6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Velocidad

$$v_x = v_0$$

$$v_y = a \cdot t = \frac{q \cdot E}{m} \cdot t$$

$$\vec{v} = v_0 \hat{i} + \frac{q \cdot E}{m} \cdot t \hat{j}$$

$$v_y = -2,6 \cdot 10^{13} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$v_y = -1,56 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

La velocidad de salida

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = 2,5 \cdot 10^6 \hat{i} - 1,56 \cdot 10^6 \hat{j} \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(2,5 \times 10^6)^2 + (1,56 \times 10^6)^2} \approx 2946794,86901 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\vec{v}| \approx 2,95 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

El incremento de energía cinética: $\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m_e (v_f^2 - v_0^2)$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot [(2,95 \cdot 10^6)^2 - (2,5 \cdot 10^6)^2] \approx 1,115 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

3. Un protón se acelera desde el reposo mediante una **diferencia de potencial** de 10^3 V , penetrando a continuación, **perpendicularmente**, en un **campo magnético uniforme** de $0,2 \text{ T}$.



a) Calcula la **velocidad** del protón al entrar en el campo magnético y el **radio** de su trayectoria. (Demuestra la fórmula) (1,25 pt.)

b) Calcula la **fuerza magnética** que actúa sobre el protón. (0,25 pt.)

Datos: $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

a) El trabajo eléctrico es igual al incremento de energía cinética.

$$W = \underbrace{-q \cdot \Delta V}_{\text{Positivo}} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow$$

Positivo ; aumenta la velocidad

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1000 \text{ V}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 437741 \text{ m/s} \approx 4,38 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow \text{sen}(\vec{v}, \vec{B}) = \text{sen } 90^\circ = 1 \Rightarrow$ se cumple la condición de órbita.

$$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}}$$

$$r = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 4,38 \cdot 10^5 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,2 \text{ T}} \approx 0,229 \text{ m} = 2,29 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2,29 \text{ cm}$$

b) $\boxed{\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})}$ Fuerza magnética que actúa sobre el protón.

$$\Rightarrow F_m = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 4,38 \cdot 10^5 \text{ m/s} \cdot 0,2 \text{ T} \cdot \text{sen } 90^\circ = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

4. Una onda armónica transversal de **frecuencia 2 Hz**, **longitud de onda 20 cm** y **amplitud 4 cm**, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X. En el instante $t = 0$, la **elongación** en el punto $x = 0$ es $y = 2,83 \text{ cm}$.

a) Expresa matemáticamente la **ecuación de la onda** (trabaja en cm). (1 pt.)

b) Calcula la **velocidad de propagación** de la onda y determina, en función del tiempo (en general), la **velocidad de oscilación transversal** de la partícula situada en $x = 5 \text{ cm}$ (0,5 pt.)

$$\boxed{y = A \cdot \text{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)}$$
 Ecuación general de la onda
↑
Sentido del eje X (signo menos) $A = 4 \text{ cm}$, $f = 2 \text{ Hz}$ (s^{-1})

$$\text{n}^\circ \text{ de onda } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20 \text{ cm}} = \frac{\pi}{10} \text{ cm}^{-1} = 0,1\pi \text{ cm}^{-1} = 10\pi \text{ m}^{-1} \text{ (pero nos piden trabajar en cm).}$$

$$\text{frecuencia angular } \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 2 \text{ Hz} = 4\pi \text{ rad/s} \Rightarrow$$

$$\text{Condiciones iniciales } y(0,0) = 2,83 = A \cdot \text{sen}(0 - 0 + \varphi_0) \Rightarrow 2,83 = 4 \cdot \text{sen } \varphi_0 \Rightarrow$$

$$\text{Fase inicial } \text{sen } \varphi_0 = \frac{2,83}{4} \Rightarrow \varphi_0 \approx 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad o bien } \varphi_0 \approx 0,79 \text{ rad}$$

$$\text{Ecuación general de la onda } y(x,t) = 4 \cdot \text{sen}\left(4\pi \cdot t - 0,1\pi \cdot x + \frac{\pi}{4}\right) \text{ m}$$

$$\text{b) La velocidad de propagación } v_p = \lambda \cdot f = 20 \text{ cm} \cdot 2 \text{ Hz} = 40 \text{ cm/s} = 0,4 \text{ m/s}$$

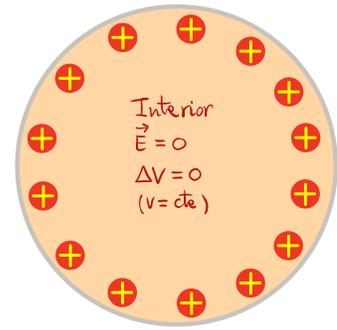
Calculamos ahora la **velocidad de vibración**:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 4 \cdot 4\pi \cos\left(4\pi \cdot t - 0,1\pi \cdot x + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm/s}$$

$$v(x = 5 \text{ cm}, t) = 16\pi \cos\left(4\pi \cdot t - 0,1\pi \cdot 5 + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm/s} = 16\pi \cos\left(4\pi \cdot t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm/s}$$

💡 CUESTIONES JUSTIFICADAS:

- I. A una esfera metálica se le comunica una carga positiva. El **campo eléctrico**:
- aumenta linealmente desde el centro de la esfera hasta la superficie.
 - es nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera.
 - es máximo en la superficie de la esfera y nulo en el interior.



Esfera conductora en equilibrio electrostático

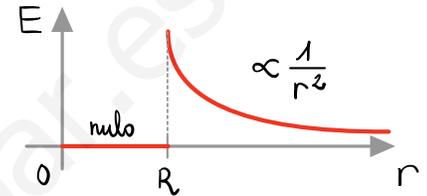
Según el teorema de Gauss: $\Phi = \frac{\sum Q}{\epsilon} = E \cdot S$

Como en el interior no hay carga, el campo eléctrico es nulo.

En el exterior, el campo eléctrico creado por una esfera conductora:

$$\Phi = \frac{\sum Q}{\epsilon} = E \cdot S \Rightarrow E = \frac{Q}{S \cdot \epsilon} \quad \text{Campo eléctrico} \begin{cases} K = \frac{1}{4\pi\epsilon} \\ S = 4\pi r^2 \end{cases}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \cdot \epsilon} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \Rightarrow E = K \cdot \frac{Q}{r^2} \quad \text{Campo eléctrico de una esfera}$$



En el exterior el campo $E \propto \frac{1}{r^2}$ es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

Será máximo cuando $r = R$ (el radio de la esfera). La opción correcta es la **C**

- II. Calcula **teóricamente** el **incremento de energía cinética** de una carga q que parte del reposo dentro de un **ciclotrón** después de describir **1 vuelta completa**:

- $q \cdot \Delta V$
- $2 \cdot q \cdot \Delta V$
- $4 \cdot q \cdot \Delta V$

(1 pt.)

Una carga que parte del reposo se acelera en la franja con campo eléctrico:

$$W = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 \Rightarrow \Delta E_c = q \cdot \Delta V$$

La ΔV alterna (cambia de signo) y la carga se vuelve a acelerar:

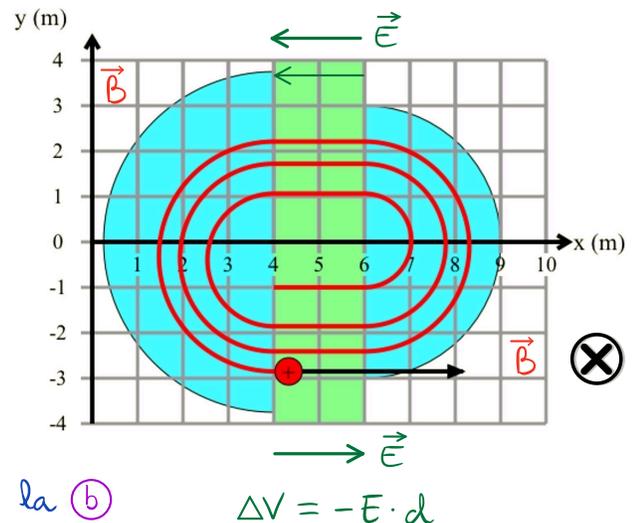
$$q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 2 q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v_2^2 \quad \text{y así sucesivamente.}$$

La Energía cinética (tras dos pasos) es:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{4 \cdot q \cdot \Delta V}{m} = 2 q \cdot \Delta V$$

que representa el ΔE_c desde el inicio. La opción correcta es la **b**



III. Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con una **velocidad** de $300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, siendo el **período** de oscilación de $2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$. Dos puntos que se encuentran, respectivamente, a **distancias** de 20 m y 38 m del foco emisor de la vibración estarán:

a. en fase

b. en oposición de fase

(1 pt.)

c. en una **situación distinta** de las anteriores

$$\text{La velocidad de propagación } v_p = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v_p \cdot T = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ s} = 6 \text{ m}$$

$$\text{La distancia entre los puntos } \Delta x = |38 - 20| = 18 \text{ m}$$

Exploremos la posibilidad de que estén en fase, es decir, si $\Delta \psi = n \cdot 2\pi$, $n \in \mathbb{N} (0, 1, \dots)$

$$\Delta \psi = k \cdot \Delta x \quad \text{Diferencia de fase espacial}$$

$$\Delta \psi = k \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{6 \text{ m}} \cdot 18 \text{ m} = 6\pi \text{ rad} = 3 \cdot 2\pi \text{ rad},$$

es decir, un múltiplo entero de 2π , luego están en fase. La opción correcta es la **(a)**

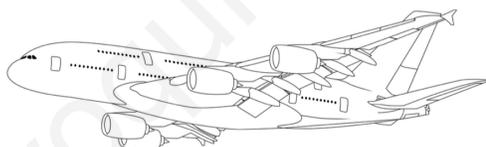
Si no se verificase esta condición habría que comprobar si $\Delta \psi = (2n + 1) \cdot \pi$ (Oposición de fase)

IV. Un avión emite un sonido de 8.000 Hz de **frecuencia** y 120 dB de **sensación sonora** cuando vuela a una **velocidad** de 900 km/h **acercándose** a una persona situada en reposo en un aeropuerto. Esta persona percibirá respectivamente una frecuencia y una intensidad sonora de:

a. 22.222 Hz y $1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

b. 30.222 Hz y $1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

c. 30.222 Hz y $12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$



(1,5 pt.)

Datos: **Velocidad del sonido** $v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$; **Intensidad umbral** $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

La fuente de sonido (el avión) está en movimiento, por lo que se va a producir un efecto Doppler.

La ecuación del efecto Doppler, si el observador está en reposo, es:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si se acercan: } f' = f \cdot \left(\frac{v}{v - v_F} \right) \\ \text{Si se alejan: } f' = f \cdot \left(\frac{v}{v + v_F} \right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} v = 900 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 250 \text{ m/s} \\ f' = 8000 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s}}{(340 - 250) \text{ m/s}} \approx 30.222 \text{ Hz (más agudo)} \end{array}$$

Estudiemos ahora la intensidad sonora: $\beta = 120 \text{ dB}$; $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ Sensación sonora escala decibélica

$$\Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\beta/10} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{120/10} = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

La opción correcta es la **(b)**